NGUYỄN PHÚ KHÁNH - HUỲNH ĐỨC KHÁNH

LUYỆN THI THPT QUỐC GIA

CÂU HỎI & BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TOÁN 12

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

NGUYỄN PHÚ KHÁNH - HUỲNH ĐỨC KHÁNH

ÔN THI THPT QUỐC GIA

CÂU HỎI & BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TOÁN 12

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

ĐHQG Hà Nội

Lời nói đầu

Các em học sinh lớp 12 thân mến!

Tháng 10 năm 2016, Bộ Giáo dục và Đào tạo đã công bố phương pháp thi và đề thi minh họa môn Toán bằng hình thức trắc nghiệm cho kỳ thi THPT Quốc gia năm 2017. Cách nghĩ và cách làm bài thi đối với một đề thi trắc nghiệm có những điểm khác với đề thi tự luận.

Với mục đích giúp các em làm quen với phương pháp thi mới này và có được bộ tài liệu, chuẩn bị cho kỳ thi THPT Quốc gia sắp tới. Tác giả đã phối hợp với nhà sách Hồng Ân Thành phố Hồ Chí Minh và Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội xuất bản cuốn sách:

" CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TOÁN 12 "

Nội dung cuốn sách bám sát cấu trúc ĐỀ MINH HỌA của Bộ Giáo dục vừa công bố. ***(Năm 2017 đề thi nằm gọn trong chương trình lớp 12).***

Cuốn sách được chia làm 2 phần:

Phần 1. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM gồm:

5 chủ đề về ĐẠI SỐ và GIẢI TÍCH

3 chủ đề về HÌNH HỌC

Phần 2. ĐÁP ÁN.

Cuốn sách được xây dựng từ những bài Toán được tác giả sưu tập, chọn lọc và phát triển từ nhiều cuốn sách hay, internet và nhóm toán của thầy **Nguyễn Thành Hiển.**

Qua đây tác giả cũng xin chân thành cảm ơn thầy **Phan Ngọc Toàn** giáo viên trường THPT An Nhơn 1 Bình Định, thầy **Ngô Quang Nghiệp** giáo viên ở thành phố Lào Cai, thầy giáo **Nguyễn Văn Huy** ở thành phố Biên Hòa – Đồng Nai đã tận tình giúp đỡ, phản biện trong quá trình biên soạn.

Mặc dù hết sức cố gắng và tâm huyết để có tập sách giá trị này, song trong quá trình biên soạn chắc không tránh khỏi những thiếu sót nhất định. Rất mong mọi sự thông cảm của bạn đọc gần xa góp ý để lần tái bản sau được hoàn thiện hơn.

Tác giả hi vọng rằng cuốn sách sẽ là tài liệu cần thiết giúp các em chuẩn bị tốt cho kì thi THPT Quốc gia sắp tới. Cuối cùng, tác giả chúc các học sinh thi đạt điểm cao.

Mọi thắc mắc và góp ý xin gửi về **Nhà sách Hồng Ân**

20C Nguyễn Thị Minh Khai, P.ĐaKao - Q.1 - TP.HCM

Email: nhasachhongan@hotmail.com *hoặc* phukhanh@moet.edu.vn

Xin trân trọng cảm ơn.

Các tác giả

Phần I CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

CHỦ ĐỀ 1. HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

TỔNG HỢP KIẾN THỨC

1. TẬP XÁC ĐỊNH – TẬP GIÁ TRỊ

1. Tập xác định

Cho hàm số $y = f(x)$, tập xác định (TXĐ) của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp các giá trị x thuộc $\mathbb{R}$ sao cho $f(x)$ có nghĩa.

Kí hiệu: TXĐ: $D = \left\{ x \in \mathbb{R} \middle| f(x) \text{ có nghĩa } \right\}$.

2. Tập giá trị

Cho hàm số $y = f(x)$, tập giá trị (TGT) của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp các giá trị của y trong khoảng xác định của x.

Kí hiệu: TGT: $G = \left\{ y \in \mathbb{R} \middle| \exists x \text{ thỏa mãn } y = f(x) \right\}$.

2. BẢNG CÔNG THỨC TÍNH ĐẠO HÀM

1. Quy tắc tính đạo hàm

- $(u+v)' = u' + v'$.
- $(u-v)' = u' - v'$.
- $(uv)' = u'v + uv'$. Suy ra $(ku)' = k.u'$ với $k \in \mathbb{R}$.
- $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$. Suy ra $\left(\dfrac{1}{v}\right)' = -\dfrac{v'}{v^2}$.

2. Công thức đạo hàm của các hàm sơ cấp

• $\left(x^\alpha\right)' = \alpha.x^{\alpha-1}$. Suy ra $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$.	• $\left(u^\alpha\right)' = \alpha.u^{\alpha-1}.u'$.
• $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.	• $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$.
• $(\sin x)' = \cos x$.	• $(\sin u)' = u'.\cos u$.
• $(\cos x)' = -\sin x$.	• $(\cos u)' = -u'.\sin u$.
• $(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$.	• $(\tan u)' = \dfrac{u'}{\cos^2 u} = u'\left(1 + \tan^2 u\right)$.
• $(\cot x)' = \dfrac{-1}{\sin^2 x} = -1 - \cot^2 x$.	• $(\cot u)' = \dfrac{-u'}{\sin^2 u} = -u'\left(1 + \cot^2 u\right)$.

3. TIẾP TUYẾN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

- Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị $(C): y = f(x)$ tại tiếp điểm $(x_0; y_0)$ là $k = f'(x_0)$.
- Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y = f(x)$ tại tiếp điểm $(x_0; y_0)$ là $y = k.(x - x_0) + y_0$.

4. SỰ ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$. Kí hiệu $f'(x)$, $f''(x)$, (C) là đạo hàm cấp 1, cấp 2 và đồ thị của $f(x)$ trên khoảng ấy.

Hàm số đồng biến trên $(a;b) \Leftrightarrow f'(x) \geqslant 0, \forall x \in (a;b)$. Dấu đẳng thức nếu có thì chỉ xảy ra tại một số điểm hữu hạn mà thôi.

Hàm số nghịch biến trên $(a;b) \Leftrightarrow f'(x) \leqslant 0, \forall x \in (a;b)$. Dấu đẳng thức nếu có thì chỉ xảy ra tại một số điểm hữu hạn mà thôi.

Đồng biến trên khoảng $(a;b)$, nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ gọi chung là đơn điệu trên khoảng ấy.

$x_0 \in (a;b)$ được gọi là **điểm cực đại** $\Leftrightarrow$ khi qua x_0 thì $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm.

$x_0 \in (a;b)$ được gọi là **điểm cực tiểu** $\Leftrightarrow$ khi qua x_0 thì $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương.

Các điểm cực đại, cực tiểu gọi chung là điểm **cực trị**.

Đạo hàm (nếu có) tại điểm cực trị bằng không.

$x_0 \in (a;b)$ được gọi là điểm tới hạn nếu $f(x_0) = 0$ hoặc $f(x_0)$ không xác định.

5. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Giả sử hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$ và $x \in (a;b)$

Định lý 1.

- $f'(x) > 0$ trên $(x_0 - h; x_0)$ với $h > 0$ và $f'(x) < 0$ trên $(x_0; x_0 + h)$ với $h > 0$
  $\Rightarrow x_0$ là điểm cực đại của $f(x)$.
- $f'(x) < 0$ trên $(x_0 - h; x_0)$ với $h > 0$ và $f'(x) > 0$ trên $(x_0; x_0 + h)$ với $h > 0$
  $\Rightarrow x_0$ là điểm cực tiểu của $f(x)$.

Định lý 2.

- $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) < 0 \end{cases} \Rightarrow x_0$ là điểm cực đại của $f(x)$.
- $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases} \Rightarrow x_0$ là điểm cực tiểu của $f(x)$.

Phương trình đường thẳng nối cực đại, cực tiểu của hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ là $y = mx + n$, trong đó $mx + n$ là dư thức trong phép chia $f(x)$ cho $f'(x)$.

6. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

1. Định lý

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b] \Rightarrow$ tồn tại $\max\limits_{[a;b]} f(x)$, $\min\limits_{[a;b]} f(x)$.

2. Cách tìm

Bước 1: Tìm các điểm trên $x_1, x_2, ..., x_n$ trên $[a;b]$, tại đó $f'(x) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định.

Bước 2: Tính $f(a), f(x_1), f(x_2), ..., f(x_n), f(b)$.

Bước 3: Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên thì $\begin{cases} M = \max\limits_{[a;b]} f(x) \\ m = \min\limits_{[a;b]} f(x) \end{cases}$.

7. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ VÀ PHÉP SUY ĐỒ THỊ

• Tịnh tiến đồ thị song song với trục tọa độ Oxy.

Cho (G) là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $p > 0$, ta có

+ Tịnh tiến (G) lên trên p đơn vị thì được đồ thị $y = f(x) + p$.

+ Tịnh tiến (G) xuống dưới p đơn vị thì được đồ thị $y = f(x) - p$.

+ Tịnh tiến (G) sang trái p đơn vị thì được đồ thị $y = f(x + p)$.

+ Tịnh tiến (G) sang phải p đơn vị thì được đồ thị $y = f(x - p)$.

• Phép lấy đối xứng qua các trục tọa độ Oxy.

Cho điểm $M(x;y)$, khi đó

+ Đối xứng M qua trục hoành ta được $M'(x';y')$ với $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$.

+ Đối xứng M qua trục tung ta được $M'(x';y')$ với $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$.

8. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Đồ thị $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng $x = -\dfrac{d}{c}$, tiệm cận ngang $y = -\dfrac{a}{c}$.

Đồ thị $y = \dfrac{ax^2+bx+c}{px+q} = mx + n + \dfrac{r}{px+r}$ có tiệm cận đứng $x = -\dfrac{q}{p}$, tiệm cận xiên $y = mx + n$.

Đồ thị $y = mx + n + \sqrt{ax^2+bx+c}$ có các đường cận là $y = mx + n \pm \sqrt{a}\left|x + \dfrac{b}{2a}\right|$.

9. TƯƠNG GIAO GIỮA HAI ĐỒ THỊ

Xét hai đồ thị $(C): y = f(x)$ và $(D): y = g(x)$.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa (C) và (D) là: $f(x) = g(x)$. (1)

Số điểm chung giữa (C) và (D) đúng bằng số các nghiệm số của phương trình (1).

(C) và (D) được gọi là tiếp xúc với nhau khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f'(x) = g'(x) \end{cases}.$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. TẬP XÁC ĐỊNH

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{3-x} + \sqrt{x+8}$ là:

A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = [-8;3]$.

C. $D = (-\infty;3]$. D. $D = (-\infty;8] \cup [3;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \sqrt{-x^2+4x-3} + \sqrt{-x^2+6x-8}$. Tập xác định của hàm số là:

A. $[1;3] \cup [2;4]$. B. $(-\infty;2] \cup [3;+\infty)$. C. $[2;3]$. D. $\varnothing$.

Câu 3. Hàm số $y = \sqrt{x + \sqrt{x^2 - x + 1}}$ có tập xác định là:

A. $(-\infty;1]$. B. $(1;+\infty)$. C. $[0;+\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 4. Tập những giá trị của x để hàm số $y = \dfrac{1}{\sqrt{x - \sqrt{2x+3}}}$ có nghĩa là:

A. $(-\infty;1) \cup (3;+\infty)$. B. $[3;+\infty)$.

C. $(-\infty;-1] \cup [3;+\infty)$. D. $(3;+\infty)$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{1}{\sqrt{|x^2-1|}}$ là tập hợp nào?

A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $(-1;1)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$. D. $(-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$.

Câu 6. Hàm số $y = \dfrac{2x^2+5}{x - \sqrt{x^2-9}}$ có tập xác định là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $[3;+\infty)$.

C. $(-\infty;-3] \cup [3;+\infty)$. D. $[-3;3]$.

Câu 7. Hàm số $y = \dfrac{1}{\sqrt{|x| - x}}$ có tập xác định là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $(0;+\infty)$. C. $(-\infty;0)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\sin^2 x-1}$ là:

A. $\mathbb{R}$. B. $\left\{x / x=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. C. $\varnothing$. D. $\mathbb{R}\setminus\{k\pi\}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 9. Tìm tất cả giá trị của m để hàm số $y=\sqrt{x^2-2x+m+3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $-1\leqslant m\leqslant 2$. B. $m\leqslant 0$. C. $m\geqslant -2$. D. $-12\leqslant m\leqslant 0$.

Câu 10. Hàm số $y=\sqrt{m+\sin x}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì tập các giá trị của m là:

A. $m\geqslant 0$. B. $m\leqslant 0$. C. $m\geqslant 1$. D. $m\leqslant 1$.

Vấn đề 2.1 TÍNH ĐẠO HÀM

Câu 11. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $\left(f(x).g(x)\right)'=f'(x).g'(x)$.

B. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x)}{g'(x)}$.

C. Nếu $f'(x)=g'(x)$ thì $f(x)=g(x)$.

D. Nếu $f(x)=g(x)+c$ thì $f'(x)=g'(x)$, trong đó c là một hằng số bất kì.

Câu 12. Kết luận nào sau đây là sai?

A. Hàm số có đạo hàm tại x_0 thì liên tục tại x_0.

B. Hàm số liên tục tại x_0 thì có đạo hàm tại x_0.

C. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $f(a).f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trên $(a;b)$.

D. $f(x)$ có đạo hàm trên $[a;b]\Leftrightarrow f(x)$ có đạo hàm trên $(a;b)$ và $f\left(a^+\right).f\left(b^-\right)$ tồn tại.

Câu 13. Hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng $2(3x+1)$?

A. $2x^2+2x$. B. $3x^2+2x+5$. C. $3x^2+x+5$. D. $(3x+1)^2$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^3-5\right)\sqrt{x}$ bằng biểu thức nào sau đây ?

A. $\frac{7}{2}\sqrt{x^5}-\frac{5}{2\sqrt{x}}$. B. $3x^2-\frac{1}{2\sqrt{x}}$. C. $3x^2-\frac{5}{2\sqrt{x}}$. D. $\frac{7}{2}\sqrt[5]{x^2}-\frac{5}{2\sqrt{x}}$.

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y=\frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng biểu thức nào sau đây ?

A. $\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$. B. $\frac{1+x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$. C. $\frac{2(x+1)}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$. D. $\frac{x^2-x+1}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$.

Câu 16. Hàm số $y=-\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3}-x^2\right)$ có đạo hàm là:

A. $\frac{1}{2}x\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$. B. $\frac{1}{2}x^2\cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$.

C. $\frac{1}{2}x\cos\left(\frac{\pi}{3}-x^2\right)$. D. $x\cos\left(\frac{\pi}{3}-x^2\right)$.

Câu 17. Hàm số $y=2\cos x^2$ có đạo hàm là:

A. $-2\sin x^2$. B. $-4x\cos x^2$. C. $-2x\sin x^2$. D. $-4x\sin x^2$.

Câu 18. Hàm số $y=\cot 3x-\frac{1}{2}\tan 2x$ có đạo hàm là:

A. $\frac{-1}{\sin^2 x}-\frac{1}{\cos^2 2x}$. B. $\frac{-3}{\sin^2 3x}-\frac{1}{\cos^2 2x}$.

C. $\frac{-3}{\sin^2 3x}+\frac{1}{\cos^2 2x}$. D. $\frac{-3}{\sin^2 3x}-\frac{x}{\cos^2 2x}$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y=\cos(\tan x)$ bằng:

A. $\sin(\tan x)$. B. $-\sin(\tan x).\frac{1}{\cos^2 x}$.

C. $\sin(\tan x)$. D. $\sin(\tan x).\frac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 20. Hàm số $y=\frac{\cos x}{2\sin^2 x}$ có đạo hàm bằng:

A. $\frac{1+\sin^2 x}{2\sin^3 x}$. B. $\frac{1+\cos^2 x}{2\sin^3 x}$. C. $-\frac{1+\sin^2 x}{2\sin^3 x}$. D. $-\frac{1+\cos^2 x}{2\sin^3 x}$.

Câu 21. Hàm số $y=\frac{\sin x-x\cos x}{\cos x+x\sin x}$ có đạo hàm bằng:

A. $\left(\frac{x}{\cos x+x\sin x}\right)^2$. B. $\frac{-x^2.\cos 2x}{(\cos x+x\sin x)^2}$.

C. $\frac{-x^2.\sin^2 x}{(\cos x+x\sin x)^2}$. D. $\frac{-x^2.\sin 2x}{(\cos x+x\sin x)^2}$

Câu 22. Hàm số $y=\sin(\cos^2 x)$ có đạo hàm bằng:

A. $-\sin 2x.\cos(\cos^2 x)$. B. $\sin 2x.\cos(\cos^2 x)$.

C. $-\cos 2x.\cos(\cos^2 x)$. D. $\cos 2x.\cos(\cos^2 x)$.

Câu 23. Biểu thức $x^3+\sin x+1$ là đạo hàm của hàm số nào sau đây?

A. $y=\frac{x^4}{4}+\cos x+x+1$. B. $y=\frac{x^4}{4}-\cos x+x+1$.

C. $y=x^4+\cos x+x^2+x$. D. $y=x^4+\sin x+x+1$.

Câu 24. Cho $f(x)=2x^2-x+2$ và $g(x)=f(\sin x)$. Tính $g'(x)$ ta được

A. $g'(x)=2\cos 2x-\sin x$.   B. $g'(x)=2\sin 2x+\cos x$.

C. $g'(x)=2\sin 2x-\cos x$.   D. $g'(x)=2\cos 2x+\sin x$

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+m}{x+1}$ dương với mọi $x\neq -1$ khi và chỉ khi:

A. $m<-6$.   B. $m<1$.   C. $m>3$.   D. $m<-3$.

Vấn đề 2.2 ĐẠO HÀM TẠI MỘT ĐIỂM

Câu 26. Cho hàm số $y=\sqrt{1-x^2}$. Khi đó $y'(0)$ có giá trị bằng:

A. 1.   B. $\dfrac{1}{2}$.   C. 0.   D. $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 27. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{a+b}$ với $a+b\neq 0$. Tính $f'(0)$ ta được kết quả:

A. $f'(0)=0$.   B. $f'(0)=\dfrac{a}{a+b}$.   C. $f'(0)=b$.   D. $f'(0)=1$.

Câu 28. Cho hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2}}{\cos 3x}$. Khi đó $y'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ bằng:

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.   B. $-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.   C. 1.   D. 0.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)=-\dfrac{1}{3}.\dfrac{\cos x}{\sin^3 x}+\dfrac{4}{3}\cot x$. Giá trị đúng của $f'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ bằng:

A. $\dfrac{9}{8}$.   B. $\dfrac{8}{9}$.   C. $-\dfrac{9}{8}$.   D. $-\dfrac{8}{9}$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{\cos^2 x}{1+\sin^2 x}$. Biểu thức $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)-3f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ bằng:

A. -3.   B. $\dfrac{8}{3}$.   C. 3.   D. $-\dfrac{8}{3}$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{\cos x}{1+2\sin x}$. Chọn kết quả sai:

A. $f'(0)=-2$.   B. $f'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=-\dfrac{5}{8}$.   C. $f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{1}{3}$.   D. $f'(\pi)=2$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)=a\sin x+b\cos x+1$. Để $f'(0)=\dfrac{1}{2}$ và $f\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=1$ thì giá trị của a bằng:

A. $a=b=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.   B. $a=\dfrac{\sqrt{2}}{2};b=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.   C. $a=\dfrac{1}{2};b=-\dfrac{1}{2}$.   D. $a=b=\dfrac{1}{2}$.

Câu 33. Hàm số $f(x)=ax^3+\frac{b}{x}$ có $f'(1)=1$, $f'(-2)=-2$. Khi đó $f'\left(\sqrt{2}\right)$ bằng:

A. 2. B. $-\frac{2}{5}$. C. $\frac{12}{5}$. D. $-\frac{12}{5}$.

Câu 34. Cho $f(x)=\frac{1}{4}\cos 4x$ và $g(x)=\sin^4 x+\cos^4 x$. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. $f'(\pi)=0$. B. $g'(\pi)=0$.

C. $f'(x)=g'(x)$. D. Các kết quả đã cho đều đúng.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2\sqrt{2}x^2+8x-1$. Tập hợp những giá trị của x để $f'(x)=0$ là:

A. $\left\{-4\sqrt{2}\right\}$. B. $\left\{-2\sqrt{2}\right\}$. C. $\left\{2;\sqrt{2}\right\}$. D. $\left\{2\sqrt{2}\right\}$.

Câu 36. Giải phương trình $y'.y=2x+3$, biết $y=\sqrt{x^2-1}$.

A. $x=1$. B. $x=0$. C. $x=2$. D. $x=-3$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+1$. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ âm khi và chỉ khi:

A. $x<1$. B. $x<0$ hoặc $x>2$. C. $x<0$ hoặc $x>1$. D. $0<x<2$.

Câu 38. Cho hàm số $y=-2\sqrt{x}+3x$. Tập nghiệm của bất phương trình $y'>0$ là:

A. $(-\infty;+\infty)$. B. $\left(-\infty;\frac{1}{9}\right)$. C. $\left(\frac{1}{9};+\infty\right)$. D. $\varnothing$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)=2mx-mx^3$. Nếu $x=1$ là một nghiệm của bất phương trình $f'(x)\leqslant 1$ khi và chỉ khi:

A. $m\leqslant -1$. B. $m\geqslant 1$. C. $-1\leqslant m\leqslant 1$. D. $m\geqslant -1$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x^2-2}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x)\leqslant f(x)$ là:

A. $(0;+\infty)$. B. $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)\cup\left[2;+\infty\right)$.

C. $[-1;2]$. D. Một tập hợp khác.

Vấn đề 2.3 HỆ THỨC ĐẠO HÀM

Câu 41. Cho hàm số $y=\left(x^2-1\right)^2$. Hãy chọn biểu thức đúng trong các biểu thức sau:

A. $y^{(4)}+2xy'''-4y''=0$. B. $y^{(4)}+2xy'''-4y''=20$.

C. $y^{(4)}+2xy'''-4y''=40$. D. $y^{(4)}+2xy'''-4y''=100$.

Câu 42. Cho hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$. Mối liên hệ giữa y và y'' là:

A. $y^3y''+1=0$. B. $y^3y''-1=0$. C. $2y^3y''+1=0$. D. $y^3y''+2=0$.

Câu 43. Cho hàm số $y = \sin 2x$. Hãy chọn một hệ thức đúng:

A. $y^2 + (y')^2 = 4$. B. $4y + y'' = 0$. C. $y = y'.\tan 2x$. D. $4y - y'' = 0$.

Câu 44. Cho hàm số $y = \cot \frac{x}{2}$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $y^2 - y' + 2 = 0$.
B. $y^2 + 2y' + 1 = 0$.
C. $3y^2 - y' + 1 = 0$.
D. $3y^2 + (y')^2 + 1 = 0$.

Câu 45. Cho hàm số $y = \tan^2 x$. Hệ thức giữa y và y'' là:

A. $y'' - 2(1+y^2)(1+3y^2) = 0$.
B. $y'' + 5(1+y^2)(1+3y^2) = 0$.
C. $y'' - 2(1+3y^2) = 0$.
D. $y'' - 3(1+y^2) = 0$.

Vấn đề 2.4 ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM VÀO BÀI TOÁN VẬT LÝ

Câu 46. Một vật rơi tự do với phương trình chuyển động $S = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó $g = 9{,}8\text{m/s}^2$ và t tính bằng giây (s). Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 5\text{s}$ bằng:

A. 49m/s. B. 25m/s. C. 10m/s. D. 18m/s.

Câu 47. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = \frac{1}{2}(t^4 - 3t^2)$, trong đó t tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Vận tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 4\text{s}$ bằng:

A. 280m/s. B. 232m/s. C. 140m/s. D. 116m/s.

Câu 48. Một chất điểm chuyển động thẳng theo phương trình $S = t^3 - 3t^2 + 4t$, trong đó t tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Gia tốc của chất điểm lúc $t = 2\text{s}$ bằng:

A. 4m/s^2. B. 6m/s^2. C. 8m/s^2. D. 12m/s^2.

Câu 49. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = t^3 + 3t^2 - 9t + 27$, trong đó t tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là:

A. 0m/s^2. B. 6m/s^2. C. 24m/s^2. D. 12m/s^2.

Vấn đề 3. TIẾP TUYẾN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) và điểm $M_0(x_0; f(x_0))$ thuộc (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M_0 là:

A. $y = f'(x_0)(x - x_0)$.
B. $y = f'(x_0)(x - x_0) - y_0$.
C. $y - y_0 = f'(x_0)x$.
D. $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$.

Câu 51. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trong khoảng $(a;b)$, đồ thị là đường cong (C). Để đường thẳng $\Delta: y=ax+b$ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M_0(x_0;f(x_0))$, điều kiện cần và đủ là:

A. $a=f'(x_0)$.

B. $ax_0+b=f'(x_0)$.

C. $\begin{cases} a=f'(x_0) \\ ax_0+b=f(x_0) \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a=f'(x_0) \\ ax_0+b=f'(x_0) \end{cases}$.

Câu 52. Phương trình tiếp tuyến của đường cong $(C): y=x^3-2x+3$ tại điểm $M(1;2)$ là:

A. $y=2x+2$. B. $y=3x-1$. C. $y=x+1$. D. $y=2-x$.

Câu 53. Tiếp tuyến của đường cong $(C): y=x\sqrt{x}$ tại điểm $M(1;1)$ có phương trình:

A. $y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$. B. $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$. C. $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$. D. $y=\frac{x}{2}+\frac{3}{2}$.

Câu 54. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=\frac{4}{x-1}$ tại điểm với hoành độ $x=-1$ có phương trình:

A. $y=-x-3$. B. $y=-x+2$. C. $y=x-1$. D. $y=x+2$.

Câu 55. Cho hàm số $y=-x^2+5$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M có tung độ $y_0=-1$, với hoành độ $x_0<0$ là kết quả nào sau đây?

A. $y=2\sqrt{6}(x+6)-1$.

B. $y=-2\sqrt{6}(x+6)-1$.

C. $y=2\sqrt{6}(x-6)+1$.

D. $y=2\sqrt{6}(x-6)-1$.

Câu 56. Cho hàm số $y=x^2+5x+4$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) tại các giao điểm của (C) với trục Ox, có phương trình:

A. $y=3x-3$ hoặc $y=-3x+12$.

B. $y=3x+3$ hoặc $y=-3x-12$.

C. $y=2x-3$ hoặc $y=-2x+3$.

D. $y=2x+3$ hoặc $y=-2x-3$.

Câu 57. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ tại điểm có hoành độ bằng 2, có hệ số góc:

A. -1. B. -3. C. 3. D. 5.

Câu 58. Cho đường cong $(C): y=x^3$. Tiếp tuyến của (C) có hệ số góc $k=12$, có phương trình:

A. $y=12x\pm16$. B. $y=12x\pm8$. C. $y=12x\pm2$. D. $y=12x\pm4$.

Câu 59. Cho hàm số $y=x^2-2x+3$ có đồ thị (C). Tại điểm $M(x_0;y_0)\in(C)$, tiếp tuyến có hệ số góc bằng 2 thì x_0+y_0 bằng:

A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 60. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=-\frac{x^3}{3}-2x^2-3x+1$. Có hai tiếp tuyến của (C) cùng có hệ số góc bằng $\frac{3}{4}$. Đó là các tiếp tuyến:

A. $y=\frac{3}{4}x+\frac{29}{24}$ hoặc $y=\frac{3}{4}x+3$.
B. $y=\frac{3}{4}x-\frac{37}{12}$ hoặc $y=\frac{3}{4}x-3$.
C. $y=\frac{3}{4}x+\frac{37}{12}$ hoặc $y=\frac{3}{4}x+\frac{13}{4}$.
D. $y=\frac{3}{4}x-\frac{29}{24}$ hoặc $y=\frac{3}{4}x+3$.

Câu 61. Cho hàm số $y=2x^3+3x^2-4x+5$ có đồ thị là (C). Trong số các tiếp tuyến của (C), có một tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất. Hệ số góc của tiếp tuyến này bằng:

A. $-3{,}5$.
B. $-5{,}5$.
C. $-7{,}5$.
D. $-9{,}5$.

Câu 62. Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $d: y=9x$ có phương trình:

A. $y=9x+40$.
B. $y=9x-40$.
C. $y=9x+32$.
D. $y=9x-32$.

Câu 63. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=x^4+x$. Tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $d: x+5y=0$ có phương trình là:

A. $y=5x-3$.
B. $y=3x-5$.
C. $y=2x-3$.
D. $y=x+4$.

Câu 64. Cho hàm số $y=x^3+3x^2+1$ có đồ thị là (C). Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(1;5)$ và B là giao điểm thứ hai của Δ với (C). Diện tích tam giác OAB bằng:

A. 5.
B. 6.
C. 12.
D. $6\sqrt{82}$.

Câu 65. Cho hàm số $y=4x^3-6x^2+1$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $M(-1;-9)$ có phương trình:

A. $y=24x+15$.
B. $y=\frac{15}{4}x+\frac{21}{4}$.
C. $y=24x+15$ hoặc $y=\frac{15}{4}x-\frac{21}{4}$.
D. $y=24x+33$.

Câu 66. Cho hàm số $y=x^4-3x^2$ có đồ thị là (C). Các tiếp tuyến không song song với trục hoành kẻ từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến (C) là:

A. $y=2x$ hoặc $y=-2x$.
B. $y=x$ hoặc $y=-x$.
C. $y=\frac{4}{3}x$ hoặc $y=-\frac{4}{3}x$.
D. $y=3x$ hoặc $y=-3x$.

Câu 67. Cho hàm số $y=\frac{x^2}{4}-x+1$ có đồ thị (C). Từ điểm $M(2;-1)$ có thể kẻ đến (C) hai tiếp tuyến phân biệt. Hai tiếp tuyến này có phương trình:

A. $y=-x+1$ hoặc $y=x-3$.
B. $y=-x+3$ hoặc $y=x+1$.
C. $y=-x-3$ hoặc $y=x-1$.
D. $y=-x-1$ hoặc $y=x+3$.

Câu 68. Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi d là tiếp tuyến của (C), biết d đi qua điểm $A(4;-1)$. Gọi M là tiếp điểm của d và (C), tọa độ điểm M là:

A. $M(2;5)$, $M(0;-1)$.

B. $M(2;5)$, $M(-2;1)$.

C. $M(0;-1)$, $M(-2;1)$.

D. $M\left(-1;\frac{3}{2}\right)$, $M(-2;1)$.

Câu 69. Cho hàm số $y=\frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C). Trong tất cả các tiếp tuyến của (C), tiếp tuyến thỏa mãn khoảng cách từ giao điểm của hai tiệm cận đến nó là lớn nhất, có phương trình:

A. $y=-x+2$ hoặc $y=-x-2$.

B. $y=-x+2$ hoặc $y=-x-1$.

C. $y=x+2$ hoặc $y=x-2$.

D. $y=-x+1$ hoặc $y=-x-1$.

Câu 70. Từ điểm $A\left(\frac{2}{3};0\right)$ kẻ đến đồ thị hàm số $y=\frac{5}{6}x^3+mx-\frac{2m}{3}$ hai tiếp tuyến vuông góc nhau thì tập tất cả các giá trị của m bằng:

A. $m=\frac{1}{2}$ hoặc $m=2$.

B. $m=-\frac{1}{2}$ hoặc $m=-2$.

C. $m=\frac{1}{2}$ hoặc $m=-2$.

D. $m=-\frac{1}{2}$ hoặc $m=2$.

Câu 71. Cho hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 2 đi qua $M(0;a)$ thì a nhận những giá trị nào?

A. $a=10$.

B. $a=9$.

C. $a=3$.

D. $a=1$.

Câu 72. Cho hàm số $y=x^4-2m^2x^2+2m+1$ có đồ thị (C). Tập tất cả các giá trị của tham số m để tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) và đường thẳng $d: x=1$ song song với đường thẳng $\Delta: y=-12x+4$ là?

A. $m=0$.

B. $m=1$.

C. $m=\pm 2$.

D. $m=3$.

Câu 73. Cho hàm số $y=x^3+x+2$ có đồ thị (C). Để đường thẳng $d: y=4x+m$ tiếp xúc với (C) thì tập tất cả các giá trị của m là:

A. $m=0$ và $m=4$.

B. $m=1$ và $m=2$.

C. $m=3$.

D. Không có giá trị của m.

Câu 74. Cho hàm số $y=x^4-(3m+5)x^2+4$ có đồ thị là (C_m). Để (C_m) tiếp xúc với đường thẳng $y=-6x-3$ tại điểm có hoành độ bằng -1 thì giá trị thích hợp của m:

A. $m=-1$.

B. $m=-2$.

C. $m=2$.

D. Không có giá trị của m.

Câu 75. Cho hàm số $y=\frac{ax+2}{bx+3}$ có đồ thị là (C). Tại điểm $M(-2;-4)$ thuộc (C), tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $d: 7x-y+5=0$. Khi đó biểu thức liên hệ giữa a và b là:

A. $b-2a=0$.

B. $a-2b=0$.

C. $b-3a=0$.

D. $a-3b=0$.

Câu 76. Cho hàm số $y=\dfrac{x+b}{ax-2}$ có đồ thị là (C). Biết rằng a và b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(1;-2)$ song song với đường thẳng $d: 3x+y-4=0$. Khi đó giá trị của $a+b$ bằng:

A. 2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 77. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{2x+3}$ có đồ thị là (C). Nếu (C) đi qua $A(1;1)$ và tại điểm B trên (C) có hoành độ bằng -2, tiếp tuyến của (C) có hệ số góc $k=5$ thì các giá trị của a và b là:

A. $a=2; b=3$. **B.** $a=3; b=2$. **C.** $a=2; b=-3$. **D.** $a=3; b=-2$.

Câu 78. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-1}$ có đồ thị là (C). Nếu (C) đi qua $A(3;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: y=2x-4$, thì các cặp số $(a;b)$ theo thứ tự là:

A. $(2;4)$ hoặc $(10;28)$. **B.** $(2;-4)$ hoặc $(10;-28)$.

C. $(-2;4)$ hoặc $(-10;28)$. **D.** $(-2;-4)$ hoặc $(-10;-28)$.

Câu 79. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2-bx}{x-2}$ có đồ thị là (C). Để (C) qua điểm $A\left(-1;\dfrac{5}{2}\right)$ và tiếp tuyến của (C) tại gốc tọa độ có hệ số góc bằng -3 thì mối liên hệ giữa a và b là:

A. $4a-b=1$. **B.** $a-4b=1$. **C.** $4a-b=0$. **D.** $a-4b=0$.

Vấn đề 4. SỰ ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

Câu 80. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số đơn điệu trên khoảng $(a;b)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $f'(x)\geqslant 0, \forall x\in(a;b)$. **B.** $f'(x)\leqslant 0, \forall x\in(a;b)$.

C. $f'(x)\neq 0, \forall x\in(a;b)$. **D.** $f'(x)$ không đổi dấu trên $(a;b)$.

Câu 81. Phát biểu nào sau đây là sai về tính đơn điệu của hàm số?

A. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là đồng biến trên miền $D \Leftrightarrow \forall x_1,x_2\in D$ và $x_1<x_2$, ta có: $f(x_1)<f(x_2)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là đồng biến trên miền $D \Leftrightarrow \forall x_1,x_2\in D$ và $x_1<x_2$, ta có: $f(x_1)>f(x_2)$.

C. Nếu $f'(x)>0, \forall x\in(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\geqslant 0, \forall x\in(a;b)$.

Câu 82. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$.

Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $\forall x_1,x_2\in(a;b)$:

$$x_1>x_2\Leftrightarrow f(x_1)<f(x_2).$$

B. Hàm số $y=f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $\forall x_1,x_2\in(a;b)$:

$$x_1>x_2\Leftrightarrow f(x_1)>f(x_2).$$

C. Hàm số $y=f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $\forall x_1,x_2\in(a;b)$:

$$x_1<x_2\Leftrightarrow f(x_1)<f(x_2).$$

D. Hàm số $y=f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $\forall x_1,x_2\in(a;b)$:

$$x_1>x_2\Leftrightarrow f(x_1)>f(x_2).$$

Câu 83. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $(a;b)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)<0,\forall x\in(a;b)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\leqslant 0,\forall x\in(a;b)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\geqslant 0,\forall x\in(a;b)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\geqslant 0,\forall x\in(a;b)$ và $f'(x)=0$ tại hữu hạn giá trị $x\in(a;b)$.

Câu 84. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $(a;b)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)>0,\forall x\in(a;b)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\geqslant 0,\forall x\in(a;b)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\leqslant 0,\forall x\in(a;b)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\leqslant 0,\forall x\in(a;b)$ và $f'(x)=0$ tại hữu hạn giá trị $x\in(a;b)$.

Câu 85. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $(a;b)$. Phát biểu nào sau đây là sai?

A. Hàm số $y=f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a;b)$

khi và chỉ khi $\forall x_1,x_2\in(a;b)$: $x_1>x_2\Leftrightarrow f(x_1)>f(x_2)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a;b)$

khi và chỉ khi $\forall x_1,x_2\in(a;b),x_1\neq x_2$: $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_2-x_1}>0$.

C. Hàm số $y=f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)>0,\forall x\in(a;b)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a;b)$

khi và chỉ khi $f'(x)\geqslant 0,\forall x\in(a;b)$ và $f'(x)=0$ tại hữu hạn giá trị $x\in(a;b)$.

Câu 86. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $(a;b)$. Phát biểu nào sau đây là sai?

A. Hàm số $y=f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a;b)$

khi và chỉ khi $\forall x_1,x_2\in(a;b)$: $x_1>x_2\Leftrightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)<0, \forall x\in(a;b)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\leqslant 0, \forall x\in(a;b)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\leqslant 0, \forall x\in(a;b)$ và $f'(x)=0$ tại hữu hạn giá trị $x\in(a;b)$.

Câu 87. Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục và đồng biến trên khoảng $(-1;2)$ thì hàm số $y=f(x+2)$ luôn đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-1;2)$. B. $(1;4)$. C. $(-3;0)$. D. $(-2;4)$.

Câu 88. Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục và đồng biến trên khoảng $(0;2)$ thì hàm số $y=f(2x)$ luôn đồng biến trên khoảng nào?

A. $(0;2)$. B. $(0;4)$. C. $(0;1)$. D. $(-2;0)$.

Câu 89. Cho hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số $y=f(x+1)$ đồng biến trên $(a;b)$.

B. Hàm số $y=-f(x)-1$ nghịch biến trên $(a;b)$.

C. Hàm số $y=-f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$.

D. Hàm số $y=f(x)+1$ đồng biến trên $(a;b)$.

Câu 90. Hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-x^2+x$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\mathbb{R}$. B. $(-\infty;1)$.

C. $(1;+\infty)$. D. $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 91. Chỉ ra khoảng nghịch biến của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+m$ trong các khoảng dưới đây:

A. $(-1;3)$. B. $(-\infty;-3)$ hoặc $(1;+\infty)$.

C. $\mathbb{R}$. D. $(-\infty;-1)$ hoặc $(3;+\infty)$.

Câu 92. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên toàn trục số?

A. $y=x^3-3x^2$. B. $y=-x^3+3x^2-3x+2$.

C. $y=-x^3+3x+1$. D. $y=x^3$.

Câu 93. Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi:

A. $\left[\begin{array}{l}a=b=0;\ c>0\\ b^2-3ac\leqslant 0\end{array}\right.$. B. $\left[\begin{array}{l}a=b=c=0\\ a>0;\ b^2-3ac<0\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}a=b=0;\ c>0\\ a>0;\ b^2-3ac\leqslant 0\end{array}\right.$. D. $\left[\begin{array}{l}a=b=0;\ c>0\\ a>0;\ b^2-3ac\geqslant 0\end{array}\right.$.

Câu 94. Hàm số $y=x^3+mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi:

A. Chỉ khi $m=0$. B. Chỉ khi $m\geqslant 0$. C. Chỉ khi $m\leqslant 0$. D. Với mọi m.

Câu 95. Tìm m lớn nhất để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(4m-3)x+2017$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $m=1$. **B.** $m=2$. C. Đáp án khác. **D.** $m=3$.

Câu 96. Hàm số $y=\frac{m}{3}x^3-2x^2+(m+3)x+m$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì giá trị m nhỏ nhất là:

A. $m=-4$. **B.** $m=0$. C. $m=-2$. **D.** $m=1$.

Câu 97. Hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+(m-1)x+7$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì điều kiện của m là:

A. $m>1$. **B.** $m=2$. C. $m\leqslant 1$. **D.** $m\geqslant 2$.

Câu 98. Hàm số $y=(m+2)\frac{x^3}{3}-(m+2)x^2+(m-8)x+m^2-1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì:

A. $m<-2$. **B.** $m>-2$. C. $m\leqslant -2$. **D.** $m\geqslant -2$.

Câu 99. Cho hàm số $y=x^3-(m+1)x^2-(2m^2-3m+2)x+2m(2m-1)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số luôn nghịch biến. B. Hàm số luôn đồng biến.

C. Hàm số không đơn điệu trên $\mathbb{R}$. D. Các khẳng định A, B, C đều sai.

Câu 100. Hàm số $y=x^3-(m+1)x^2-(2m^2-3m+2)x+2m(2m-1)$ đồng biến trên miền $[2;+\infty)$ khi:

A. $m<5$. B. $-2\leqslant m\leqslant \frac{3}{2}$. C. $m>-2$. D. $m<\frac{3}{2}$.

Câu 101. Tập tất cả các giá trị của m để hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+(m-1)x^2+(m+3)x-10$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$ là:

A. $m=0$. B. $m\leqslant \frac{12}{7}$. C. $m\geqslant \frac{12}{7}$. D. m tùy ý.

Câu 102. Biết rằng hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+3(m-1)x^2+9x+1$ nghịch biến trên $(x_1;x_2)$ và đồng biến trên các khoảng còn lại của tập xác định. Nếu $|x_1-x_2|=6\sqrt{3}$ thì giá trị m là:

A. -1. B. 3. C. -3 hoặc 1. D. -1 hoặc 3.

Câu 103. Giá trị của m để hàm số $y=x^3+3x^2+mx+m$ giảm trên đoạn có độ dài bằng 1 là:

A. $m=-\frac{9}{4}$. B. $m=3$. C. $m\leqslant 3$. D. $m=\frac{9}{4}$.

Câu 104. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Hàm số $y=2x^4+1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$. B. $(0;+\infty)$. C. $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. D. $(-\infty;0)$.

Câu 105. Cho $y=2x^4-4x^2$. Hãy chọn mệnh đề sai trong bốn phát biểu sau:

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$, $y'<0$ nên hàm số nghịch biến.

D. Trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$, $y'>0$ nên hàm số đồng biến.

Câu 106. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$:

A. $y=x^3+3x^2-4$. **B.** $y=-x^3+x^2-2x-1$.

C. $y=-x^4+2x^2-2$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Câu 107. Hàm số $y=x^4-2(m-1)x^2+m-2$ đồng biến trên $(1;3)$ khi:

A. $m\in[-5;2)$. **B.** $m\in(-\infty;2]$. **C.** $m\in(-\infty;-5)$. **D.** $m\in(2;+\infty)$.

Câu 108. Hàm số $y=x^4-2mx^2$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$ khi:

A. $m\leqslant 0$. **B.** $m=1$. **C.** $m>0$. **D.** $m\neq 0$.

Câu 109. Các khoảng nghịch biến của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

C. $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 110. Hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ luôn:

A. Đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Đồng biến trên từng khoảng xác định. **D.** Nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Câu 111. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

A. $y=\dfrac{x-2}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{-x+2}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{-x+2}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{-x+2}$.

Câu 112. Nếu hàm số $y=\dfrac{(m-1)x+1}{2x+m}$ nghịch biến thì giá trị của m là:

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 113. Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$ khi và chỉ khi:

A. $m>2$. **B.** $m\geqslant 1$. **C.** $m\geqslant 2$. **D.** $m>1$.

Câu 114. Hàm số $y=\dfrac{(m+1)x+2m+2}{x+m}$ nghịch biến trên $(-1;+\infty)$ khi:

A. $m<1$. **B.** $m>2$. **C.** $1\leqslant m<2$. **D.** $-1<m<2$.

Câu 115. Hàm số $y=\dfrac{x^2-mx-1}{1-x}$ nghịch biến trên các khoảng xác định khi:

A. $m<0$. **B.** $m\geqslant 0$. **C.** $m=0$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

Câu 116. Tìm điều kiện của a,b để hàm số $y=2x+a\sin x+b\cos x$ luôn luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $a^2+b^2\leqslant 2$. B. $a^2+b^2\geqslant 2$. C. $a^2+b^2\leqslant 4$. D. $a^2+b^2\geqslant 4$.

Câu 117. Giá trị của b để hàm số $f(x)=\sin x-bx+c$ nghịch biến trên toàn trục số là:

A. $b\geqslant 1$. B. $b<1$. C. $b=1$. D. $b\leqslant 1$.

Câu 118. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $m\leqslant 0$ hoặc $1\leqslant m<2$. B. $m\leqslant 0$.

C. $1\leqslant m<2$. D. $m\geqslant 2$.

Câu 119. Cho hàm số $y=\sqrt{1-x^2}$. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau:

A. Hàm số đồng biến trên $[0;1]$

B. Hàm số đồng biến trên toàn tập xác định

C. Hàm số nghịch biến trên $[0;1]$

D. Hàm số nghịch biến trên toàn tập xác định.

Câu 120. Cho hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. B. $(0;1)$. C. $(1;2)$. D. $(-1;1)$.

Câu 121. Cho hàm số $y=\sqrt{x^3-3x}$. Hãy chọn câu đúng:

A. Tập xác định $D=\left[-\sqrt{3};0\right]\cup\left[\sqrt{3};+\infty\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;\sqrt{3}\right)$ và $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$.

Câu 122. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. B. $y=2x-\cos 2x-5$.

C. $y=x^3-2x^2+x+1$. D. $y=\sqrt{x^2-x+1}$.

Câu 123. Hàm số nào sau đây là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=(x-1)^2-3x+2$. B. $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

C. $y=\dfrac{x}{x+1}$. D. $y=\tan x$.

Câu 124. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Hàm số $y=2x+\cos x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y=-x^3-3x+1$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

D. Hàm số $y=2x^4+x^2+1$ luôn nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

Vấn đề 5. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Câu 125. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0.

B. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi x_0 là nghiệm của đạo hàm.

C. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)=0$ thì x_0 không phải là cực trị của hàm số $y=f(x)$ đã cho.

D. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0.

Câu 126. Cho khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0, hàm số $f(x)$ có đạo hàm trong khoảng $(a;b)$ (có thể từ điểm x_0). Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

A. Nếu $f(x)$ không có đạo hàm tại x_0 thì $f(x)$ không đạt cực trị tại x_0.

B. Nếu $f'(x)=0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

C. Nếu $f'(x)=0$ và $f''(x)=0$ thì $f(x)$ không đạt cực trị tại điểm x_0.

D. Nếu $f'(x)=0$ và $f''(x)\neq 0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

Câu 127. Phát biểu nào dưới đây là sai?

A. Nếu tồn tại số h sao cho $f(x)<f(x_0)$ với mọi $x\in(x_0-h;x_0+h)$ và $x\neq x_0$, ta nói rằng hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0.

B. Giả sử $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $K=(x_0-h;x_0+h)$ và có đạo hàm trên K hoặc trên $K\setminus\{x_0\}$, với $h>0$. Khi đó nếu $f'(x)<0$ trên $(x_0-h;x_0)$ và $f'(x)>0$ trên khoảng $(x_0;x_0+h)$ thì x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.

C. $x=a$ là hoành độ điểm cực tiểu khi và chỉ khi $y'(a)=0; y''(a)>0$.

D. Nếu $M(x_0;f(x_0))$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số thì $y_0=f(x_0)$ được gọi là giá trị cực trị của hàm số.

Câu 128. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(a;b)$. Tìm mệnh đề sai?

A. Nếu $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên khoảng $(a;b)$.

B. Nếu $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên khoảng $(a;b)$.

C. Nếu $f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x_0\in(a;b)$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0;f(x_0))$ song song hoặc trùng với trục hoành.

D. Nếu $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0 \in (a;b)$ thì $f(x)$ đồng biến trên $(a;x_0)$ và nghịch biến trên $(x_0;b)$.

Câu 129. Cho khoảng $(a;b)$ chứa m. Hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(a;b)$.

Có các phát biểu sau đây:

(1) m là điểm cực trị của hàm số khi $f'(m) = 0$.

(2) $f(x) \geqslant f(m), \forall x \in (a;b)$ thì $x = m$ là điểm cực tiểu của hàm số.

(3) $f(x) < f(m), \forall x \in (a;b) \setminus \{m\}$ thì $x = m$ là điểm cực đại của hàm số.

(4) $f(x) \geqslant M, \forall x \in (a;b)$ thì M được gọi là giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(a;b)$.

Số phát biểu đúng là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 130. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$?

A. $y_{CD} = 4$. B. $y_{CD} = 1$. C. $y_{CD} = 0$. D. $y_{CD} = -1$.

Câu 131. Hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$ đạt cực trị khi:

A. $\left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = -\frac{1}{3} \end{array}\right.$. B. $\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \frac{10}{3} \end{array}\right.$. C. $\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\frac{10}{3} \end{array}\right.$. D. $\left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = \frac{1}{3} \end{array}\right.$.

Câu 132. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có hai điểm cực trị là:

A. $(0;0)$ hoặc $(1;-2)$. B. $(0;0)$ hoặc $(2;4)$.

C. $(0;0)$ hoặc $(2;-4)$. D. $(0;0)$ hoặc $(-2;-4)$.

Câu 133. Hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ đạt cực đại tại:

A. $x = -1$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 134. Hàm số $y = x^3 + 4x^2 - 3x + 7$ đạt cực tiểu tại x_{CT}. Kết luận nào sau đây đúng ?

A. $x_{CT} = \frac{1}{3}$. B. $x_{CT} = -3$. C. $x_{CT} = -\frac{1}{3}$. D. $x_{CT} = 1$.

Câu 135. Hệ thức liên hệ giữa giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^3 - 3x$ là:

A. $y_{CT} = 2y_{CD}$. B. $y_{CT} = \frac{3}{2}y_{CD}$. C. $y_{CT} = y_{CD}$. D. $y_{CT} = -y_{CD}$.

Câu 136. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$. Nếu hàm số đạt cực đại tại x_1 và cực tiểu tại x_2 thì tích của $y(x_1).y(x_2)$ có giá trị bằng:

A. -302. B. -82. C. -207. D. 25.

Câu 137. Khoảng cách giữa hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y = (x+1)(x-2)^2$ là:

A. $2\sqrt{5}$. B. 2. C. 4. D. $5\sqrt{2}$.

Câu 138. Trong các đường thẳng dưới đây, đường thẳng nào đi qua trung điểm đoạn thẳng nối các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$?

A. $y = 2x - 3$. **B.** $y = -\frac{x}{3} + \frac{1}{3}$. **C.** $y = 2x + 3$. **D.** $y = -2x - 1$.

Câu 139. Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6mx + m$ có hai điểm cực trị khi m thỏa mãn điều kiện:

A. $0 < m < 2$. B. $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 8 \end{array}\right.$. C. $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 2 \end{array}\right.$. D. $0 < m < 8$.

Câu 140. Hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 + x^2 + x + 2017$ có cực trị khi và chỉ khi:

A. $m \leqslant 1$. **B.** $\begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m \leqslant 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$. **D.** $m < 1$.

Câu 141. Với điều kiện nào của a và b để hàm số $y = (x+a)^3 + (x+b)^3 - x^3$ đạt cực đại và cực tiểu ?

A. $ab > 0$. **B.** $ab < 0$. **C.** $ab \geqslant 0$. **D.** $ab \leqslant 0$.

Câu 142. Hàm số $y = (m-3)x^3 - 2mx^2 + 3$ không có cực trị khi:

A. $m = 3$. **B.** $m = 0$ hoặc $m = 3$. **C.** $m = 0$. **D.** $m \neq 3$.

Câu 143. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(3m+2)x^2 + (2m^2 + 3m + 1)x - 4$ đạt cực trị tại $x = 3$ hoặc $x = 5$, ta được.

A. $m = 0$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 3$.

Câu 144. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Nếu đồ thị hàm số có hai hai điểm cực trị là gốc tọa độ O và điểm $A(2;-4)$ thì phương trình của hàm số là:

A. $y = -3x^3 + x^2$. **B.** $y = -3x^3 + x$. **C.** $y = x^3 - 3x$. **D.** $y = x^3 - 3x^2$.

Câu 145. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - m$ có các giá trị cực trị trái dấu:

A. -1 và 0. **B.** $(-\infty;0) \cup (-1;+\infty)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $[0;1]$.

Câu 146. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx + m^3$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho độ dài $AB = \sqrt{2}$.

A. $m = 0$. **B.** $m = 0$ hoặc $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 2$.

Câu 147. Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + (m^2 - 3)x + 1$ đạt cực trị tại $x = -1$ thì m bằng:

A. $m = 0$. **B.** $m = -2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -2 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 2 \end{array}\right.$.

Câu 148. Biết hàm số $y = 3x^3 - mx^2 + mx - 3$ có một điểm cực trị $x = -1$. Khi đó, hàm số đạt cực trị tại điểm khác có hoành độ là:

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** Đáp số khác.

Câu 149. Nếu $x=-1$ là điểm cực tiểu của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+5$ thì tập tất cả các giá trị của m có thể nhận được là:

A. 1. B. -3. C. 1 hoặc -3. D. $[-3;1]$.

Câu 150. Hàm số $y=ax^3-ax^2+1$ có điểm cực tiểu $x=\frac{2}{3}$ khi điều kiện của a:

A. $a=0$. B. $a>0$. C. $a=2$. D. $a<0$.

Câu 151. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x-m^3+m$. Giá trị của m để $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=7$ là:

A. $m=0$. B. $m=\pm\frac{9}{2}$. C. $m=\pm\frac{1}{2}$. D. $m=\pm 2$.

Câu 152. Giá trị của m để hàm số $y=4x^3+mx^2-3x$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+4x_2=0$ là:

A. $m=\pm\frac{9}{2}$. B. $m=\pm\frac{3}{2}$. C. $m=0$. D. $m=\pm\frac{1}{2}$.

Câu 153. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-9x+m$ có phương trình:

A. $y=-8x+m$. B. $y=-8x+m-3$. C. $y=-8x+m+3$. D. $y=-8x-m+3$.

Câu 154. Nếu $x=1$ là hoành độ trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m+2)x^2+(2m+3)x+2017$ thì tập tất cả các giá trị của m là:

A. $m=-1$. B. $m\neq -1$. C. $m=-\frac{3}{2}$. D. Không có giá trị m.

Câu 155. Giá trị của m để khoảng cách từ điểm $M(0;3)$ đến đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3+3mx+1$ bằng $\frac{2}{\sqrt{5}}$ là:

A. $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-1\end{array}\right.$. B. $m=-1$. C. $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=3\end{array}\right.$. D. Không tồn tại m.

Câu 156. Cho hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x-1$. Xác định m để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2;3)$.

A. $m\in(-1;3)\cup(3;4)$. B. $m\in(1;3)$.

C. $m\in(3;4)$. D. $m\in(-1;4)$.

Câu 157. Để hàm số $y=x^3+6x^2+3(m+2)x-m-6$ có cực đại, cực tiểu tại x_1, x_2 sao cho $x_1<-1<x_2$ thì giá trị của m là:

A. $m>1$. B. $m<1$. C. $m>-1$. D. $m<-1$.

Câu 158. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m+2)x$ có hai điểm cực trị nằm trong khoảng $(0;+\infty)$?

A. $m>2$. B. $m<2$. C. $m=2$. D. $0<m<2$.

Câu 159. Với các giá trị nào của m thì hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+1$ có các điểm cực trị nhỏ hơn 2 ?

A. $m>0$. B. $m<1$. C. $\left[\begin{array}{l}m<0\\m>1\end{array}\right.$. D. $0<m<1$.

Câu 160. Cho hàm số $y=2x^3-3(2a+1)x^2+6a(a+1)x+2$. Nếu gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số thì giá trị $|x_2-x_1|$ bằng:

A. $a+1$. B. a. C. $a-1$. D. 1.

Câu 161. Cho hàm số $y=2x^3+mx^2-12x-13$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có điểm cực đại, cực tiểu cách đều trục tung ?

A. 2. B. -1. C. 1. D. 0.

Câu 162. Đồ thị hàm số $y=-x^3+3mx^2-3m-1$ có hai điểm cực đại, cực tiểu đối xứng với nhau qua đường thẳng $d: x+8y-74=0$ thì tập tất cả các giá trị của m :

A. $m=1$. B. $m=-2$. C. $m=-1$. D. $m=2$.

Câu 163. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m+1)x^2+(2m+1)x-\frac{4}{3}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số $m>0$ để đồ thị hàm số có điểm cực đại thuộc trục hoành?

A. $m=\frac{1}{2}$. B. $m=1$. C. $m=\frac{3}{4}$. D. $m=\frac{4}{3}$.

Câu 164. Cho hàm số $y=x^3+3x^2+mx+m-2$ với m là tham số, có đồ thị là (C_m). Xác định m để (C_m) có các điểm cực đại và cực tiểu nằm về hai phía đối với trục hoành ?

A. $m<2$. B. $m\leqslant 3$. C. $m<3$. D. $m\leqslant 2$.

Câu 165. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(2m-1)x-3$ với m là tham số, có đồ thị là (C_m). Xác định m để (C_m) có các điểm cực đại và cực tiểu nằm về cùng một phía đối với trục tung ?

A. $m\leqslant\frac{1}{2}$. B. $m>1$. C. $\begin{cases}m>\frac{1}{2}\\m\neq 1\end{cases}$. D. $\begin{cases}m>1\\m\neq\frac{1}{2}\end{cases}$.

Câu 166. Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ đạt cực trị tại x_1, x_2 nằm hai phía trục tung khi và chỉ khi:

A. $a>0,\ b<0,\ c>0$. B. a và c trái dấu.

C. $b^2-12ac\geqslant 0$. D. $b^2-12ac>0$.

Câu 167. Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^2-2$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho $I(1;0)$ là trung điểm của AB.

A. $m=0$. B. $m=-1$. C. $m=1$. D. $m=2$.

Câu 168. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+2$ có hai điểm cực trị A, B sao cho A, B và $M(1;-2)$ thẳng hàng.

A. $m=0$. B. $m=\sqrt{2}$. C. $m=-\sqrt{2}$. D. $m=\pm\sqrt{2}$.

Câu 169. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y=-x^3+3mx+1$ có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O, với O là gốc tọa độ?

A. $m=-1$. B. $m>0$. C. $m=\frac{1}{2}$. D. $m=0$.

Câu 170. Đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2+3$ có

A. 1 điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

B. 1 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

C. 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

D. 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

Câu 171. Đồ thị hàm số $y=x^4-x^2+1$ có bao nhiêu điểm cực trị có tung độ dương?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 172. Cho hàm số $f(x)=(x^2-3)^2$. Giá trị cực đại của hàm số $f'(x)$ bằng:

A. 8. B. -8. C. 0. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 173. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a\neq 0)$. Trong điều kiện nào sau đây thì hàm số có ba cực trị:

A. a, b cùng dấu và c bất kì. B. a, b trái dấu và c bất kì.

C. $b=0$ và a, c bất kì. D. $c=0$ và a, b bất kì.

Câu 174. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+1$ $(a\neq 0)$. Để hàm số có một cực tiểu và hai cực đại thì a, b cần thỏa mãn:

A. $a<0, b<0$. B. $a<0, b>0$. C. $a>0, b<0$. D. $a>0, b>0$.

Câu 175. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+1$ $(a\neq 0)$. Để hàm số chỉ có một cực trị và là cực tiểu thì a, b cần thỏa mãn:

A. $a<0, b\leqslant 0$. B. $a<0, b>0$. C. $a>0, b<0$. D. $a>0, b\geqslant 0$.

Câu 176. Hàm số $y=x^4+2mx^2+m^2+m$ có ba cực trị khi:

A. $m=0$. B. $m>0$. C. $m<0$. D. $m\neq 0$.

Câu 177. Đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+ax+b$ có điểm cực tiểu $A(2;-2)$. Tìm tổng $(a+b)$.

A. -14. B. 14. C. -20. D. 34.

Câu 178. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có điểm đại $A(0;-3)$ và có điểm cực tiểu $B(-1;-5)$. Khi đó giá trị của a, b, c lần lượt là:

A. $-3;-1;-5$. **B.** $2;-4;-3$. **C.** $2;4;-3$. **D.** $-2;4;-3$.

Câu 179. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m^2 - m + 1)x^2 + m - 1$ có một điểm cực đại, hai điểm cực tiểu và thỏa mãn khoảng cách giữa hai điểm cực tiểu ngắn nhất.

A. $m = -\frac{1}{2}$. **B.** $m = \frac{1}{2}$. **C.** $m = \frac{3}{2}$. **D.** $m = -\frac{3}{2}$.

Câu 180. Cho hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 - 4$ có đồ thị là (C_m). Tìm các giá trị của m để tất cả các điểm cực trị của (C_m) đều nằm trên các trục tọa độ.

A. $m \leqslant 0$. **B.** $m = 2$. **C.** $m > 0$. **D.** $m \leqslant 0$ hoặc $m = 2$.

Câu 181. Giá trị của tham số m bằng bao nhiêu để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị $A(0;1)$, B, C thỏa mãn $BC = 4$?

A. $m = \pm 4$. **B.** $m = \sqrt{2}$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = \pm\sqrt{2}$.

Câu 182. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$, với m là tham số thực. Tìm m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông.

A. $m = -1$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 1$. **D.** Đáp án khác.

Câu 183. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác vuông cân.

A. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **D.** $m = 1$.

Câu 184. Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - (3m+1)x^2 + 2(m+1)$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có trọng tâm là gốc tọa độ.

A. $m = -\frac{2}{3}$. **B.** $m = \frac{2}{3}$. **C.** $m = -\frac{1}{3}$. **D.** $m = \frac{1}{3}$.

Câu 185. Hàm số $y = \dfrac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ có cực đại và cực tiểu thì điều kiện của m là:

A. $m < 0$. **B.** $m = 0$. **C.** $m \in \mathbb{R}$. **D.** $m > 0$.

Câu 186. Hàm số $y = \dfrac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực đại tại $x = 2$ khi giá trị thực m bằng:

A. -1. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 187. Điểm cực trị của hàm số $y = \sin 2x - x$ là:

A. $x_{CĐ} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \; (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x_{CT} = -\frac{\pi}{3} + k\pi \; (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x_{CĐ} = \frac{\pi}{6} + k\pi; \; x_{CT} = -\frac{\pi}{6} + k\pi \; (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x_{CĐ} = \frac{\pi}{3} + k\pi \; (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 188. Giá trị cực đại của hàm số $y=x+2\cos x$ trên khoảng $(0;\pi)$ là:

A. $\frac{5\pi}{6}+\sqrt{3}$. B. $\frac{5\pi}{6}-\sqrt{3}$. C. $\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}$. D. $\frac{\pi}{6}-\sqrt{3}$.

Câu 189. Cho hàm số $y=\sin x-\sqrt{3}\cos x$. Khẳng định nào sau đây sai:

A. $x=\frac{5\pi}{6}$ là một nghiệm của phương trình.

B. Trên khoảng $(0;\pi)$ hàm số có duy nhất một cực trị.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\frac{5\pi}{6}$.

D. $y+y''=0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 190. Hàm số $y=\sin 3x+m\sin x$ đạt cực đại tại $x=\frac{\pi}{3}$ khi m bằng:

A. 5. B. -6. C. 6. D. -5.

Câu 191. Biết hàm số $y=a\sin x+b\cos x+x$ $(0<x<2\pi)$ đạt cực trị tại $x=\frac{\pi}{3}$; $x=\pi$.

Khi đó tổng $a+b$ bằng:

A. 3. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}+1$. C. $\sqrt{3}+1$. D. $\sqrt{3}-1$.

Câu 192. Tìm các điểm cực trị của hàm số $y=x^2\sqrt{x^2+2}$.

A. $x_{CT}=1$. B. $x_{CT}=0$. C. $x_{CD}=-1$. D. $x_{C2}=2$.

Câu 193. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 194. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được đo bởi công thức $G(x)=0,025x^2(30-x)$ trong đó x(mg) và $x>0$ là liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân. Để huyết áp giảm nhiều nhất thì cần tiêm cho bệnh nhân một liều lượng bằng:

A. 15mg. B. 30mg. C. 40mg. D. 20mg.

Vấn đề 6. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

Câu 195. Xét hàm số $y=\sqrt{4-3x}$ trên đoạn $[-1;1]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên đoạn $[-1;1]$.

B. Hàm số có cực trị trên khoảng $(-1;1)$.

C. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1;1]$.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 1 khi $x=1$, giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{7}$ khi $x=-1$.

Câu 196. Khi tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{-x^2+3x+4}$, một học sinh làm như sau:

(1). Tập xác định $D=[-1;4]$ và $y'=\dfrac{-2x+3}{\sqrt{-x^2+3x+4}}$.

(2). Hàm số không có đạo hàm tại $x=-1;x=4$ và $\forall x\in(-1;4): y'=0\Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$.

(3). Kết luận: Giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\dfrac{5}{2}$ khi $x=\dfrac{3}{2}$ và giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi $x=-1;x=4$.

Cách giải trên:

A. Sai ở bước (3).

B. Sai từ bước (1).

C. Sai từ bước (2).

D. Cả ba bước $(1),(2),(3)$ đều đúng.

Câu 197. Khi tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=x+\sqrt{2-x^2}$, một học sinh làm như sau:

(1). Tập xác định: $D=[-\sqrt{2};\sqrt{2}]$ và $y'=\dfrac{\sqrt{2-x^2}-x}{\sqrt{2-x^2}}$.

(2). $y'=0\Leftrightarrow\sqrt{2-x^2}-x=0\Leftrightarrow\begin{cases}x\geqslant 0\\2-x^2=x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=1$.

(3). Kết luận: Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2 khi $x=1$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-\sqrt{2}$ khi $x=-\sqrt{2}$.

Cách giải trên:

A. Sai từ bước (1).

B. Sai từ bước (2).

C. Sai ở bước (3).

D. Cả ba bước $(1),(2),(3)$ đều đúng.

Câu 198. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x\sqrt{4-x^2}$ lần lượt là:

A. 0 và 2. **B.** $-\sqrt{2}$ và $\sqrt{2}$. **C.** -2 và 2. **D.** 0 và $\sqrt{2}$.

Câu 199. Cho hàm số $y=\sqrt{x+\frac{1}{x}}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(0;+\infty)$ bằng:

A. $\sqrt{2}$. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 200. Gọi m là giá trị nhỏ nhất và M là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=2x^3+3x^2-1$ trên đoạn $\left[-2;-\frac{1}{2}\right]$. Khi đó giá trị của $M-m$ bằng:

A. -5. B. 1. C. 4. D. 5.

Câu 201. Trên đoạn $[-1;1]$, hàm số $y=-\frac{4}{3}x^3-2x^2-x-3$

A. Có giá trị nhỏ nhất tại $x=-1$ và giá trị lớn nhất tại $x=1$.

B. Có giá trị nhỏ nhất tại $x=1$ và giá trị lớn nhất tại $x=-1$.

C. Có giá trị nhỏ nhất tại $x=-1$ và không có giá trị lớn nhất.

D. Không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất tại $x=1$.

Câu 202. **(ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$.

A. $\min\limits_{[2;4]} y=6$. B. $\min\limits_{[2;4]} y=-2$. C. $\min\limits_{[2;4]} y=-3$. D. $\min\limits_{[2;4]} y=\frac{19}{3}$.

Câu 203. Trong các số dưới đây, đâu là số ghi giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\left|x^2+4x-5\right|$ trên đoạn $[-6;6]$?

A. 0. B. 9. C. 55. D. 110.

Câu 204. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\left|x^2-3x+2\right|-x$ trên đoạn $[-4;4]$ bằng:

A. 2. B. 17. C. 34. D. 68.

Câu 205. Cho hàm số $y=x^2+\frac{2}{x}$. Với $x>0$ hàm số:

A. Có giá trị nhỏ nhất là -1. B. Có giá trị nhỏ nhất là 0.

C. Có giá trị nhỏ nhất là 3. D. Không có giá trị nhỏ nhất.

Câu 206. Tập giá trị của hàm số $y=x^2+\frac{2}{x}$ với $x\in[3;5]$ là:

A. $\left[\frac{38}{3};\frac{526}{15}\right]$. B. $\left[\frac{38}{3};\frac{142}{5}\right]$. C. $\left[\frac{29}{3};\frac{127}{5}\right]$. D. $\left[\frac{29}{3};\frac{526}{15}\right]$.

Câu 207. Gọi $T=[a;b]$ là tập giá trị của hàm số $f(x)=x+\frac{9}{x}$ với $x\in[2;4]$. Khi đó $b-a$?

A. 6. B. $\frac{13}{2}$. C. $\frac{25}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 208. Trên đoạn $[-1;2]$. Hàm số $y=-x-\frac{4}{x}$:

A. Có giá trị nhỏ nhất là -4 và giá trị lớn nhất là 2.

B. Có giá trị nhỏ nhất là -4 và không có giá trị lớn nhất.

C. Không có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất là 2.

D. Không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

Câu 209. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2\cos^3 x-\frac{9}{2}\cos^2 x+3\cos x+\frac{1}{2}$ là:

A. 1. B. -24. C. -12. D. -9.

Câu 210. Khi tìm giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^4 x+\cos^2 x$. Một học sinh làm như sau

(I). Với mọi x ta đều có $0\leqslant \sin^4 x\leqslant 1$ (1) và $0\leqslant \cos^2 x\leqslant 1$ (2).

(II). Cộng (1) và (2) theo vế ta được $0\leqslant \sin^4 x+\cos^2 x\leqslant 2$.

(III). Vậy GTLN của hàm số là 2 và GTNN của hàm số là 0.

Cách giải trên

A. Sai từ bước (I). B. Sai từ bước (II).

C. Sai từ bước (III). D. Cả ba bước (I), (II) và (III) đều sai.

Câu 211. Trên nửa khoảng $[0;+\infty)$, hàm số $f(x)=x^3+x-\cos x-4$:

A. Có giá trị lớn nhất là -5, không có giá trị nhỏ nhất.

B. Không có giá trị lớn nhất, có giá trị nhỏ nhất là -5.

C. Có giá trị lớn nhất là -5, giá trị nhỏ nhất là -5.

D. Không có giá trị lớn nhất, không có giá trị nhỏ nhất.

Câu 212. Giá trị nào sau đây của x để tại đó hàm số $y=x^3-3x^2-9x+28$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;4]$?

A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 213. Hàm số nào sau đây không có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên $[-2;2]$?

A. $y=x^3+2$. B. $y=x^4+x^2$. C. $y=\frac{x-1}{x+1}$. D. $y=-x+1$.

Câu 214. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{x-m^2}{x+1}$ trên $[0;1]$ bằng:

A. $\frac{1+m^2}{2}$. B. $-m^2$. C. $\frac{1-m^2}{2}$. D. Đáp án khác.

Câu 215. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x+m^2}{x-1}$ trên $[-1;0]$ bằng:

A. $\frac{m^2-1}{2}$. B. $-m^2$. C. $\frac{1-m^2}{2}$. D. Đáp án khác.

Câu 216. Trên đoạn $[-1;1]$, hàm số $y=-x^3-3x^2+a$ có giá trị nhỏ nhất bằng 0 thì a bằng:

A. $a=2$. B. $a=6$. C. $a=0$. D. $a=4$.

Câu 217. Giá trị lớn nhất của m để hàm số $f(x)=\frac{x-m^2}{x+8}$ có giá trị nhỏ nhất trên $[0;3]$ bằng -2?

A. $m=4$. B. $m=5$. C. $m=-4$. D. $m=1$.

Câu 218. Với giá trị nào của m thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x-1}{x+m^2}$ trên đoạn $[2;5]$ bằng $\frac{1}{6}$?

A. $m=\pm 1$. B. $m=\pm 2$. C. $m=\pm 3$. D. $m=4$.

Câu 219. Đâu là số ghi giá trị của m trong các số dưới đây, nếu 10 là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^2+4x-m$ trên đoạn $[-1;3]$?

A. 3. B. -6. C. -7. D. -8.

Câu 220. Tìm các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{x-m^2+m}{x+1}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -2?

A. $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=2\end{array}\right.$. B. $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-2\end{array}\right.$. C. $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=-2\end{array}\right.$. D. $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=2\end{array}\right.$.

Câu 221. Trong tất cả các hình chữ nhật có diện tích S thì hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. $2\sqrt{S}$. B. $4\sqrt{S}$. C. $2S$. D. $4S$.

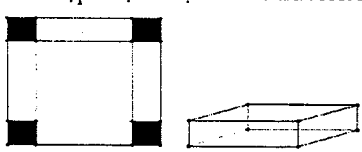
Câu 222. Trong tất cả các hình chữ nhật có chu vi bằng 16 cm thì hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng:

A. 36cm^2. B. 20cm^2. C. 16cm^2. D. 30cm^2.

Câu 223. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t)=45t^2-t^3$ (kết quả khảo sát được trong tháng 8 vừa qua). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t. Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ:

A. 12. B. 30. C. 20. D. 15.

Câu 224. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(\text{cm})$, rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



A. $x=6$. B. $x=3$. C. $x=2$. D. $x=4$.

Vấn đề 7. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ VÀ PHÉP SUY ĐỒ THỊ

Câu 225. **(ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017)**

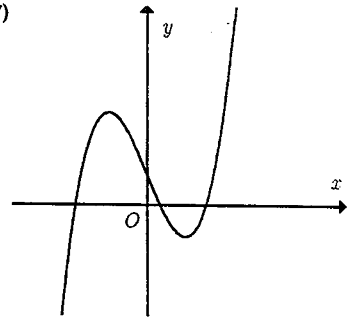
Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

A. $y=-x^2+x-1$.

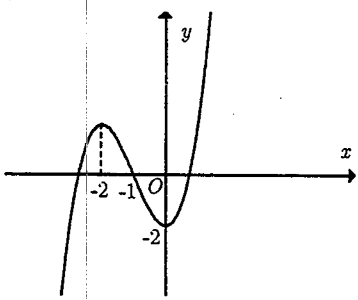
B. $y=-x^3+3x+1$.

C. $y=x^4-x^2+1$.

D. $y=x^3-3x+1$.



Câu 226. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=-x^3-3x^2-2$.

B. $y=x^3+3x^2-2$.

C. $y=x^3-3x^2-2$.

D. $y=-x^3+3x^2-2$.

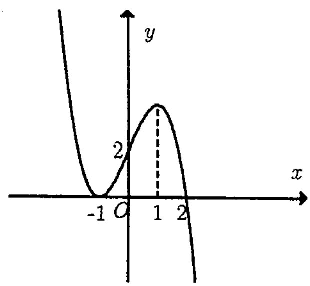
Câu 227. Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

A. $y=(x+1)^2(1-x)$.

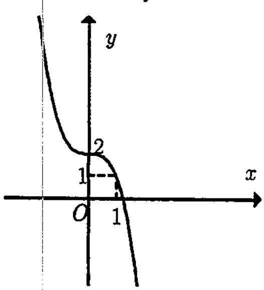
B. $y=(x+1)^2(1+x)$.

C. $y=(x+1)^2(2-x)$.

D. $y=(x+1)^2(2+x)$.



Câu 228. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=-x^3+1$.

B. $y=-x^3+3x+2$.

C. $y=-x^3-x+2$.

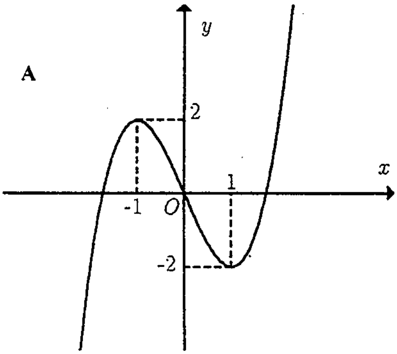
D. $y=-x^3+2$.

Câu 229. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

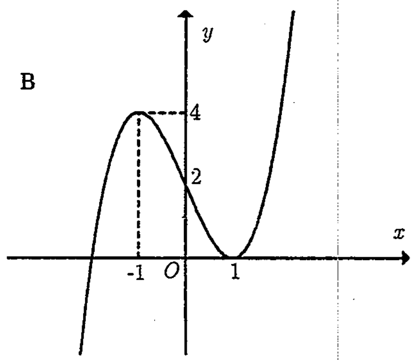
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị nào thể hiện hàm số $y = f(x)$?

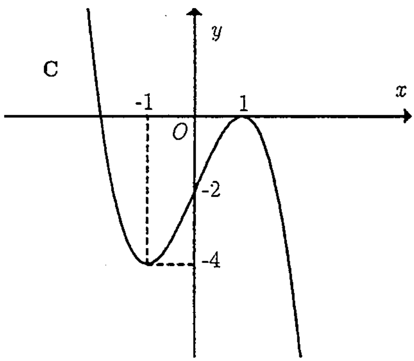
A



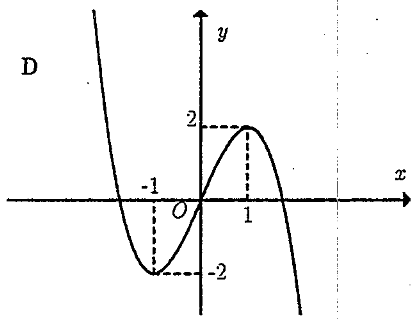
B



C



D



Câu 230. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên.

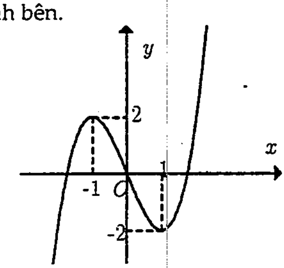
Chọn đáp án đúng?

A. Hàm số có hệ số $a < 0$.

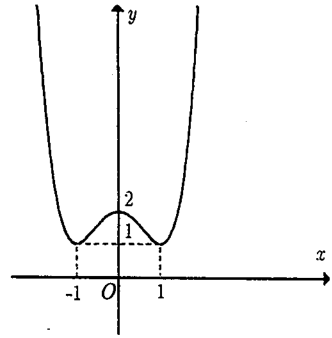
B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;-1)$ và $(1;2)$.

C. Hàm số không có cực trị.

D. Hệ số tự do của hàm số khác 0.



Câu 231. Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



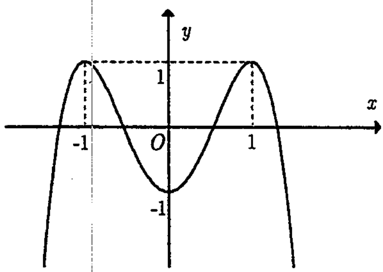
A. $y=-x^4+2x^2+2$.

B. $y=x^4-2x^2+2$.

C. $y=x^4-4x^2+2$.

D. $y=x^4-2x^2+3$.

Câu 232. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



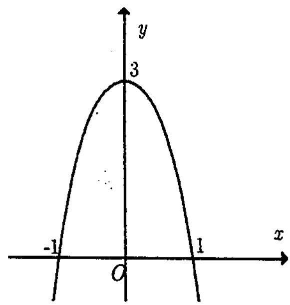
A. $y=x^4-2x^2-1$.

B. $y=-2x^4+4x^2-1$.

C. $y=-x^4+2x^2-1$.

D. $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 233. Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



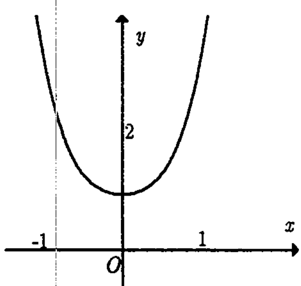
A. $y=-x^4-2x^2+3$.

B. $y=-x^4-2x^2-3$.

C. $y=-x^4+2x^2+3$.

D. $y=x^4+2x^2+3$.

Câu 234. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=x^4+x^2+2$.

B. $y=x^4-x^2+2$.

C. $y=x^4-x^2+1$.

D. $y=x^4+x^2+1$.

Câu 235. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Chọn phát biểu sai?

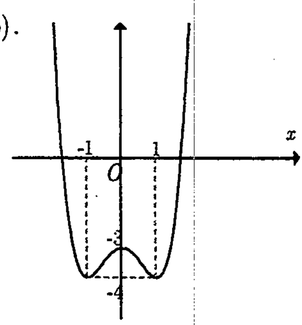
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

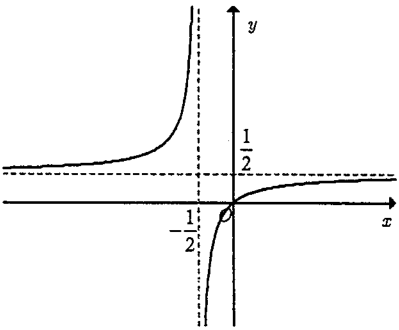
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

C. Đồ thị hàm số đã cho biểu diễn như hình bên.

D. Hàm số đã cho là $y=x^4-2x^2-2$.



Câu 236. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



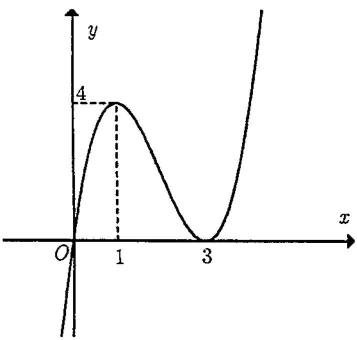
A. $y=\dfrac{x+1}{2x+1}$.

B. $y=\dfrac{x+3}{2x+1}$.

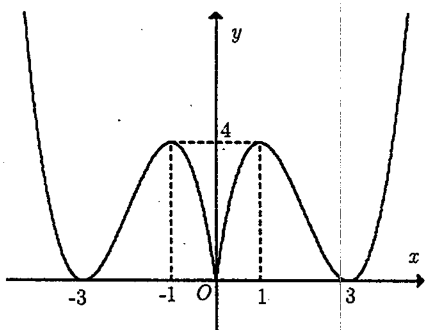
C. $y=\dfrac{x}{2x+1}$.

D. $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$.

Câu 237. Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

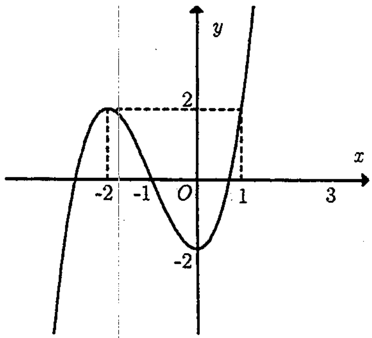
A. $y=-x^3+6x^2-9x$.

B. $y=|x|^3+6|x|^2+9|x|$.

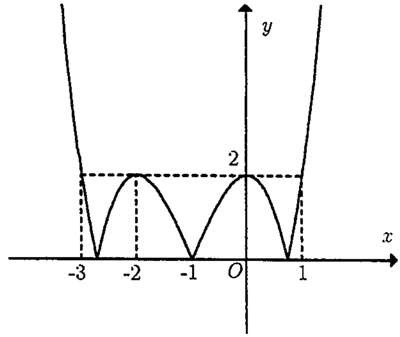
C. $y=\left|x^3-6x^2+9x\right|$

D. $y=|x|^3-6x^2+9|x|$.

Câu 238. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-2$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y=|x|^3+3|x|^2-2$.

B. $y=\left|x^3+3x^2-2\right|$.

C. $y=\left||x|^3+3x^2-2\right|$.

D. $y=-x^3-3x^2+2$.

Câu 239. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây.

(I). Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

(II). Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

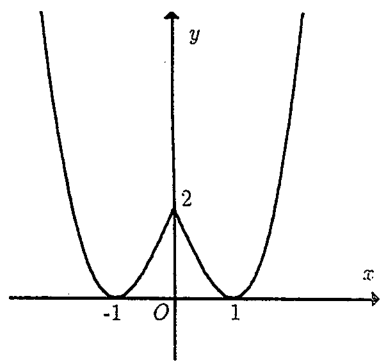
(III). Hàm số có ba điểm cực trị.

(IV). Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2.

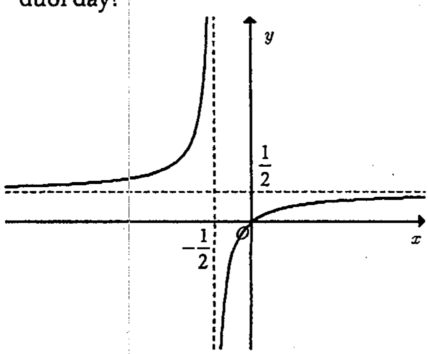
Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau là:

A. 1. B. 2.

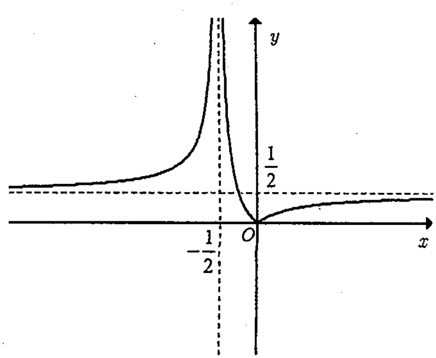
C. 3. D. 4.



Câu 240. Cho hàm số $y=\dfrac{x}{2x+1}$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



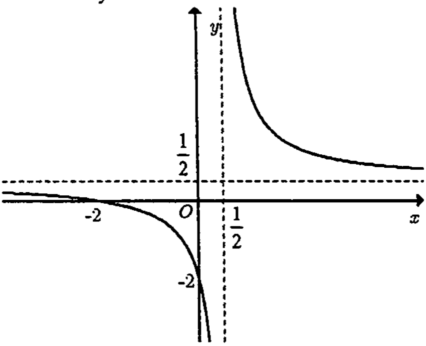
Hình 1



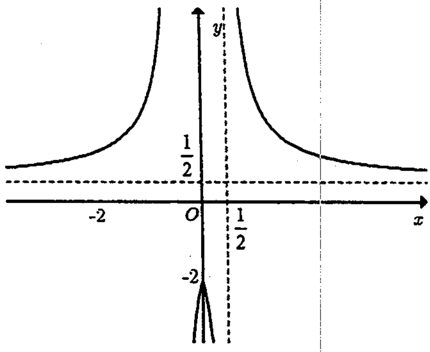
Hình 2

A. $y=\left|\dfrac{x}{2x+1}\right|$. B. $y=\dfrac{|x|}{2|x|+1}$. C. $y=\dfrac{x}{2|x|+1}$. D. $y=\left|\dfrac{|x|}{2|x|+1}\right|$.

Câu 241. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



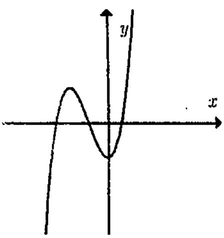
Hình 1



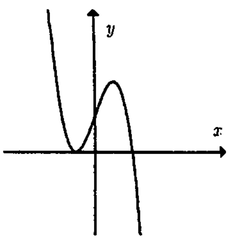
Hình 2

A. $y=-\left(\dfrac{x+2}{2x-1}\right)$. B. $y=\dfrac{|x|+2}{2|x|-1}$ C. $y=\left|\dfrac{x+2}{2x-1}\right|$. D. $y=\dfrac{|x|+2}{2x-1}$.

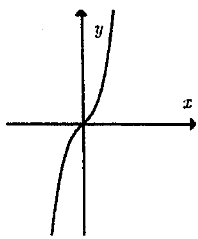
Câu 242. Cho hàm số $y=x^3+bx^2+cx+d$.



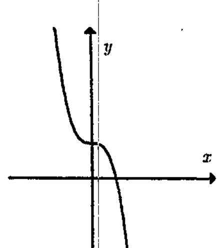
(I)



(II)



(III)

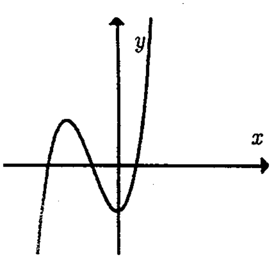


(IV)

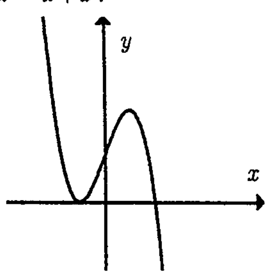
Các đồ thị nào có thể là đồ thị biểu diễn hàm số đã cho?

A. (I). B. (I) và (III). C. (II) và (IV). D. (III) và (IV).

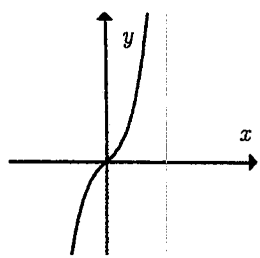
Câu 243. Cho hàm số $y=x^3+bx^2-x+d$.



(I)



(II)

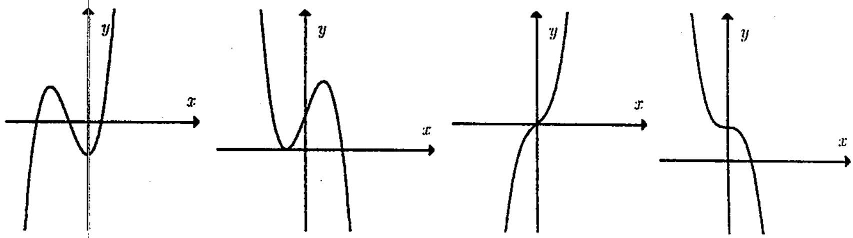


(III)

Các đồ thị nào có thể là đồ thị biểu diễn hàm số đã cho?

A. (I). **B.** (I) và (II). **C.** (III). **D.** (I) và (IIII).

Câu 244. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.



(I) **(II)** **(III)** **(IV)**

Trong các mệnh đề sau hãy chọn mệnh đề đúng:

A. Đồ thị (I) xảy ra khi $a < 0$ và $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

B. Đồ thị (II) xảy ra khi $a \neq 0$ và $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

C. Đồ thị (III) xảy ra khi $a > 0$ và $f'(x) = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.

D. Đồ thị (IV) xảy ra khi $a > 0$ và $f'(x) = 0$ có có nghiệm kép.

Câu 245. Cho đường cong (C) có phương trình $y = f(x) = \sqrt{1 - x^2}$. Tịnh tiến (C) sang phải 2 đơn vị, ta được đường cong mới có phương trình nào sau đây?

A. $y = \sqrt{-x^2 + 4x + 3}$. **B.** $y = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$.

C. $y = \sqrt{1 - x^2} + 2$. **D.** $y = \sqrt{1 - x^2} - 2$.

Câu 246. Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = \dfrac{x - 4}{2x + 3}$ sang phải 1 đơn vị, sau đó lên trên 5 đơn vị ta được đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = \dfrac{11x}{2x + 1}$. **B.** $y = \dfrac{x - 5}{2x + 3} + 5$. **C.** $y = \dfrac{x - 3}{2x + 3} + 5$. **D.** $y = \dfrac{11x + 22}{2x + 5}$.

Câu 247. Bằng phép tịnh tiến, đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x - 1$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ như thế nào ?

A. Sang trái 1 đơn vị, sau đó xuống dưới 2 đơn vị.

B. Sang trái 1 đơn vị, sau đó lên trên 2 đơn vị.

C. Sang phải 1 đơn vị, sau đó lên trên 2 đơn vị.

D. Sang phải 1 đơn vị, sau đó xuống dưới 2 đơn vị.

Câu 248. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{-7x + 6}{-3x + 4}$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = \dfrac{x - 2}{3x + 4}$ bằng cách nào trong các cách sau đây?

A. Đối xứng qua trục tung và lên trên 2 đơn vị.

B. Đối xứng qua trục tung và xuống dưới 2 đơn vị.

C. Đối xứng qua trục tung và sang phải 2 đơn vị.

D. Đối xứng qua trục tung và sang trái 2 đơn vị.

Câu 249. Đồ thị hàm số $y=1+f(x-2)$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ bằng cách tịnh tiến theo vectơ nào dưới đây?

A. $\vec{v}=(-1;-2)$. B. $\vec{v}=(-2;1)$. C. $\vec{v}=(1;-2)$. D. $\vec{v}=(2;1)$.

Câu 250. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C). Đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ được suy ra từ (C) bằng cách nào dưới đây:

A. Giữ nguyên phần đồ thị (C) ở phía trên trục Ox, phần đồ thị dưới trục Ox thay bằng phần đối xứng qua trục Ox.

B. Xóa bỏ phần đồ thị (C) ở phía dưới trục Ox và giữ nguyên phần còn lại.

C. Xóa bỏ phần đồ thị (C) ở phía dưới trục Ox và vẽ thêm phần đối xứng với phần còn lại của (C) qua trục Ox.

D. Xóa bỏ phần đồ thị (C) ở phía dưới trục Ox và vẽ thêm phần đối xứng với phần còn lại của (C) qua trục Oy.

Vấn đề 8. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 251. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Câu 252. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-x-1}{x-1}$ có:

A. Tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận xiên $y=x$.

B. Tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận xiên $y=x$.

C. Tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận xiên $y=-x$.

D. Kết quả khác.

Câu 253. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3}{x-2}$ bằng:

A. 0. B. 1. C. 2 D. 3.

Câu 254. Cho đường cong $(C): y=\dfrac{x-2}{x+2}$. Điểm nào dưới đây là giao của hai tiệm cận của (C)?

A. $L(-2;2)$. B. $M(2;1)$. C. $N(-2;-2)$. D. $K(-2;1)$.

Câu 255. Đường cong $(C): y=\dfrac{x-2}{x^2-9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 256. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x}{x^2+1}$ có những đường tiệm cận nào?

A. $x=0$ và $y=2$.
B. $x=0$.
C. $y=0$.
D. $x=2$ và $y=0$.

Câu 257. Đồ thị hàm số $y=x+\sqrt{3x^2+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận xiên?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 258. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x^2-4x+1}{x-1}$:

A. Có tiệm cận đứng.
B. Có tiệm cận ngang.
C. Có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên.
D. Không có đường tiệm cận.

Câu 259. Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{(2x-1)^2}{x^2}$ có:

A. Tiệm cận đứng $x=\dfrac{1}{2}$.
B. Đường thẳng $y=4$ là tiệm cận ngang.
C. Đường thẳng $y=2x$ là tiệm cận xiên.
D. Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang.

Câu 260. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x^2}{x^2-x}$ có:

(I) Tiệm cận đứng $x=0$. (II) Tiệm cận đứng $x=1$. (III) Tiệm cận ngang $y=3$.

Mệnh đề nào đúng:

A. Chỉ I và II. B. Chỉ I và III. C. Chỉ II và III D. Cả ba I, II, III.

Câu 261. Trong ba hàm số:

I. $y=\dfrac{x-1}{x^2+1}$. II. $y=\dfrac{x^3}{x-1}$. III. $y=\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$

Đồ thị hàm số nào có đường tiệm cận ngang:

A. Chỉ I. B. Chỉ II. C. Chỉ III. D. Chỉ II và III.

Câu 262. Trong các kết quả sau, kết quả nào nêu đúng cả hai đường thẳng đều là tiệm cận của đồ thị hàm số $y=x+2+\dfrac{3\sin x-4\sin^3 x}{6x-\pi}$?

A. $\left\{x=\dfrac{\pi}{2}; y=x+2\right\}$.
B. $\left\{x=\dfrac{\pi}{6}; y=x+2\right\}$.
C. $\left\{x=\dfrac{4}{3}; y=x-2\right\}$.
D. $\left\{x=\dfrac{\pi}{6}; y=x-2\right\}$.

Câu 263. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{2}+1+\dfrac{\sin x}{x}$ có:

A. Tiệm cận đứng.
B. Tiệm cận ngang.
C. Tiệm cận đứng và tiệm cận xiên.
D. Tiệm cận xiên.

Câu 264. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x^2-4x+m}$. Trong các giá trị của tham số m cho như sau, giá trị nào làm cho đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang ?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 265. Cho hàm số $y=\dfrac{mx^2+6x-2}{x+2}$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và không có tiệm cận xiên?

A. $m=\dfrac{7}{2}$. B. $m=\dfrac{3}{2}$. C. $m=2$. D. $m=0$.

Câu 266. Với các giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+m}{x-m}$ không có tiệm cận đứng?

A. $m=0$. B. $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=2\end{array}\right.$. C. $\left[\begin{array}{l}m=0\\m=1\end{array}\right.$. D. $m=1$.

Câu 267. **(ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang.

A. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

B. $m<0$. C. $m=0$. D. $m>0$.

Câu 268. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx-1}{2x+m}$ có tiệm cận đứng đi qua điểm $M\left(-1;\sqrt{2}\right)$?

A. 2. B. 0. C. $\dfrac{1}{2}$. D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 269. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m-1)x^2+2mx-1}{x}$ có tiệm cận xiên đi qua điểm $M(3;4)$?

A. 1. B. 2. C. $\dfrac{7}{5}$. D . $\dfrac{5}{7}$.

Câu 270. Nếu đồ thị $y=\dfrac{mx^2+(3-m)x-2}{x-1}$ có đường tiệm cận xiên tiếp xúc với đường tròn có phương trình $(x-1)^2+(y-4)^2=2$ thì tập tất cả các giá trị của m là:

A. -1. B. 2. C. 1. D. 3.

Vấn đề 9. TƯƠNG GIAO GIỮA HAI ĐỒ THỊ

Câu 271. **(ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017)** Biết rằng đường thẳng $y=-2x+2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+x+2$ tại điểm duy nhất; ký hiệu $(x_0;y_0)$ là toạ độ của điểm đó.

Tìm y_0?

A. $y_0 = 4$. B. $y_0 = 0$. C. $y_0 = 2$. D. $y_0 = -1$.

Câu 272. Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ và trục hoành là:

A. 1. B. 2. C. 3. D. Không kết luận được.

Câu 273. Cho hàm số: $y = (x-1)(x^2 + mx + m)$. Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

A. $m > 4$. B. $-\frac{1}{2} \neq m < 0$. C. $0 < m < 4$. D. $\left[\begin{array}{l} -\frac{1}{2} \neq m < 0 \\ m > 4 \end{array}\right.$.

Câu 274. Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = m$ cắt đường cong $y = x^3 - 3x^2$ tại ba điểm phân biệt?

A. $-4 < m < 0$. B. $m > 0$. C. $m < -4$. D. $\left[\begin{array}{l} m < -4 \\ m > 0 \end{array}\right.$.

Câu 275. Cho phương trình $2x^3 - 3x^2 + 2 - 2^{1-2m} = 0$. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt.

A. $\frac{1}{3} < m < 4$. B. $1 < m < \frac{3}{2}$. C. $0 < m < \frac{1}{2}$. D. $-1 < m < \frac{3}{4}$.

Câu 276. Cho phương trình $x^3 - 3x^2 + 3m - 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn 1?

A. $\frac{1}{3} < m < 3$. B. $1 < m < \frac{5}{3}$. C. $2 < m < \frac{7}{3}$. D. $-2 < m < \frac{4}{3}$.

Câu 277. Cho phương trình $2x^3 - 3x^2 = 2m + 1$. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt:

A. $m = -\frac{1}{2}$ hoặc $m = -1$. B. $m = -\frac{1}{2}$ hoặc $m = -\frac{5}{2}$.

C. $m = \frac{1}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$. D. $m = 1$ hoặc $m = -\frac{5}{2}$.

Câu 278. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^3 + 3x^2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

A. $-2 < m < 2$. B. $0 < m < 4$. C. $1 < m < 5$. D. $-1 < m < 2$.

Câu 279. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 + 4$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

A. $m \neq 0$. B. $m > 3$. C. $m \neq 3$. D. $m > 0$.

Câu 280. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2$ có đúng hai điểm chung với trục hoành?

A. $m = \frac{1}{6}$. B. $m = \sqrt[3]{2}$. C. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. D. $m = \sqrt{3}$.

Câu 281. Phương trình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ có một nghiệm duy nhất khi điều kiện của m là:

A. $0 < m < 1$. B. $m < 1$. C. $m \leqslant 0$. D. $m > 1$.

Câu 282. Đồ thị hàm số $y = x^3 - (2m+1)x^2 + (3m+1)x - m - 1$ luôn cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?

A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = m$. D. $x = 0$.

Câu 283. Tìm m để đường thẳng $d: y = m(x-1)+1$ cắt đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x - 1$ tại ba điểm phân biệt $A(1;1)$, B, C.

A. $m \neq 0$. B. $m < \frac{9}{4}$. C. $0 \neq m < \frac{9}{4}$. D. $m = 0$ hoặc $m > \frac{9}{4}$.

Câu 284. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ cắt đường thẳng $d: y = m(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 5$.

A. $m > -3$. B. $m = -3$. C. $m > -2$. D. $m = -2$.

Câu 285. Đường thẳng $d: y = x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ tại ba điểm phân biệt $A(0;4)$, B, C sao cho tam giác MBC có diện tích bằng 4, với $M(1;3)$. Tập tất cả các giá trị của m nhận được là:

A. $m = 2$ hoặc $m = 3$. B. $m = 3$.

C. $m = -2$ hoặc $m = -3$. D. $m = -2$ hoặc $m = 3$.

Câu 286. Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có bao nhiêu điểm chung với trục hoành ?

A. 0. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 287. Với điều kiện nào của k thì phương trình $4x^2(1-x^2) = 1 - k$ có bốn nghiệm phân biệt?

A. $0 < k < 2$. B. $k < 3$. C. $-1 < k < 1$. D. $0 < k < 1$.

Câu 288. Cho phương trình $x^4 - 2x^2 + 2017 - m = 0$. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có đúng ba nghiệm ?

A. $m = 2015$. B. $m = 2016$. C. $m = 2017$. D. $m = 2018$.

Câu 289. Đường thẳng $y = m$ và đường cong $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có hai điểm chung khi:

A. $m > -3$ hoặc $m = -4$. B. $m < -4$ hoặc $m = -3$.

C. $-4 < m < -3$. D. $m > -4$.

Câu 290. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2(2+m)x^2 - 4 - m$ không có điểm chung với trục hoành?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 291. Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x - 2016}{2x+1}$ cắt trục tung tại điểm M có tọa độ ?

A. $M(0;0)$. B. $M(0;-2016)$. C. $M(2016;0)$. D. $(2016;-2016)$.

Câu 292. Số giao điểm của đường thẳng $y = 2x + 2016$ với đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:

A. Không có. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 293. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $d: y = x+1$ và đường cong $(C): y = \frac{2x+4}{x-1}$.

Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng:

A. $\frac{5}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $-\frac{5}{2}$.

Câu 294. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = 2mx + m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{2x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

A. $m = 1$. **B.** $m = 0$. **C.** $m > 1$. **D.** $m < 0$.

Câu 295. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ cắt đường thẳng $y = 2x+1$ tại hai điểm phân biệt.

A. $m > -\frac{3}{2}$. **B.** $m \neq -1$. **C.** $m > -1$. **D.** $-\frac{3}{2} < m \neq -1$.

Câu 296. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = x - 2m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

A. $0 < m < 1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m > 5 \end{array}\right.$. **C.** $1 < m < \frac{3}{2}$. **D.** $0 < m < \frac{1}{3}$.

Câu 297. Gọi d là đường thẳng đi qua $A(1;0)$ và có hệ số góc m. Tìm các giá trị của tham số m để d cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt M, N thuộc hai nhánh của đồ thị.

A. $m \neq 0$. **B.** $m > 0$. **C.** $m < 0$. **D.** $0 < m \neq 1$.

Câu 298. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+1}{x+1}$ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2\sqrt{2}$.

A. $m = 1; m = -2$. **B.** $m = 1; m = -7$. **C.** $m = -7; m = 5$. **D.** $m = 1; m = -1$.

Câu 299. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x - m + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho độ dài AB ngắn nhất.

A. $m = -3$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 1$.

Câu 300. Tìm tất cả các giá trị của tham số k sao cho đường thẳng $d: y = x + 2k + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho các khoảng cách từ A và B đến trục hoành là bằng nhau.

A. $k = -1$. **B.** $k = -3$. **C.** $k = -4$. **D.** $k = -2$.

Câu 301. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại $O(0;0)$.

A. $m = -2$. **B.** $m = -\dfrac{1}{2}$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = 1$.

Câu 302. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = -3x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm A và B phân biệt sao cho trọng tâm tam giác OAB thuộc đường thẳng $\Delta: x - 2y - 2 = 0$, với O là gốc tọa độ.

A. $m = -2$. **B.** $m = -\dfrac{1}{5}$. **C.** $m = -\dfrac{11}{5}$. **D.** $m = 0$.

Câu 303. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $d: y = 2x + 3m$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+3}{x+2}$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = -4$, với O là gốc tọa độ.

A. $m = \dfrac{7}{2}$. **B.** $m = -\dfrac{7}{12}$. **C.** $m = \dfrac{7}{12}$. **D.** $m = -\dfrac{7}{2}$.

Câu 304. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $(C): y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt M và N sao cho diện tích tam giác IMN bằng 4, với I là tâm đối xứng của (C).

A. $m = 3; m = -5$. **B.** $m = 3; m = -3$. **C.** $m = 3; m = -1$. **D.** $m = -3; m = -1$.

Câu 305. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = 2x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-4}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $4S_{\Delta IAB} = 15$, với I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị.

A. $m = \pm 5$. **B.** $m = 5$. **C.** $m = -5$. **D.** $m = 0$.

Vấn đề 10. TỔNG HỢP

Câu 306. Tìm trên đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ hai điểm mà chúng đối xứng nhau qua tâm $I(-1;3)$.

A. $(0;2)$ và $(-2;4)$. **B.** $(-1;0)$ và $(-1;6)$.

C. $(1;4)$ và $(-3;2)$. **D.** Không tồn tại.

Câu 307. Tìm trên đồ thị hàm số $y = -\dfrac{x^3}{3} + x^2 + 3x - \dfrac{11}{3}$ hai điểm phân biệt mà chúng đối xứng nhau qua trục tung.

A. $\left(3;-\frac{16}{3}\right)$ hoặc $\left(-3;-\frac{16}{3}\right)$.

B. $\left(3;\frac{16}{3}\right)$ hoặc $\left(-3;\frac{16}{3}\right)$.

C. $\left(\frac{16}{3};3\right)$ hoặc $\left(-\frac{16}{3};3\right)$.

D. Không tồn tại.

Câu 308. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+4x^2+4x+1$ tại điểm $A(-3;-2)$ cắt đồ thị tại điểm thứ hai là B. Điểm B có tọa độ:

A. $B(1;10)$. B. $B(-2;1)$. C. $B(2;33)$. D. $B(-1;0)$.

Câu 309. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-x^2+x+1$ tại điểm A cắt đồ thị tại điểm thứ hai là $B(-1;-2)$. Điểm A có tọa độ:

A. $A(2;5)$. B. $A(-1;-4)$. C. $A(0;1)$. D. $A(1;2)$.

Câu 310. Điểm M thuộc đồ thị hàm số $(C): y=-x^3+3x^2+2$ mà tiếp tuyến của (C) tại đó có hệ số góc lớn nhất, có tọa độ là:

A. $M(0;2)$. B. $M(-1;6)$. C. $M(1;4)$. D. $M(2;6)$.

Câu 311. Cho hàm số $(C): y=x^4+mx^2-m-1$. Tọa độ các điểm cố định thuộc đồ thị (C) là:

A. $(-1;0)$ và $(1;0)$.

B. $(1;0)$ và $(0;1)$.

C. $(-2;1)$ và $(-2;3)$.

D. $(2;1)$ và $(0;1)$.

Câu 312. Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị hàm số $(C): y=\frac{2x-2}{x+1}$ mà tọa độ là số nguyên?

A. 2. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 313. Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$ mà khoảng cách từ M đến trục Oy bằng hai lần khoảng cách từ M đến trục Ox.

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 314. Tìm trên đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ những điểm M sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng ba lần khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang của đồ thị.

A. $M\left(-4;\frac{7}{5}\right)$ hoặc $M(2;5)$.

B. $M(4;3)$ hoặc $M(-2;1)$.

C. $M(4;3)$ hoặc $M(2;5)$.

D. $M\left(-4;\frac{7}{5}\right)$ hoặc $M(-2;1)$.

Câu 315. Tìm trên đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ những điểm M sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng khoảng cách từ M đến trục hoành.

A. $M(2;1)$ hoặc $M(4;3)$.

B. $M(0;-1)$ hoặc $M(4;3)$.

C. $M(0;-1)$ hoặc $M(3;2)$.

D. $M(2;1)$ hoặc $M(3;2)$.

Câu 316. Điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$, tiếp tuyến của đồ thị tại M vuông góc với đường $d: y=4x+7$. Điểm M có tọa độ thỏa mãn điều kiện trên là:

A. $M\left(-1;\dfrac{5}{2}\right)$.

B. $M\left(-1;\dfrac{5}{2}\right)$ hoặc $M\left(3;\dfrac{3}{2}\right)$.

C. $M\left(-3;\dfrac{3}{2}\right)$.

D. $M\left(1;\dfrac{5}{2}\right)$ hoặc $M\left(-3;\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 317. Tìm điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ sao cho tiếp tuyến của đồ thị tại M vuông góc với đường thẳng IM, với I là giao điểm hai tiệm cận của đồ thị.

A. $M\left(3;\dfrac{5}{2}\right)$, $M(0;1)$.

B. $M\left(-2;\dfrac{5}{3}\right)$, $M(2;3)$.

C. $M\left(-2;\dfrac{5}{3}\right)$, $M\left(3;\dfrac{5}{2}\right)$.

D. $M(2;3)$, $M(0;1)$.

Câu 318. Tiếp tuyến tại điểm M thuộc đồ thị $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ cắt Ox và Oy lần lượt tại hai điểm A và B thỏa mãn $OB=3OA$. Khi đó điểm M có tọa độ là:

A. $M(0;-1)$, $M(2;5)$.

B. $M(0;-1)$.

C. $M(2;5)$, $M(-2;1)$.

D. $M(0;-1)$, $M(1;2)$.

Câu 319. Tọa độ điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x}{x+1}$, biết tiếp tuyến của đồ thị tại M cắt hai trục Ox, Oy tại hai điểm A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\dfrac{1}{4}$.

A. $M_1(1;1)$, $M_2\left(-\dfrac{1}{2};-2\right)$.

B. $M_1(1;1)$, $M_2\left(\dfrac{1}{2};-2\right)$.

C. $M_1(1;-1)$, $M_2\left(-\dfrac{1}{2};-2\right)$.

D. $M_1(1;1)$, $M_2\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$.

Câu 320. Cho đường cong $y=\cos\left(\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{x}{2}\right)$ và điểm M thuộc đường cong. Nếu biết tiếp tuyến tại điểm của đường cong tại M song song với đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}x+5$ thì tọa độ của điểm M là điểm nào sau đây?

A. $M\left(-\dfrac{5\pi}{3};1\right)$. B. $M\left(-\dfrac{5\pi}{3};-1\right)$. C. $M\left(-\dfrac{5\pi}{3};0\right)$. D. $M\left(1;\dfrac{5\pi}{3}\right)$.

Câu 321. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+1$. Chọn phát biểu đúng:

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

D. A và C đều đúng.

Câu 322. Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 5$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai?

A. Các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số nằm trên đường thẳng song song với trục hoành.

B. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số có hệ số góc nhỏ nhất bằng -3.

C. Tiếp tuyến của đồ thị tại điểm cực trị song song với trục hoành.

D. Đồ thị luôn cắt trục hoành.

Câu 323. Cho hàm số $y = -x^4 + 8x^2 - 4$. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau:

A. Hàm số có cực đại nhưng không có cực tiểu.

B. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

D. A và B đều đúng.

Câu 324. Cho hàm số $y = x^4 + \frac{1}{2}x^2 - 1$. Chọn phát biểu sai sau:

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

C. Hàm số không có cực tiểu. **D.** Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm.

Câu 325. Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$. Chọn phát biểu sai:

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $x = 2$.

B. Hàm số không xác định tại điểm $x = 1$.

C. Hàm số luôn nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

D. Đồ thị hàm số giao trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 326. Cho hàm số $y = \dfrac{1-x}{x+2}$ có đồ thị (C). Chọn phát biểu đúng:

A. Đồ thị (C) không có tâm đối xứng.

B. Đồ thị (C) có một điểm cực đại.

C. Đồ thị (C) có một điểm cực tiểu.

D. Đồ thị (C) cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(1;0)$.

Câu 327. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

B. Tập giá trị của hàm số là $[2;+\infty)$.

C. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ không tồn tại.

D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ là $\sqrt{5}$.

Câu 328. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị là (C). Câu nào sau đây là sai?

A. Tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

B. $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\neq -1$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

D. Đồ thị hàm số có tâm đối xứng $I(-1;2)$.

Câu 329. Cho hàm số $y=x^3-\dfrac{9}{4}x^2+\dfrac{15}{4}x+\dfrac{13}{4}$, phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có cực trị.

B. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại một điểm.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

D. Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

Câu 330. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Đồ thị hàm số có đủ tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số có cực đại và cực tiểu.

C. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

D. Tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

CHỦ ĐỀ 2. HÀM SỐ LŨY THỪA HÀM SỐ MŨ - HÀM SỐ LOGARIT

TỔNG HỢP KIẾN THỨC

Bài 01

LŨY THỪA - HÀM SỐ LŨY THỪA

I. LŨY THỪA

1. Lũy thừa số mũ nguyên dương

$$a^n = a.a....a,\ (n \text{ thừa số}).$$

Ở đây $n\in\mathbb{Z}^+$, $n>1$. Quy ước $a^1=a$.

2. Lũy thừa số mũ 0 - Lũy thừa số mũ nguyên âm

$$a^0=1(a\neq 0);\ a^{-n}=\frac{1}{a^n}(a\neq 0), \text{ với } n\in\mathbb{Z}^+.$$

3. Lũy thừa số mũ hữu tỷ

$$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m},(a>0)$$

Lũy thừa số mũ hữu tỷ có tính chất như lũy thừa số mũ nguyên (xem mục 5).

4. Lũy thừa số thực

$$\boxed{a^{\alpha} = \lim_{n\to\infty} a^{r_n} \text{ (}\alpha\text{ là số vô tỉ, } r_n \text{ là số hữu tỉ và } \lim r_n = \alpha\text{)}.}$$

Lũy thừa số mũ thực có tính chất như lũy thừa số mũ nguyên (xem mục 5).

5. Tính chất của lũy thừa số mũ nguyên

a) Với $a, b \in \mathbb{R}$; $a \neq 0$, $b \neq 0$; $m, n \in \mathbb{R}$, ta có

$$a^m.a^n = a^{m+n};\ \frac{a^m}{a_n} = a^{m-n};\ \left(a^m\right)^n = a^{m.n};\ (ab)^m = a^m b^m;\ \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}.$$

b) Nếu $0 < a < b \Rightarrow \begin{cases} a^n < b^n,\ \forall n > 0 \\ a^n > b^n,\ \forall n < 0 \end{cases}$.

Nếu $a > 1 \Rightarrow a^m > a^n$ với $m > n$.

Nếu $0 < a < 1 \Rightarrow a^m < a^n$ với $m > n$.

6. Công thức lãi kép

a) **Định nghĩa:** Lãi kép là phần lãi của kì sau được tính trên số tiền gốc kì trước cộng với phần lãi của kì trước.

b) **Công thức:** Giả sử số tiền gốc là A; lãi suất $r\%$ /kì hạn gửi (có thể là tháng, quý hay năm).

- Số tiền nhận được cả gốc và lãi sau n kì hạn gửi là $\boxed{A(1+r)^n}$
- Số tiền lãi nhận được sau n kì hạn gửi là $\boxed{A(1+r)^n - A = A\left[(1+r)^n - 1\right]}$

c) **Ví dụ:** Bà Hoa gửi 100 triệu vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất là 8%/năm. Tính số tiền lãi thu được sau 10 năm.

Lời giải

Áp dụng công thức tính lãi kép, sau 10 năm số tiền cả gốc và lãi bà Hoa thu về là:

$$A(1+r)^n = 100\text{tr}.(1+0,08)^{10} \approx 215,892\text{tr}.$$

Suy ra số tiền lãi bà Hoa thu về sau 10 năm là:

$$A(1+r)^n - A = 100\text{tr}(1+0,08)^{10} - 100\text{tr} = 115,892\text{tr}.$$

II. HÀM SỐ LŨY THỪA

1. Định nghĩa: $y = x^{\alpha}$, $\alpha \in \mathbb{R}$ gọi là hàm số lũy thừa.

2. Tập xác định: $y = x^{\alpha}$ tùy thuộc giá trị α.

3. Đạo hàm: $y = x^{\alpha}$, $\alpha \in \mathbb{R}$ với $\forall x > 0$. Đạo hàm $y' = \left(x^{\alpha}\right)' = \alpha x^{\alpha-1}$.

4. Tính chất của hàm số lũy thừa: (Xét trên khoảng $(0;+\infty)$)

- Đồ thị qua điểm $(1;1)$.
- $\alpha > 0$ hàm số đồng biến; $\alpha < 0$ hàm số nghịch biến.
- Khi $\alpha > 0$ đồ thị không có tiệm cận; khi $\alpha < 0$ đồ thị có tiệm cận ngang $y = 0$, tiệm cận đứng $x = 0$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y=\left(x^3-27\right)^{\frac{\pi}{2}}$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** $D=\mathbb{R}$. **C.** $D=[3;+\infty)$. **D.** $D=(3;+\infty)$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=\left(3^x-9\right)^{-2}$ là:

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **C.** $D=(-\infty;2)$. **D.** $D=(2;+\infty)$.

Câu 3. Với a, b là những số dương, biểu thức $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}-\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}$ bằng:

A. $2\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}$. **B.** $-\sqrt[4]{b}$. **C.** $\sqrt[4]{b}$. **D.** $\sqrt[4]{a}$.

Câu 4. Cho $m>0$. Biểu thức $m^{\sqrt{3}}\left(\dfrac{1}{m}\right)^{\sqrt{3}-2}$ bằng:

A. m^2. **B.** $m^{2\sqrt{3}-3}$. **C.** m^{-2}. **D.** $m^{2\sqrt{3}-2}$.

Câu 5. Với giá trị nào của a thì $\sqrt{a.\sqrt[3]{a.\sqrt[4]{a}}}=\sqrt[24]{2^5}.\dfrac{1}{\sqrt{2^{-1}}}$?

A. $a=1$. **B.** $a=2$. **C.** $a=0$. **D.** $a=3$.

Câu 6. Với $a\neq 0$, giá trị nào của x để $\dfrac{1}{2}\left(a^x+a^{-x}\right)=1$?

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=a$. **D.** Giá trị khác.

Câu 7. Tập tất cả các giá trị của a để $\sqrt[15]{a^7}>\sqrt[5]{a^2}$ là:

A. $a=0$. **B.** $a<0$. **C.** $a>1$. **D.** $0<a<1$.

Câu 8. Với điều kiện nào của a thì $(a-1)^{-\frac{2}{3}}<(a-1)^{-\frac{1}{3}}$?

A. $a>2$. **B.** $a>1$. **C.** $1<a<2$. **D.** $0<a<1$.

Câu 9. Nếu $\left(\sqrt{2}-1\right)^m<\left(\sqrt{2}-1\right)^n$ thì ta kết luận gì về m và n?

A. $m>n$. **B.** $m<n$. **C.** $m=n$. **D.** $m\leqslant n$.

Câu 10. Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. 210 triệu. **B.** 220 triệu. **C.** 212 triệu. **D.** 216 triệu.

O Bài 02

LOGARIT

1. Định nghĩa

Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số α thỏa mãn đẳng thức $a^{\alpha} = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$.

$$\boxed{\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^{\alpha} = b \quad (a,\ b > 0,\ a \neq 1)}$$

2. Tính chất

Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$, ta có tính chất sau:

$\log_a 1 = 0$; $\quad \log_a a = 1$; $\quad a^{\log_a b} = b$; $\quad \log_a a^{\alpha} = \alpha$.

3. Các quy tắc tính lôgarit

Cho ba số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, ta có các quy tắc sau:

$\log_a b_1 b_2 = \log_a b_1 + \log_a b_2$; $\quad \log_a \dfrac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2$;

$\log_a b_1^{\alpha} = \alpha \log_a b_1$; $\quad \log_a \sqrt[n]{b_1} = \dfrac{1}{n}\log_a b_1$.

4. Đổi cơ số

Cho ba số dương a, b, c và $a \neq 1$, $c \neq 1$, ta có $\boxed{\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}}$

Đặc biệt: $\boxed{\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a},\ \text{với } b \neq 1;\quad \log_{a^{\alpha}} b = \dfrac{1}{\alpha}\log_a b,\ \text{với } \alpha \neq 0.}$

5. Lôgarit thập phân, lôgarit tự nhiên

Lôgarit thập phân: Lôgarit cơ số 10 gọi là lôgarit thập phân, $\log_{10} N\,(N > 0)$ thường được gọi là $\lg N$ hay $\log N$.

Lôgarit tự nhiên: Lôgarit cơ số e gọi là lôgarit tự nhiên, $\log_e N\,(N > 0)$, được viết là $\ln N$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 11. Cho các mệnh đề sau:

(I). Cơ số của lôgarit phải là số nguyên dương.

(II). Chỉ số thực dương mới có lôgarit.

(III). $\ln(A + B) = \ln A + \ln B$ với mọi $A > 0$, $B > 0$.

(IV) $\log_a b.\log_b c.\log_c a = 1$, với mọi a, b, $c \in \mathbb{R}$.

Số mệnh đề đúng là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 12. Cho các phát biểu sau:

(I). Nếu $C = \sqrt{AB}$ thì $2\ln C = \ln A + \ln B$. (II). $(a-1)\log_a x \geqslant 0 \Leftrightarrow x \geqslant 1$.

(III). $M^{\log_a N} = N^{\log_a M}$. (IV). $\lim\limits_{x\to+\infty} \log_{\frac{1}{2}} x = -\infty$.

Số phát biểu đúng là:

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 13. Giá trị của biểu thức $P = \log_a\left(a.\sqrt[3]{a\sqrt{a}}\right)$ bằng:

A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. 3.

Câu 14. Cho $a>0,\ b>0,\ a\neq 1,\ b\neq 1,\ n\in\mathbb{R}^*$.

Một học sinh tính $P = \frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \ldots + \frac{1}{\log_{a^n} b}$ theo các bước sau:

I. $P = \log_b a + \log_b a^2 + \ldots + \log_b a^n$. II. $P = \log_b\left(a^1a^2a^3\ldots a^n\right)$.

III. $P = \log_b a^{1+2+3+\ldots+n}$. IV. $P = n(n+1)\log_b a$.

Trong các bước trình bày, bước nào sai?

A. I. B. II. C. III. D. IV.

Câu 15. Cho $\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_{a^2} x} + \ldots + \frac{1}{\log_{a^k} x} = M$, hỏi M thỏa mãn biểu thức nào trong các biểu thức sau:

A. $M = \frac{k(k+1)}{\log_a x}$. B. $M = \frac{4k(k+1)}{\log_a x}$. C. $M = \frac{k(k+1)}{2\log_a x}$. D. $M = \frac{k(k+1)}{3\log_a x}$.

Câu 16. Nếu $\log_2\left(\log_3\left(\log_4 x\right)\right) = \log_3\left(\log_4\left(\log_2 y\right)\right) = \log_4\left(\log_2\left(\log_3 z\right)\right) = 0$ thì tổng $\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{y} + \sqrt{z}$?

A. 9. B. 11. C. 15. D. 24.

Câu 17. Số a nào sau đây thỏa mãn $\log_{0,5} a > \log_{0,5} a^2$?

A. $-\frac{5}{4}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 18. Hoành độ các điểm trên đồ thị hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ và nằm hoàn toàn phía dưới đường thẳng $y = \frac{1}{9}$ là:

A. $x < 2$. B. $x < -2$. C. $x > -2$. D. $x > 2$.

Câu 19. Cơ số x trong $\log_x \sqrt[10]{3} = -0,1$ có giá trị là:

A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. 3. D. -3.

Câu 20. Tìm x để ba số $\ln 2,\ \ln\left(2^x - 1\right),\ \ln\left(2^x + 3\right)$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

A. 1. B. 2. C. $\log_2 5$. D. $\log_2 3$.

Câu 21. Cho $\log 2 = a$. Tính $\log\sqrt[4]{\dfrac{32}{5}}$ theo a, ta được:

A. $\frac{1}{4}\left(a^6-1\right)$. B. $\frac{1}{4}(5a-1)$. C. $\frac{1}{4}(6a-1)$. D. $\frac{1}{4}(6a+1)$.

Câu 22. Cho $\log_2 x = \sqrt{2}$. Giá trị của biểu thức $P = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + \log_4 x$ bằng:

A. $\frac{11\sqrt{2}}{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 23. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Đặt $a = \log_2 3$ và $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b.

A. $\log_6 45 = \dfrac{a+2ab}{ab}$. B. $\log_6 45 = \dfrac{2a^2-2ab}{ab}$.

C. $\log_6 45 = \dfrac{a+2ab}{ab+b}$. D. $\log_6 45 = \dfrac{2a^2-2ab}{ab+b}$.

Câu 24. Biết $\log 2 = a$, $\log 3 = b$ thì $\log 15$ tính theo a và b bằng:

A. $b-a+1$. B. $b+a+1$. C. $6a+b$. D. $a-b+1$.

Câu 25. Biết $a = \ln 2$; $b = \ln 5$ thì $\ln 400$ tính theo a và b bằng:

A. $2a+4b$. B. $4a+2b$. C. $8ab$. D. b^2+a^4.

Câu 26. Cho $a>0$, $b>0$ thỏa mãn $a^2+b^2=7ab$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $3\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. B. $\log(a+b) = \frac{3}{2}(\log a + \log b)$.

C. $2(\log a + \log b) = \log(7ab)$. D. $\log\frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

Câu 27. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Cho các số thực dương a, b, với $a \ne 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2}\log_a b$. B. $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2\log_a b$.

C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4}\log_a b$. D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$.

Câu 28. Cho a, b, c là các số thực dương và a, $b \ne 1$. Khẳng định nào sau đây sai

A. $\log_a c = \dfrac{1}{\log_c a}$. B. $\log_a c = \dfrac{\log_b c}{\log_b a}$.

C. $\log_a c = \log_a b.\log_b c$. D. $\log_a b.\log_b a = 1$.

Câu 29. Cho a, $b > 0$ và $ab \ne 1$; x, y là hai số thực dương. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

A. $\log_a(x+y) = \log_a x + \log_a y$. B. $\log_b a.\log_a x = \log_b x$.

C. $\log_a \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{\log_a x}$. D. $\log_a \dfrac{x}{y} = \dfrac{\log_a x}{\log_a y}$.

Câu 30. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Cho hai số thực a và b, với $1 < a < b$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng ?

A. $\log_a b < 1 < \log_b a$.
B. $1 < \log_a b < \log_b a$.
C. $\log_b a < \log_a b < 1$.
D. $\log_b a < 1 < \log_a b$.

Câu 31. Nếu $9\log^2 x + 4(\log y)^2 = 12\log x.\log y$ thì:

A. $\begin{cases} x^3 = y^2 \\ x, y > 0 \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x^2 = y^3 \\ x, y > 0 \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x = y \\ x, y > 0 \end{cases}$.
D. $\begin{cases} 3x = 2y \\ x, y > 0 \end{cases}$.

Câu 32. Một người gửi tiết kiệm với lãi suất $8,4\%$ /năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

A. 9 .
B. 10 .
C. 8 .
D. 7 .

Câu 33. Một người gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất ban đâu 4% /năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Cứ sau một năm lãi suất tăng 0,3%. Hỏi sau 4 năm tổng số tiền người đó nhận được gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 119 triệu.
B. 119,5 triệu.
C. 120 triệu.
D. 120,5 triệu.

Câu 34. Anh Nam mong muốn rằng sau 6 năm sẽ có 2 tỷ để mua nhà. Hỏi anh Nam phải gửi vào ngân hàng một khoản tiền tiền tiết kiệm như nhau hàng năm gần nhất với giá trị nào sau đây, biết rằng lãi suất của ngân hàng là 8% /năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn.

A. 253,5 triệu.
B. 251 triệu.
C. 253 triệu.
D. 252,5 triệu.

Câu 35. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Ông Việt vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12% /năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay.

Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông Việt sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông Việt hoàn nợ.

A. $m = \dfrac{100.(1,01)^3}{3}$ (triệu đồng).
B. $m = \dfrac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng).

C. $m = \dfrac{100 \times 1,03}{3}$ (triệu đồng).
D. $m = \dfrac{120.(1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$ (triệu đồng).

O Bài 03

HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT

I. HÀM SỐ LOGARIT

1. Định nghĩa

Cho a là số thực dương và $a \neq 1$. Hàm số $y = \log_a x$ được gọi là hàm số logaritt cơ số a.

2. Đạo hàm hàm số lôgarit

$$y = \log_a x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \ln a};$$

$$y = \ln x \Rightarrow y' = \frac{1}{x};$$

$$y = \log_a u(x) \Rightarrow y' = \frac{u'}{u \ln a}.$$

3. Khảo sát hàm số lôgarit

Tập xác định. Tập xác định của hàm số logarit $y = \log_a x$ $(a > 0,\ a \neq 1)$ là $(0; +\infty)$.

Chiều biến thiên. $a > 1$: Hàm số đồng biến.

$0 < a < 1$: Hàm số nghịch biến.

Tiệm cận. Trục tung Oy là đường tiệm cận đứng.

Đồ thị. Đồ thị đi qua điểm $M(1;0)$, $N(a;1)$ và nằm phía bên phải trục tung.

II. HÀM SỐ MŨ

1. Định nghĩa

Cho a là số thực dương và $a \neq 1$. Hàm số $y = a^x$ được gọi là hàm số mũ cơ số a

2. Đạo hàm của hàm số mũ

$y = e^x \Rightarrow y' = e^x$; $\qquad y = a^x \Rightarrow y' = a^x \ln a$;

$y = a^{u(x)} \Rightarrow y' = a^u \ln a u'$.

3. Khảo sát hàm số mũ

Tập xác định. Tập xác định của hàm số mũ $y = a^x$ $(a > 0,\ a \neq 1)$ là $\mathbb{R}$.

Chiều biến thiên. $a > 1$: Hàm số luôn đồng biến.

$0 < a < 1$: Hàm số luôn nghịch biến.

Tiệm cận. Trục hoành Ox là đường tiệm cận ngang.

Đồ thị. Đồ thị đi qua điểm $(1;0)$, $(1;a)$ và nằm phía trên trục hoành.

Nhận xét. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. TẬP XÁC ĐỊNH

Câu 36. (ĐỀ MINH HOẠ QUỐC GIA NĂM 2017) Cho hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x-3\right)$. Tìm tập xác định D của hàm số.

A. $D=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$.
B. $D=[-1;3]$.
C. $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.
D. $D=(-1;3)$.

Câu 37. Tập xác định của hàm số $y=\log_2\dfrac{x-1}{x}$ là:

A. $(0;1)$.
B. $(1;+\infty)$.
C. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.
D. $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

Câu 38. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{2-\ln(ex)}$ là:

A. $(1;2)$.
B. $(1;+\infty)$.
C. $(0;1)$.
D. $(0;e]$.

Câu 39. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_2(x+1)-1}$ là:

A. $(-\infty;1]$.
B. $(3;+\infty)$.
C. $[1;+\infty)$.
D. $\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Câu 40. Tập xác định của hàm số $y=\ln\left(|x-5|+5-x\right)$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{5\}$.
B. $\mathbb{R}$.
C. $(-\infty;5)$.
D. $(5;+\infty)$.

Câu 41. Tập xác định của hàm số $f(x)=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{x+1}-\log_{\frac{1}{2}}(3-x)-\log_3(x-1)^3$ là:

A. $D=(1;3)$.
B. $D=(-1;1)$.
C. $D=(-\infty;3)$.
D. $D=(1;+\infty)$.

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\ln\left(x^2-2mx+m\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $m<0$ và $m>1$.
B. $0<m<1$.
C. $m\leqslant 0$ và $m\geqslant 1$.
D. $0\leqslant m\leqslant 1$.

Câu 43. Tập xác định của hàm số $y=\ln(1-\log_2 x)$ là:

A. $(2;+\infty)$.
B. $(-\infty;2)$.
C. $(0;2)$.
D. $(-2;2)$.

Câu 44. Tập xác định của hàm số $y=\log_3\left[\log_2(x-1)-1\right]$ là:

A. $(-\infty;3)$.
B. $(3;+\infty)$.
C. $[3;+\infty)$.
D. $\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Câu 45. Hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{2-x}}+\ln(x-1)$ có tập xác định là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.
B. $(1;2)$.
C. $[0;+\infty)$.
D. $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 46. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\ln\left(x^2-16\right)}{x-5+\sqrt{x^2-10x+25}}$ là:

A. $(-\infty;5)$.
B. $(5;+\infty)$.
C. $\mathbb{R}$.
D. $\mathbb{R}\setminus\{5\}$.

Câu 47. Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{2}(x+1)}}{\log_2\left(-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}\right)}$ có tập xác định là:

A. $D=[-1;3)$. **B.** $D=(3;5)$. **C.** $D=[-1;5)\setminus\{3\}$. **D.** $D=[-1;5)$.

Câu 48. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{(x^2+x+1).\log_{\frac{1}{2}}(x+2)}$ là:

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $[-2;-1]$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-2;-1]$.

Câu 49. Tìm điều kiện của x để hàm số $y=\log_{\frac{1}{x}}(1-2x+x^2)$ có nghĩa

A. $x>0$. **B.** $x\geqslant 0$. **C.** $\begin{cases}x>0\\x\neq 1\end{cases}$. **D.** $x>1$.

Câu 50. Hàm số nào dưới đây có tập xác định là $[-1;3]$?

A. $y=\ln(3+2x-x^2)$. **B.** $y=\dfrac{1}{3+2x-x^2}$.

C. $y=\sqrt{3+2x-x^2}$. **D.** $y=\dfrac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}}$.

Câu 51. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{e^x}{e^x-1}$ là tập hợp nào sau đây?

A. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{e\}$.

Câu 52. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{1-3^{x^2-5x+6}}$ là:

A. $[2;3]$. **B.** $(-\infty;2]$ và $[3;+\infty)$. **C.** $[1;6]$. **D.** $(2;3)$.

Câu 53. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x^2-3x}-\dfrac{9}{4}}$ là:

A. $[0;3]$. **B.** $(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$. **C.** $[1;2]$. **D.** $[-1;2]$.

Câu 54. Đẳng thức $x=3^{\log_3 x}$ có nghĩa khi:

A. $x>0$. **B.** Với mọi x. **C.** $x\geqslant 0$. **D.** $x>1$.

Câu 55. Với điều kiện nào của x để có đẳng thức $x=\log_a a^x$ $(0<a\neq 1)$?

A. Với mọi x. **B.** $x>0$. **C.** $x\geqslant 0$. **D.** $x>1$.

Câu 56. Cho $2=3^{\log_5 x}$. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $2=5^{\log_5 x}$. **B.** $2=x^{\log_5 3}$. **C.** $3=x^{\log_2 5}$. **D.** $5=x^{\log_3 2}$.

Câu 57. Nếu $7=3^{\log_3 x}$ thì giá trị của x là:

A. 3. **B.** $\log_3 7$. **C.** $\log_7 3$. **D.** 7.

Vấn đề 2. ĐẠO HÀM

Câu 58. Đạo hàm của hàm số $y=\left(2x^2+x-1\right)^{\frac{2}{3}}$ bằng:

A. $y'=\dfrac{2(4x+1)}{3\sqrt[3]{2x^2+x-1}}$.

B. $y'=\dfrac{2(4x+1)}{3\sqrt[3]{\left(2x^2+x-1\right)^2}}$.

C. $y'=\dfrac{3(4x+1)}{2\sqrt[3]{2x^2+x-1}}$.

D. $y'=\dfrac{3(4x+1)}{2\sqrt[3]{\left(2x^2+x-1\right)^2}}$.

Câu 59. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Tính đạo hàm của hàm số $y=13^x$.

A. $y'=x.13^{x-1}$. B. $y'=13^x.\ln 13$. C. $y'=13^x$. D. $y'=\dfrac{13^x}{\ln 13}$.

Câu 60. Đạo hàm của hàm số $y=2^{x^2}$ bằng:

A. $y'=\dfrac{x.2^{1+x^2}}{\ln 2}$. B. $y'=x.2^{1+x^2}.\ln 2$. C. $y'=2^x.\ln 2^x$. D. $y'=\dfrac{x.2^{1+x}}{\ln 2}$.

Câu 61. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x+1}{4^x}$.

A. $y'=\dfrac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$.

B. $y'=\dfrac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$.

C. $y'=\dfrac{1-2(x+1)\ln 2}{4^{x^2}}$.

D. $y'=\dfrac{1+2(x+1)\ln 2}{4^{x^2}}$.

Câu 62. Đạo hàm của hàm số $y=x^x$ bằng:

A. $y'=(\ln x+1)x^x$.

B. $y'=x.x^{x-1}$.

C. $y'=x^x\ln x$.

D. $y'=\dfrac{x^x}{\ln x}$.

Câu 63. Hàm số $y=8^{x^2+x+1}.(6x+3).\ln 2$ là đạo hàm của hàm số nào sau đây ?

A. $y=2^{x^2+x+1}$. B. $y=8^{x^2+x+1}$. C. $y=2^{3x^2+3x+1}$. D. $y=8^{3x^2+3x+1}$.

Câu 64. Đạo hàm của hàm số $y=\log 2x$ là:

A. $y'=\dfrac{1}{x\ln 2}$. B. $y'=\dfrac{1}{x\ln 10}$. C. $y'=\dfrac{1}{2x\ln 10}$. D. $y'=\dfrac{\ln 10}{x}$.

Câu 65. Đạo hàm của hàm số $y=x^{\pi}.\pi^x$ tại $x=1$ là giá trị nào sau đây?

A. $\pi^2+\ln\pi$. B. π C. $\pi^2+\pi\ln\pi$ D. 1

Câu 66. Cho $f(x)=2^x.5^x$. Giá trị $f'(0)$ bằng:

A. 10. B. 1. C. $\dfrac{1}{\ln 10}$. D. $\ln 10$.

Câu 67. Đạo hàm của hàm số $y=\ln^2(\ln x)$ tại giá trị $x=e$ là:

A. e. B. 1. C. $\frac{2}{e}$. D. 0.

Câu 68. Cho hàm số $f(x)=5e^{x^2}$ và biểu thức $P=f'(x)-2x.f(x)+\frac{1}{5}f(0)-f'(0)$. Đâu là giá trị đúng của biểu thức P?

A. $P=1$. B. $P=2$. C. $P=3$. D. $P=4$.

Câu 69. Cho hàm số $f(x)=4\ln\left(\sqrt{x-4}+\sqrt{x}\right)+\sqrt{x^2-4x}$ với $x\geqslant 4$. Khi đó giá trị của biểu thức $P=f(4)-\left[f'(8)\right]^2.\ln 2$ bằng:

A. $P=2\ln 2$. B. $P=4\ln 2$. C. $P=6\ln 2$. D. $P=8\ln 2$.

Câu 70. Cho hàm số $y=e^{\cos x}$. Hãy chọn hệ thức đúng:

A. $y'.\cos x+y.\sin x+y''=0$. B. $y'.\sin x+y.\cos x+y''=0$.

C. $y'.\sin x-y''.\cos x+y'=0$. D. $y'.\cos x-y.\sin x-y''=0$.

Câu 71. Cho hàm số $y=x.e^{-x}$. Chọn hệ thức đúng:

A. $(1-x)y'=x.y$. B. $x.y'=(1+x)y$.

C. $x.y'=(1-x).y$. D. $(1+x).y'=(x-1).y$.

Câu 72. Cho hàm số $y=e^{-x}.\sin x$. Tìm hệ thức đúng:

A. $y'+2y''-2y=0$. B. $y''+2y'+2y=0$.

C. $y''-2y'-2y=0$. D. $y'-2y''+2y=0$.

Câu 73. Cho hàm số $y=x.e^{-\frac{x^2}{2}}$. Hệ thức nào đúng trong các hệ thức sau:

A. $xy=\left(1+x^2\right)y'$. B. $x.y'=\left(1+x^2\right).y$.

C. $xy=\left(1-x^2\right).y'$. D. $xy'=\left(1-x^2\right).y$.

Câu 74. Cho hàm số $y=\frac{1}{1+x+\ln x}$. Hãy chọn hệ thức đúng:

A. $xy=y'(y\ln x+1)$. B. $xy'=y(y\ln x-1)$.

C. $xy=y(y'\ln x-1)$. D. $xy'=y(y\ln x+1)$.

Câu 75. Cho hàm số $y=\sin(\ln x)+\cos(\ln x)$. Hãy chọn hệ thức đúng:

A. $xy''-x^2y'+y=0$. B. $x^2y''-xy'-y=0$.

C. $x^2y''+xy'+y=0$. D. $x^2y''-xy'+y=0$.

Câu 76. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{\ln x+2}{\ln x-1}$ tại điểm $x=1$ là:

A. $y=3x-1$. B. $y=-3x+1$. C. $y=-3x+3$. D. $y=3x+1$.

Câu 77. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=x\ln x$ tại điểm có hoành độ $x=1$ có tính chất nào sau đây?

A. Song song với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

B. Song song với đường phân giác của góc phần tư thứ hai.

C. Song song với trục hoành.

D. Đi qua gốc tọa độ.

Câu 78. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=e^{x^3-3x+3}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng:

A. e. B. e^2. C. e^3. D. e^5.

Câu 79. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=e^{2-3x}$ trên đoạn $[0;2]$. Mối liên hệ giữa m và M là:

A. $m+M=1$. B. $M-m=e$. C. $M.m=\frac{1}{e^2}$. D. $\frac{M}{m}=e^2$.

Câu 80. Tập giá trị của hàm số $f(x)=\frac{\ln x}{x}$ với $x\in\left[1;e^2\right]$ là:

A. $[0;e]$. B. $\left[\frac{1}{e};e\right]$. C. $\left[0;\frac{1}{e}\right]$. D. $\left[-\frac{1}{e};e\right]$.

Câu 81. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\sqrt{x}\ln x$ trên đoạn $[1;e]$ đạt tại x bằng bao nhiêu?

A. 1. B. $\sqrt{e}$. C. 2. D. e.

Câu 82. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\ln\left|x+\sqrt{x^2+e^2}\right|$ trên $[0;e]$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $1+\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$. D. $1-\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$.

Câu 83. Hàm số $y=x.e^{-x}$ đạt cực trị tại:

A. $x=e$. B. $x=e^2$. C. $x=1$. D. $x=2$.

Câu 84. Hàm số $y=e^x+e^{-x}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 85. Giá trị cực tiểu của hàm $y=xe^x$ bằng:

A. $\frac{1}{e}$. B. e. C. $-\frac{1}{e}$. D. $-e$.

Câu 86. Cho hàm số $y=x-e^x$, tại điểm $x=0$ thì

A. Hàm số không xác định.
B. Hàm số đạt cực tiểu.
C. Hàm số đạt cực đại.
D. Hàm số không đạt cực trị.

Vấn đề 3. TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

Câu 87. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y=\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}x$. B. $y=\log_{\frac{e}{3}}x$. C. $y=\log_{\frac{e}{2}}x$. D. $y=\log_{\frac{\pi}{4}}x$.

Câu 88. Nếu $a^{\frac{\sqrt{3}}{3}} > a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ và $\log_b \frac{3}{4} < \log_b \frac{4}{5}$ thì ta kết luận được gì về a, b?

A. $0 < a < 1,\ 0 < b < 1$.
B. $0 < a < 1,\ b > 1$.
C. $a > 1,\ 0 < b < 1$.
D. $a > 1,\ b > 1$.

Câu 89. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để hàm số $y = \log_M x$ với $M = a^2 - 4$ nghịch biến trên tập xác định?

A. $2 < a < \sqrt{5}$.
B. $a = \sqrt{5}$.
C. $-\sqrt{5} < a < -2$ và $2 < a < \sqrt{5}$.
D. $a = 2$.

Câu 90. Khoảng đồng biến của hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}\left(3^{x^3-3x^2+2}\right)$ là:

A. $(2;+\infty)$.
B. $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.
C. $(-\infty;2)$.
D. $(0;2)$.

Câu 91. Cho hàm số $y = x - \ln(1+x)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số giảm trên $(-1;+\infty)$.

B. Hàm số tăng trên $(-1;+\infty)$

C. Hàm số giảm trên $(-1;0)$ và tăng trên $(0;+\infty)$.

D. Hàm số tăng trên $(-1;0)$ và giảm trên $(0;+\infty)$

Câu 92. Cho các mệnh đề sau:

(I). Hàm số $y = \ln x$ là hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

(II). Trên khoảng $(1;3)$ hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến.

(III). Nếu $M > N > 0$ thì $\log_a M > \log_a N$.

(IV). Nếu $\log_a 3 < 0$ thì $0 < a < 1$.

Số mệnh đề đúng là:

A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Câu 93. Cho các phát biểu sau:

(I). Hàm số $y = \log_a x$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số liên tục trên $(0;+\infty)$

(II). Nếu $\log_a \frac{2}{3} < 0$ thì $a > 1$.

(III). $\log_a x^2 = 2\log_a x$.

Số phát biểu đúng là:

A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 0.

Câu 94. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Hàm số $y = e^x$ không chẵn cũng không lẻ

B. Hàm số $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$ là hàm số lẻ.

C. Hàm số $y=e^x$ có tập giá trị là $(0;+\infty)$.

D. Hàm số $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ không chẵn cũng không lẻ.

Câu 95. Cho hàm số $y=x\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)-\sqrt{1+x^2}$.

Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số có đạo hàm $y'=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$.

B. Hàm số tăng trên khoảng $(0;+\infty)$

C. Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$.

D. Hàm số giảm trên khoảng $(0;+\infty)$

Câu 96. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{3}{\pi}\right)^x$.

B. $y=\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3}\right)^x$.

C. $y=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$.

D. $y=\left(\frac{\pi}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^x$.

Câu 97. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để hàm số $y=\left(a^2-3a+3\right)^x$ đồng biến.

A. $a=1$.

B. $a=2$.

C. $1<a<2$.

D. $\left[\begin{array}{l}a<1\\a>2\end{array}\right.$.

Câu 98. Cho các phát biểu sau:

(I). Hàm số $y=(-5)^x$ là hàm số mũ.

(II). Nếu $\pi^\alpha<\pi^{2\alpha}$ thì $\alpha<1$.

(III). Hàm số $y=a^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(IV). Hàm số $y=a^x$ có tập giá trị là $(0;+\infty)$.

Số phát biểu đúng là:

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 99. Cho các phát biểu sau:

(I). $a^x>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

(II). Hàm số $y=a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(III). Hàm số $y=e^{2017x}$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

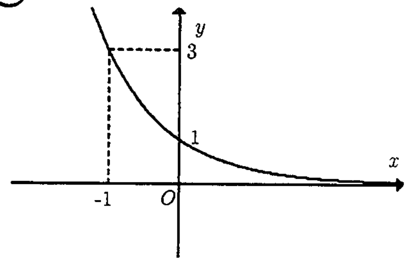
(IV). Đồ thị hàm số $y=a^x$ nhận trục Ox làm tiệm cận ngang.

Số phát biểu đúng là:

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Vấn đề 4. ĐỒ THỊ

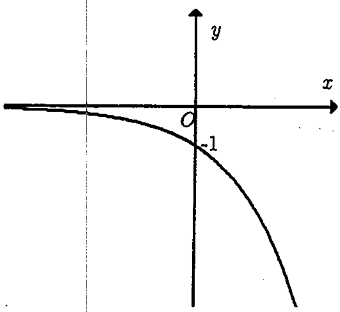
Câu 100. Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



A. $y=\left(\sqrt{3}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

C. $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Câu 101. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=-2^x$.

B. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

C. $y=2^x$.

D. $y=-\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

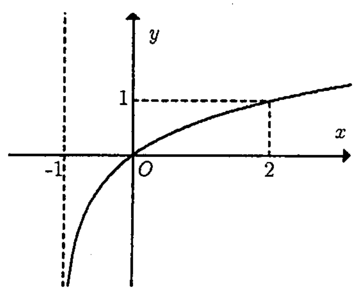
Câu 102. Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

A. $y=\log_2 x+1$.

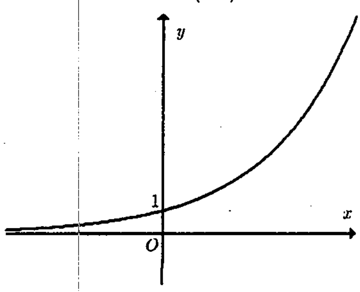
B. $y=\log_2(x+1)$.

C. $y=\log_3 x+1$.

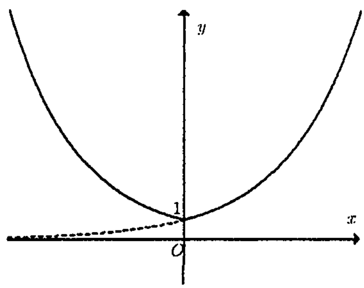
D. $y=\log_3(x+1)$.



Câu 103. Cho hàm số $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$ có đồ thị Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



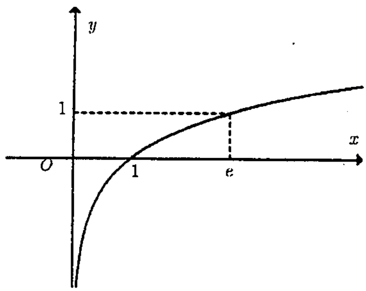
Hình 1



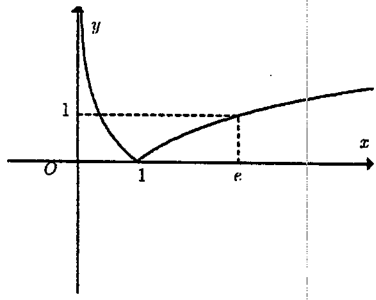
Hình 2

A. $y=\left|\left(\sqrt{2}\right)^x\right|$. **B.** $y=-\left(\sqrt{2}\right)^x$. **C.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^{|x|}$. **D.** $y=-\left|\left(\sqrt{2}\right)^x\right|$.

Câu 104. Cho hàm số $y=\ln x$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y=\ln|x|$. **B.** $y=|\ln x|$. **C.** $y=|\ln(x+1)|$. **D.** $y=\ln|x+1|$.

Câu 105. Đối xứng qua đường thẳng $y=x$ của đồ thị hàm số $y=\log_2 x$ là đồ thị nào trong các đồ thị có phương trình sau đây?

A. $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$. **B.** $y=2^x$. **C.** $x=2^y$. **D.** $x=\left(\dfrac{1}{2}\right)^y$.

Câu 106. Đối xứng qua đường thẳng $y=x$ của đồ thị hàm số $y=-\log_2 x$ là đồ thị nào trong các đồ thị có phương trình sau đây?

A. $y=2^x$. **B.** $y=2^{\frac{1}{x}}$. **C.** $x=2^y$. **D.** $y=2^{\frac{x}{2}}$.

Câu 107. Đối xứng qua trục hoành của đồ thị hàm số $y=\log_2 x$ là đồ thị nào trong các đồ thị có phương trình sau đây?

A. $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **B.** $y=2^x$. **C.** $y=\log_2\sqrt{x}$. **D.** $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Câu 108. Đối xứng qua đường thẳng $y=x$ của đồ thị hàm số $y=3^{\frac{x}{2}}$ là đồ thị nào trong các đồ thị có phương trình sau đây?

A. $y=\log_{\sqrt{3}} x$. **B.** $y=\log_3 x^2$. **C.** $y=\log_3 x$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}\log_3 x$.

Câu 109. Cho hàm số $y=a^x$ có đồ thị (C). Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Đồ thị (C) luôn đi qua $M(0;1)$ và $N(1;a)$

B. Đồ thị (C) có tiệm cận $y=0$.

C. Đồ thị (C) luôn nằm trên trục hoành.

D. Hàm số luôn đồng biến.

Câu 110. Cho hàm số $y=\log_4|x|$ có đồ thị (C). Các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

B. Hàm số luôn nghịch biến với mọi x thuộc tập xác định.

C. Đồ thị (C) nhận Oy làm trục đối xứng.

D. Đồ thị (C) không có đường tiệm cận.

Câu 111. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Đồ thị của hai hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục hoành.

B. Đồ thị của hai hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_{\frac{1}{a}} x$ đối xứng nhau qua trục tung.

C. Đồ thị của hai hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$ đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

D. Đồ thị của hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$

Câu 112. Cho hai hàm số $y = f(x) = \log_a x$ và $y = g(x) = a^x$. Xét các mệnh đề sau:

I. Đồ thị của hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ luôn cắt nhau tại một điểm.

II. Hàm số $f(x) + g(x)$ đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$.

III. Đồ thị hàm số $f(x)$ nhận trục Oy làm tiệm cận.

IV. Chỉ có đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận.

Số mệnh đề đúng là:

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

O Bài 04

PHƯƠNG TRÌNH MŨ, PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOAGRIT

I. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

1. Phương trình mũ cơ bản $a^x = b$ $(a > 0,\ a \neq 1)$.

- Phương trình có một nghiệm duy nhất khi $b > 0$.
- Phương trình vô nghiệm khi $b \leqslant 0$.

2. Biến đổi, quy về cùng cơ số

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow a = 1 \text{ hoặc } \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) = g(x) \end{cases}.$$

3. Đặt ẩn phụ

$$f\left[a^{g(x)}\right] = 0 \quad (0 < a \neq 1) \Leftrightarrow \begin{cases} t = a^{g(x)} > 0 \\ f(t) = 0 \end{cases}.$$

Ta thường gặp các dạng:

- $m.a^{2f(x)}+n.a^{f(x)}+p=0$
- $m.a^{f(x)}+n.b^{f(x)}+p=0$, trong đó $a.b=1$. Đặt $t=a^{f(x)}$, $t>0$, suy ra $b^{f(x)}=\frac{1}{t}$.
- $m.a^{2f(x)}+n.(a.b)^{f(x)}+p.b^{2f(x)}=0$. Chia hai vế cho $b^{2f(x)}$ và đặt $\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)}=t>0$.

4. Logarit hóa

- Phương trình $a^{f(x)}=b \Leftrightarrow \begin{cases}0<a\neq 1,\ b>0\\ f(x)=\log_a b\end{cases}$.
- Phương trình $a^{f(x)}=b^{g(x)} \Leftrightarrow \log_a a^{f(x)}=\log_a b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x)=g(x).\log_a b$

hoặc $\log_b a^{f(x)}=\log_b b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x).\log_b a=g(x)$.

5. Giải bằng phương pháp đồ thị

Giải phương trình: $a^x=f(x)$ $(0<a\neq 1)$. $(*)$

Xem phương trình $(*)$ là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y=a^x$ $(0<a\neq 1)$ và $y=f(x)$. Khi đó ta thực hiện hai bước:

Bước 1. Vẽ đồ thị các hàm số $y=a^x$ $(0<a\neq 1)$ và $y=f(x)$.

Bước 2. Kết luận nghiệm của phương trình đã cho là số giao điểm của hai đồ thị.

6. Sử dụng tính đơn điệu của hàm số

Tính chất 1. Nếu hàm số $y=f(x)$ luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến) trên $(a;b)$ thì số nghiệm của phương trình $f(x)=k$ trên $(a;b)$ không nhiều hơn một và

$$f(u)=f(v) \Leftrightarrow u=v,\quad \forall u,v\in(a;b).$$

Tính chất 2. Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục và luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến); hàm số $y=g(x)$ liên tục và luôn nghịch biến (hoặc luôn đồng biến) trên D thì số nghiệm trên D của phương trình $f(x)=g(x)$ không nhiều hơn một.

Tính chất 3. Nếu hàm số $y=f(x)$ luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến) trên D thì bất phương trình $f(u)>f(v) \Leftrightarrow u>v$ $(hoặc\ u<v)$, $\forall u,v\in D$.

7. Sử dụng đánh giá

Giải phương trình $f(x)=g(x)$.

Nếu ta đánh giá được $\begin{cases}f(x)\geqslant m\\ g(x)\leqslant m\end{cases}$ thì $f(x)=g(x) \Leftrightarrow \begin{cases}f(x)=m\\ g(x)=m\end{cases}$.

II. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

1. Biến đổi, quy về cùng cơ số

$\log_a f(x)=\log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases}0<a\neq 1\\ f(x)=g(x)>0\end{cases}$.

2. Đặt ẩn phụ

$$f\left[\log_a g(x)\right]=0 \quad (0<a\neq 1) \Leftrightarrow \begin{cases} t=\log_a g(x) \\ f(t)=0 \end{cases}.$$

3. Mũ hóa hai vế

$$\log_a g(x)=f(x) \quad (0<a\neq 1) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x)>0 \\ g(x)=a^{f(x)} \end{cases}.$$

4. Phương pháp đồ thị

5. Sử dụng tính đơn điệu của hàm số

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Câu 113. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=2^{-x}+3$ và đường thẳng $y=11$ là:

A. $(3;11)$. **B.** $(-3;11)$. **C.** $(4;11)$. **D.** $(-4;11)$.

Câu 114. Biết phương trình $9^x-2^{x+\frac{1}{2}}=2^{x+\frac{3}{2}}-3^{2x-1}$ có nghiệm là a.

Khi đó biểu thức $a+\frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}}2$ có giá trị bằng:

A. $1-\frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}}2$. **B.** 1. **C.** $1-\log_{\frac{9}{2}}2$. **D.** $\frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}}2$.

Câu 115. Nếu $3^{2x}+9=10.3^x$ thì giá trị của x^2+1 bằng:

A. Chỉ là 1. **B.** Chỉ là 5. **C.** Là 1 và 5. **D.** Là 0 và 2.

Câu 116. Phương trình $3^{2x+1}-4.3^x+1=0$ có hai nghiệm $x_1<x_2$, chọn phát biểu đúng?

A. $x_1+x_2=-2$. **B.** $x_1.x_2=-1$. **C.** $x_1+2x_2=-1$. **D.** $2x_1+x_2=0$.

Câu 117. Phương trình $4^{x^2+x}+2^{x^2+x+1}-3=0$ có bao nhiêu nghiệm lớn hơn 1?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 118. Tập nghiệm của phương trình $e^{6x}-3e^{3x}+2=0$ là:

A. $\{0;\ln 2\}$. **B.** $\left\{0;\frac{\ln 2}{3}\right\}$. **C.** $\left\{1;\frac{\ln 2}{3}\right\}$. **D.** $\{1;\ln 2\}$.

Câu 119. Nghiệm của phương trình $5^{1+x^2}-5^{1-x^2}=24$ đồng thời cũng là nghiệm của phương trình nào sau đây:

A. $x^2+5x-6=0$. **B.** $x^4+3x^2-4=0$.

C. $\sin^2 x+2\sin x-3=0$. **D.** $x^2+1=0$.

Câu 120. Phương trình $3^{1-x}=2+\left(\frac{1}{9}\right)^x$ có bao nhiêu nghiệm âm?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 121. Số nghiệm của phương trình $9^{\frac{x}{2}}+9.\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{2x+2}-4=0$ là:

A. 2. B. 4. C. 1. D. 0.

Câu 122. Tổng lập phương các nghiệm của phương trình $2^x+2.3^x-6^x=2$ là:

A. $2\sqrt{2}$. B. 25. C. 7. D. 1.

Câu 123. Tổng của nghiệm nhỏ nhất và lớn nhất phương trình $2^{x^2+x-1}-2^{x^2-1}=2^{2x}-2^x$ bằng:

A. 0. B. 1. C. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$.

Câu 124. Số nghiệm của phương trình $(x-3)^{2x^2-5x}=1$ là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 125. Phương trình $2^{\log_5(x+3)}=x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô nghiệm.

Câu 126. Nghiệm của phương trình $4^{\log_2 2x}-x^{\log_2 6}=2.3^{\log_2 4x^2}$ là:

A. $x=0, x=\frac{1}{4}$. B. $x=\frac{1}{4}$. C. $x=-\frac{2}{3}$. D. Vô nghiệm.

Câu 127. Cho phương trình $3.4^x+(3x-10)2^x+3-x=0$. (*)

Một học sinh giải như sau:

Bước 1: Đặt $t=2^x>0$. Phương trình (*) viết lại là $3t^2+(3x-10)t+3-x=0$. (1)

Biệt số $\Delta=(3x-10)^2-12(3-x)=9x^2-48x+64=(3x-8)^2\geqslant 0$.

Suy ra phương trình (1) có hai nghiệm $t=\frac{1}{3}$ và $t=3-x$.

Bước 2:

+ Với $t=\frac{1}{3}$, ta có $5^{x-2}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow x-2=\log_5\left(\frac{1}{3}\right)\Leftrightarrow x=2+\log_5\left(\frac{1}{3}\right)$.

+ Với $t=3-x$, ta có $5^{x-2}=3-x\Rightarrow x=2$.

Bước 3: Vậy (*) có hai nghiệm là $x=2$ và $x=2+\log_5\left(\frac{1}{3}\right)$.

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Bước 1. B. Bước 2. C. Bước 3. D. Đúng.

Câu 128. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{\frac{1}{x}}\leqslant\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^3$ là:

A. $\left(0;\frac{1}{3}\right)$. B. $\left(0;\frac{1}{3}\right]$. C. $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right]$. D. $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right]\cup(0;+\infty)$.

Câu 129. Số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình $4^x.3^3>3^x.4^3$ là:

A. -3. B. 3. C. -4. D. 4.

Câu 130. Có tất cả bao nhiêu số nguyên thỏa mãn bất phương trình $8^x.2^{1-x^2} > \left(\sqrt{2}\right)^{2x}$?

A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 131. Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên thỏa mãn bất phương trình $3^{1-x} + 2.\left(\sqrt{3}\right)^{2x} \leqslant 7$.

A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

Câu 132. Tập nghiệm của bất phương trình $3.9^x - 10.3^x + 3 \leqslant 0$ có dạng $S = [a;b]$. Khi đó $b-a$ bằng:

A. 1. B. $\dfrac{3}{2}$. C. 2. D. $\dfrac{5}{2}$.

Câu 133. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(x^2 + x + 1\right)^x < 1$ là:

A. $(0;+\infty)$. B. $(-\infty;0)$. C. $(-\infty;-1)$. D. $(0;1)$.

Câu 134. Cho bất phương trình $x^{\log_2 x+4} \leqslant 32$. Tập nghiệm của bất phương trình là:

A. Một khoảng. B. Nửa khoảng. C. Một đoạn. D. Một kết quả khác.

Câu 135. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Cho hàm số $f(x) = 2^x.7^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai ?

A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2\log_2 7 < 0$. B. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x\ln 2 + x^2\ln 7 < 0$.

C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x\log_7 2 + x^2 < 0$. D. $f(x) < 1 \Leftrightarrow 1 + x\log_2 7 < 0$.

Câu 136. Xác định tất cả giá trị thực m để phương trình $2^{2x-1} + m^2 - m = 0$ có nghiệm.

A. $m < 0$. B. $0 < m < 1$. C. $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 1 \end{array}\right.$. D. $m > 1$.

Câu 137. Phương trình $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0$ có nghiệm thì điều kiện của m là:

A. $m \leqslant 0$. B. $m \geqslant 0$. C. $m \leqslant 1$. D. $m \geqslant 1$.

Câu 138. Phương trình $4^x - m.2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1 + x_2 = 3$ khi:

A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = 3$.

Câu 139. Phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^x + \left(2-\sqrt{3}\right)^x = 2$ có nghiệm khi:

A. $m \in (-\infty;5)$. B. $m \in (-\infty;5]$. C. $m \in (2;+\infty)$. D. $m \in [2;+\infty)$.

Câu 140. Để phương trình $(m+1)16^x - 2(2m-3)4^x + 6m + 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu thì m có thể là:

A. Không tồn tại m. B. $-4 < m < -1$.

C. $-1 < m < \dfrac{3}{2}$. D. $-1 < m < -\dfrac{5}{6}$.

Vấn đề 2. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOAGARIT

Câu 141. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Giải phương trình $\log_4(x-1)=3$.

A. $x=63$. B. $x=65$. C. $x=80$. D. $x=82$.

Câu 142. Tập nghiệm của phương trình $\log_6\left[x(5-x)\right]=1$ là:

A. $\{2;3\}$. B. $\{4;6\}$. C. $\{1;-6\}$. D. $\{-1;6\}$.

Câu 143. Số nghiệm của phương trình $\log_2\left(x-3\sqrt{x}+4\right)=3$ là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 144. Biết phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{x^2-3x+2}{x}=0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Tích của hai nghiệm này là số nào dưới đây:

A. 4. B. $2\sqrt{2}$. C. 2. D. 0.

Câu 145. Phương trình $\log_2(x-3)+2\log_4 3.\log_3 x=2$ có số nghiệm là:

A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô nghiệm.

Câu 146. Biết phương trình $2\log(x+2)+\log 4=\log x+4\log 3$ có hai nghiệm là x_1, x_2 $(x_1<x_2)$. Tỉ số $\dfrac{x_1}{x_2}$ khi rút gọn là:

A. 4. B. $\dfrac{1}{4}$. C. 64. D. $\dfrac{1}{64}$.

Câu 147. Giải phương trình $\left[\log_{\frac{1}{3}}(9x)\right]^2+\log_3\dfrac{x^2}{81}-7=0$ ta tìm được hai nghiệm là x_1, x_2. Tính tích số x_1x_2:

A. $\dfrac{1}{9^3}$. B. 3^6. C. 9^3. D. 3^8.

Câu 148. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2\log_2\sqrt{x+1}=2-\log_2(x-2)$ bằng:

A. 1. B. 3. C. -2. D. 5.

Câu 149. Biết phương trình $\log_2\left[\log_{\frac{1}{8}}\left(x^3\right)+\log_2 x+x+1\right]=3$ có nghiệm duy nhất. Nghiệm của phương trình là:

A. Số nguyên âm. B. Số chính phương.

C. Số nguyên tố. D. Số vô tỉ.

Câu 150. Số nghiệm có thể có của phương trình $\log_4(\log_2 x)+\log_2(\log_4 x)=2$ là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. Nhiều hơn 2.

Câu 151. Biết rằng phương trình $\log_2 x - \log_x 64 = 1$ có hai nghiệm phân biệt. Khi đó tích hai nghiệm này bằng:

A. 1.   B. 2.   C. 4.   D. 8.

Câu 152. Phương trình $\log_2\left(9-2^x\right) = 3 - x$ tương đương với phương trình nào dưới đây?

A. $9-2^x = (3-x)^2$.   B. $x^2 - 3x = 0$.

C. $x^2 + 3x = 0$.   D. $9 - 2^x = 3 + 2^{-x}$.

Câu 153. Biết rằng phương trình $\log x.\log\left(100x^2\right) = 4$ có hai nghiệm có dạng x_1 và $\frac{1}{x_2}$ trong đó x_1, x_2 là những số nguyên. Mối liên hệ giữa x_1 và x_2 là:

A. $x_1 = 10x_2$.   B. $x_2 = x_1^2$.   C. $x_1.x_2 = 1$.   D. $x_2 = 100x_1$.

Câu 154. Tổng lập phương các nghiệm của phương trình $\log_2 x.\log_3(2x-1) = 2\log_2 x$ bằng:

A. 8.   B. 27.   C. 125.   D. 216.

Câu 155. Số nghiệm của phương trình $\dfrac{x^3 - 5x^2 + 6x}{\ln(x-1)} = 0$ là:

A. 0.   B. 1.   C. 2.   C. 3.

Câu 156. Số nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} + \log_3(x+3) < 3$?

A. -4.   B. -2.   C. 0.   D. 2.

Câu 157. Để giải bất phương trình $\ln\dfrac{2x}{x+1} > 0\ (*)$.

Một học sinh lập luận qua các bước:

B1: Vì $\ln 1 = 0$ nên $(*) \Leftrightarrow \ln\dfrac{2x}{x+1} > \ln 1\ (**)$.

B2: $(**) \Leftrightarrow \dfrac{2x}{x+1} > 1$

B3: $2x > x + 1$.

B4: $x > 1$. Vậy nghiệm $x > 1$.

Lập luận sai từ bước nào:

A. B1.   B. B2.   C. B3.   D. B4.

Câu 158. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Giải bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$.

A. $x > 3$.   B. $\frac{1}{3} < x < 3$.   C. $x < 3$.   D. $x > \frac{10}{3}$.

Câu 159. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2 - 2x + 6\right) \leqslant -2$ là:

A. Nửa khoảng.   B. Một đoạn.

C. Hợp của hai nửa khoảng.   D. Hợp của hai đoạn.

Câu 160. Tìm x để đồ thị hàm số $y=\log_3 x$ nằm ở phía trên đường thẳng $y=2$.

A. $x>0$. B. $x>9$. C. $x>2$. D. $x<2$.

Câu 161. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln x^2>\ln(4x-4)$ là:

A. $(2;+\infty)$. B. $(1;+\infty)$. C. $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. D. $(1;+\infty)\setminus\{2\}$

Câu 162. Biết tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0,3}(4x^2)\geqslant\log_{0,3}(12x-5)$ là một đoạn. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của tập S. Mối liên hệ giữa m và M là:

A. $m+M=3$. B. $m+M=2$. C. $M-m=3$. D. $M-m=1$.

Câu 163. Bất phương trình $\log 10^{\log(x^2+21)}<1+\log x$ có tập nghiệm là:

A. $(3;7)$. B. $(-\infty;3)\cup(7;+\infty)$. C. $(-\infty;3)$. D. $(7;+\infty)$.

Câu 164. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(1+\log_{\frac{1}{9}}x-\log_9 x\right)<1$ có dạng $S=\left(\frac{1}{a};b\right)$ với a, b là những số nguyên. Mối liên hệ giữa a và b là:

A. $a=-b$. B. $a+b=1$. C. $a=b$. D. $a=2b$.

Câu 165. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x+\log_3 x>1+\log_2 x.\log_3 x$ là:

A. $(3;+\infty)$. B. $(0;2)\cup(3;+\infty)$. C. $(2;3)$. D. $(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$.

Câu 166. Có tất cả bao nhiêu số nguyên thỏa mãn bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left[\log_2\left(2-x^2\right)\right]>0$?

A. 1. B. 2. C. 3. D. Không có.

Câu 167. Bất phương trình $\dfrac{1-\log_4 x}{1-\log_2 x}\leqslant\dfrac{1}{2}$ có các nghiệm là:

A. $(0;2)$. B. $[2;+\infty)$. C. $(-\infty;2)$. D. $(2;+\infty)$.

Câu 168. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x-\log_2 m=0$ có đúng một nghiệm.

A. $\frac{1}{4}<m<4$. B. $m=4$. C. $m=\frac{1}{4}$. D. $m<\frac{1}{4}$ và $m>4$.

Câu 169. Tìm m để phương trình $\log^2_{\sqrt{3}}x-m\log_{\sqrt{3}}x+1=0$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1.

A. $m=2$. B. $m=-2$. C. $m=\pm2$. D. Không tồn tại m.

Câu 170. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\lg_2^2 x+\lg_2 x+m=0$ có nghiệm $x\in(0;1)$.

A. $m\leqslant1$. B. $m\geqslant\frac{1}{4}$. C. $m\leqslant\frac{1}{4}$. D. $m\geqslant1$.

O Bài 05

HỆ PHƯƠNG TRÌNH MŨ, HỆ PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

Để giải hệ phương trình mũ, hệ phương trình logarit ta thường sửa dụng các phương pháp quen thuộc như: phương pháp thế, biến đổi hệ về phương trình Đại số, phương pháp hàm số,... Cuối cùng là tạo ra một hệ đơn giản và kết luận nghiệm.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 171. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=-1 \\ 4^{x+y^2}=16 \end{cases}$. Cặp số $(x;y)$ nào sau đây là nghiệm của hệ phương trình đã cho?

A. $(-3;1)$. **B.** $(5;-3)$. **C.** $(1;-1)$. **D.** $(3;-7)$.

Câu 172. Hệ phương trình $\begin{cases} \log x-\log y=2 \\ x-10y=900 \end{cases}$ có nghiệm là cặp số $(x;y)$ nào sau đây?

A. $(100;1)$. **B.** $(1800;90)$. **C.** $(1000;10)$. **D.** $(10;1000)$.

Câu 173. Hệ phương trình $\begin{cases} x+y=25 \\ \log_2 x-\log_2 y=2 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $(16;4)$. **B.** $(5;20)$. **C.** $(20;5)$. **D.** $(1;4)$.

Câu 174. Cặp số $(x;y)$ nào sau đây là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \log_4 x+\log_4 2y=1+\log_4 9 \\ x+2y=20 \end{cases}$

A. $(9;2)$. **B.** $(18;1)$. **C.** $(1;18)$. **D.** $(16;2)$.

Câu 175. Cặp số $(x;y)$ nào sau đây là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2^x.9^y=162 \\ 3^x.4^y=48 \end{cases}$?

A. $(4;1)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(2;1)$.

Câu 176. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 6^x-2.3^y=2 \\ 6^x.3^y=12 \end{cases}$ có tập nghiệm:

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=\log_3 4 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=\log_6 2 \\ y=1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=\log_3 2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=\log_3 4 \end{cases}$.

Câu 177. Hệ phương trình $\begin{cases} \log_x y=2 \\ \log_{x+1}(y+23)=3 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $x=2;y=4$. **B.** $x=2;y=3$. **C.** $x=4;y=2$. **D.** $x=3;y=2$.

Câu 178. Hệ phương trình $\begin{cases} 3^x=27.3^y \\ \log(x+2y)=\log 5+\log 3 \end{cases}$ có cặp nghiệm là cặp số $(x;y)$ nào sau đây?

A. $(7;4)$. **B.** $(4;7)$. **C.** $(6;3)$. **D.** $(9;6)$.

Câu 179. Cho $\frac{4^x}{2^y}=2$ và $\log(2x+2y)=1$. Ta có:

A. $x=4;\ y=1$. B. $x=2;\ y=3$. C. $x=3; y=2$. D. $x=5;\ y=9$.

Câu 180. Cho hệ $\begin{cases}\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-y}+6\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}}-7=0\\ 3^{\log_9(x-y)}=1\end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Điều kiện $x>y>0$.

B. Hệ đã cho có hai nghiệm phân biệt.

C. Hệ đã cho có một nghiệm duy nhất là $(-1;-2)$.

D. Số nghiệm của hệ đã cho là 3.

CHỦ ĐỀ 3. NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

TỔNG HỢP KIẾN THỨC

Bài 01

NGUYÊN HÀM

1. Định nghĩa

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K. Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nếu $F'(x)=f(x)$ với mọi $x\in K$.

Nhận xét. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F(x)+C,\ (C\in\mathbb{R})$ cũng là nguyên hàm của $f(x)$.

Ký hiệu: $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$.

2. Tính chất

- $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=f(x)$.
- $\int a.f(x)\mathrm{d}x=a.\int f(x)\mathrm{d}x\ (a\in\mathbb{R},\ a\neq 0)$.
- $\int[f(x)\pm g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x\pm\int g(x)\mathrm{d}x$.

3. Bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp

Bảng nguyên hàm	
$\int k\mathrm{d}x=kx+C$, k là hằng số	
$\int x^{\alpha}\mathrm{d}x=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C\ (\alpha\neq-1)$	$\int(ax+b)^{\alpha}\mathrm{d}x=\frac{1}{a}.\frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$

Bảng nguyên hàm	
$\int k\mathrm{d}x = kx + C$, k là hằng số	
$\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln\lvert x\rvert + C$	$\int \frac{1}{ax+b}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\ln\lvert ax+b\rvert + C$
$\int e^x\mathrm{d}x = e^x + C$	$\int e^{ax+b}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}e^{ax+b} + C$
$\int a^x\mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int a^{mx+n}\mathrm{d}x = \frac{a^{mx+n}}{m.\ln a} + C$
$\int \cos x\mathrm{d}x = \sin x + C$	$\int \cos(ax+b)\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\sin(ax+b) + C$
$\int \sin x\mathrm{d}x = -\cos x + C$	$\int \sin(ax+b)\mathrm{d}x = -\frac{1}{a}\cos(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\tan(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)}\mathrm{d}x = -\frac{1}{a}\cot(ax+b) + C$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên K nếu:

A. $f(x)$ xác định trên K.
B. $f(x)$ có giá trị lớn nhất trên K.
C. $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất trên K.
D. $f(x)$ liên tục trên K.

Câu 2. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(a;b)$ và C là hằng số thì $\int f(x)\mathrm{d}x = F(x) + C$.

B. Mọi hàm số liên tục trên $(a;b)$ đều có nguyên hàm trên $(a;b)$.

C. $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(a;b) \Leftrightarrow F'(x) = f(x),\ \forall x \in (a;b)$.

D. $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)' = f(x)$.

Câu 3. Xét hai khẳng định sau:

(I) Mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ đều có đạo hàm trên đoạn đó.

(II) Mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ đều có nguyên hàm trên đoạn đó.

Trong hai khẳng định trên:

A. Chỉ có (I) đúng.
B. Chỉ có (II) đúng.
C. Cả hai đều đúng.
D. Cả hai đều sai.

Câu 4. Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ nếu:

A. Với mọi $x \in (a;b)$, ta có $F'(x) = f(x)$.

B. Với mọi $x \in (a;b)$, ta có $f'(x) = F(x)$.

C. Với mọi $x \in [a;b]$, ta có $F'(x) = f(x)$.

D. Với mọi $x \in (a;b)$, ta có $F'(x) = f(x)$, ngoài ra $F'(a^+) = f(a)$ và $F'(b^-) = f(b)$.

Câu 5. Trong các câu sau đây, nói về nguyên hàm của một hàm số f xác định trên khoảng D, câu nào là **sai**?

(I) F là nguyên hàm của f trên D nếu và chỉ nếu $\forall x \in D: F'(x) = f(x)$.

(II) Nếu f liên tục trên D thì f có nguyên hàm trên D.

(III) Hai nguyên hàm trên D của cùng một hàm số thì sai khác nhau một hằng số.

A. Không có câu nào sai. B. Câu (I) sai.

C. Câu (II) sai. D. Câu (III) sai.

Câu 6. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(a;b)$. Giả sử $G(x)$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(a;b)$. Khi đó:

A. $F(x) = G(x)$ trên khoảng $(a;b)$.

B. $G(x) = F(x) - C$ trên khoảng $(a;b)$, với C là hằng số.

C. $F(x) = G(x) + C$ với mọi x thuộc giao của hai miền xác định, C là hằng số.

D. Cả ba câu trên đều sai.

Câu 7. Xét hai câu sau:

(I) $\int (f(x) + g(x))\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x = F(x) + G(x) + C$,

trong đó $F(x)$ và $G(x)$ tương ứng là nguyên hàm của $f(x)$, $g(x)$.

(II) Mỗi nguyên hàm của $a.f(x)$ là tích của a với một nguyên hàm của $f(x)$.

Trong hai câu trên:

A. Chỉ có (I) đúng. B. Chỉ có (II) đúng.

C. Cả hai câu đều đúng. D. Cả hai câu đều sai.

Câu 8. Các khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = F(x) + C \Rightarrow \int f(t)\mathrm{d}t = F(t) + C$.

B. $\left[\int f(x)\mathrm{d}x\right]' = f(x)$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = F(x) + C \Rightarrow \int f(u)\mathrm{d}x = F(u) + C$.

D. $\int kf(x)\mathrm{d}x = k\int f(x)\mathrm{d}x$ (k là hằng số).

Câu 9. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2x$.

B. $F(x) = x$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2\sqrt{x}$.

C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)-G(x)=C$ (hằng số).

D. $\int[f_1(x)+f_2(x)]dx=\int f_1(x)dx+\int f_2(x)dx$.

Câu 10. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì mọi nguyên hàm của $f(x)$ đều có dạng $F(x)+C$ (C là hằng số).

B. $\int\frac{u'(x)}{u(x)}dx=\log|u(x)|+C$.

C. $F(x)=1+\tan x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=1+\tan^2 x$.

D. $F(x)=5-\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x$.

Câu 11. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\int 0dx=C$ (C là hằng số). B. $\int\frac{1}{x}dx=\ln|x|+C$ (C là hằng số).

C. $\int x^\alpha dx=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$ (C là hằng số). D. $\int dx=x+C$ (C là hằng số).

Câu 12. Hàm số $f(x)=\frac{1}{\cos x}$ có nguyên hàm trên:

A. $(0;\pi)$. B. $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$. C. $(\pi;2\pi)$. D. $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

Câu 13. Một nguyên hàm của hàm số $y=f(x)=\frac{(x-1)^3}{2x^2}$ là kết quả nào sau đây?

A. $F(x)=\frac{x^2}{4}-\frac{3x}{2}+\ln|x|+\frac{1}{2x}$. B. $F(x)=\frac{3(x-1)^4}{4x^3}$.

C. $F(x)=\frac{x^2}{4}-\frac{3x}{2}-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{2x^3}$. D. Một kết quả khác.

Câu 14. Tính $\int e^x.e^{x+1}dx$ ta được kết quả nào sau đây?

A. $e^x.e^{x+1}+C$. B. $\frac{1}{2}e^{2x+1}+C$. C. $2e^{2x+1}+C$. D. Một kết quả khác.

Câu 15. Hàm số nào sau đây không phải là nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x-3)^4$?

A. $F(x)=\frac{(x-3)^5}{5}+x$. B. $F(x)=\frac{(x-3)^5}{5}$.

C. $F(x)=\frac{(x-3)^5}{5}+2017$. D. $F(x)=\frac{(x-3)^5}{5}-1$.

Câu 16. Hàm số $F(x)=e^{x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số:

A. $f(x)=e^{x^3}$. B. $f(x)=3x^2.e^{x^3}$. C. $f(x)=\frac{e^{x^3}}{3x^2}$. D. $f(x)=x^3.e^{x^3-1}$.

Câu 17. Cho $I=\int 2^{\sqrt{x}}\dfrac{\ln 2}{\sqrt{x}}dx$. Khi đó kết quả nào sau đây là sai?

A. $I=2^{\sqrt{x}}+C$. B. $I=2^{\sqrt{x}+1}+C$. C. $I=2\left(2^{\sqrt{x}}+1\right)+C$. D. $I=2\left(2^{\sqrt{x}}-1\right)+C$.

Câu 18. Cho $I=\int 2^{\frac{1}{2x}}.\dfrac{\ln 2}{x^2}dx$. Khi đó kết quả nào sau đây là sai?

A. $I=2\left(2^{\frac{1}{2x}}+2\right)+C$.

B. $I=2^{\frac{1}{2x}+1}+C$.

C. $I=2^{\frac{1}{2x}}+C$.

D. $I=2\left(2^{\frac{1}{2x}}-2\right)+C$.

Câu 19. Nếu $\int f(x)dx=\dfrac{x^3}{3}+e^x+C$ thì $f(x)$ bằng:

A. $f(x)=\dfrac{x^4}{3}+e^x$. B. $f(x)=3x^2+e^x$. C. $f(x)=\dfrac{x^4}{12}+e^x$. D. $f(x)=x^2+e^x$.

Câu 20. Nếu $\int f(x)dx=\sin 2x\cos x$ thì $f(x)$ là:

A. $f(x)=\dfrac{1}{2}(3\cos 3x+\cos x)$.

B. $f(x)=\dfrac{1}{2}(\cos 3x+\cos x)$.

C. $f(x)=\dfrac{1}{2}(3\cos 3x-\cos x)$.

D. $f(x)=\dfrac{1}{2}(\cos 3x-\cos x)$.

Câu 21. Nếu $\int f(x)dx=\dfrac{1}{x}+\ln x+C$ thì $f(x)$ là:

A. $f(x)=\sqrt{x}+\ln x+C$.

B. $f(x)=-\sqrt{x}+\dfrac{1}{x}+C$.

C. $f(x)=-\dfrac{1}{x^2}+\ln x+C$.

D. $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2}$.

Câu 22. Cặp hàm số nào sau đây có tính chất: Có một hàm số là nguyên hàm của hàm số còn lại?

A. $f(x)=\sin 2x$ và $g(x)=\cos^2 x$.

B. $f(x)=\tan^2 x$ và $g(x)=\dfrac{1}{\cos^2 x}$.

C. $f(x)=e^x$ và $g(x)=e^{-x}$.

D. $f(x)=\sin 2x$ và $g(x)=\sin^2 x$.

Câu 23. Tìm số thực m để hàm số $F(x)=mx^3+(3m+2)x^2-4x+3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+10x-4$.

A. $m=-1$. B. $m=0$. C. $m=1$. D. $m=2$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)=x^2.e^x$. Tìm a, b, c để $F(x)=\left(ax^2+bx+c\right).e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

A. $(a;b;c)=(1;2;0)$.

B. $(a;b;c)=(1;-2;0)$.

C. $(a;b;c)=(-1;2;0)$.

D. $(a;b;c)=(2;1;0)$.

Câu 25. Để $F(x)=(a\cos x+b\sin x)e^x$ là một nguyên hàm của $f(x)=e^x\cos x$ thì giá trị của a, b là:

A. $a=1,\ b=0$.   B. $a=0,\ b=1$.   C. $a=b=1$.   D. $a=b=\frac{1}{2}$.

Câu 26. Giả sử hàm số $f(x)=(ax^2+bx+c).e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=x(1-x)e^{-x}$. Tính tổng $A=a+b+c$, ta được:

A. $A=-2$.   B. $A=4$.   C. $A=1$.   D. $A=3$.

Câu 27. Cho các hàm số $f(x)=\frac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}}$; $F(x)=(ax^2+bx+c)\sqrt{2x-3}$ với $x>\frac{3}{2}$. Để hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì giá trị của a, b, c là:

A. $a=4,\ b=2,\ c=1$.   B. $a=4,\ b=-2,\ c=-1$.

C. $a=4,\ b=-2,\ c=1$.   D. $a=4,\ b=2,\ c=-1$.

Câu 28. Với giá trị nào của a, b, c, d thì $F(x)=(ax+b).\cos x+(cx+d).\sin x$ là một nguyên hàm của $f(x)=x\cos x$?

A. $a=b=1,\ c=d=0$.   B. $a=d=0,\ b=c=1$.

C. $a=1,\ b=2,\ c=-1,\ d=-2$.   D. Kết quả khác.

Câu 29. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin^2 x$ là kết quả nào sau đây, biết nguyên hàm này bằng $\frac{\pi}{8}$ khi $x=\frac{\pi}{4}$?

A. $F(x)=\frac{\sin^3 x}{3}$.   B. $F(x)=\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{4}$.

C. $F(x)=\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{4}+\frac{1}{4}$.   D. $F(x)=\frac{\sin^3 x}{3}-\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=\frac{1}{2x-1}$ và $f(1)=1$ thì $f(5)$ có giá trị bằng:

A. $\ln 2$.   B. $\ln 3$.   C. $\ln 2+1$.   D. $\ln 3+1$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)=\frac{4m}{\pi}+\sin^2 x$. Tìm m để nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=1$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{8}$.

A. $m=-\frac{4}{3}$.   B. $m=\frac{3}{4}$.   C. $m=-\frac{3}{4}$.   D. $m=\frac{4}{3}$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)=\frac{1}{\sin^2 x}$. Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và đồ thị $y=F(x)$ đi qua điểm $M\left(\frac{\pi}{6};0\right)$ thì $F(x)$ là:

A. $F(x)=\frac{\sqrt{3}}{3}-\cot x$. B. $F(x)=-\frac{\sqrt{3}}{3}+\cot x$.

C. $F(x)=-\sqrt{3}+\cot x$. D. $F(x)=\sqrt{3}-\cot x$.

Câu 33. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x-1$. Đồ thị của hàm số $F(x)$ và $f(x)$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung. Tọa độ các điểm chung của hai đồ thị hàm số trên là:

A. $(0;-1)$. B. $\left(\frac{5}{2};9\right)$. C. $(0;-1)$ và $\left(\frac{5}{2};9\right)$. D. $\left(\frac{5}{2};8\right)$.

O Bài 02

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP TÌM NGUYÊN HÀM

1. Phương pháp đổi biến số

Nếu $\int f(x)dx=F(x)+C$ thì $\int f[u(x)].u'(x)dx=F[u(x)]+C$.

Giả sử ta cần tìm họ nguyên hàm $I=\int f(x)dx$, trong đó ta có thể phân tích $f(x)=g(u(x))u'(x)$ thì ta thực hiện phép đổi biến số $t=u(x)$, suy ra $dt=u'(x)dx$.

Khi đó ta được nguyên hàm: $\int g(t)dt=G(t)+C=G[u(x)]+C$.

Chú ý: Sau khi tìm được họ nguyên hàm theo t thì ta phải thay $t=u(x)$.

2. Phương pháp lấy nguyên hàm từng phần

Cho hai hàm số u và v liên tục trên đoạn $[a;b]$ và có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$.

Khi đó: $\int u dv=uv-\int v du$. (*)

Để tính nguyên hàm $\int f(x)dx$ bằng từng phần ta làm như sau:

Bước 1. Chọn u, v sao cho $f(x)dx=udv$ (chú ý $dv=v'(x)dx$).

Sau đó tính $v=\int dv$ và $du=u'.dx$.

Bước 2. Thay vào công thức (*) và tính $\int v du$.

Chú ý. Cần phải lựa chọn u và dv hợp lí sao cho ta dễ dàng tìm được v và tích phân $\int v du$ dễ tính hơn $\int u dv$. Ta thường gặp các dạng sau

- **Dạng 1.** $I=\int P(x)\begin{bmatrix}\sin x\\ \cos x\end{bmatrix}dx$, trong đó $P(x)$ là đa thức.

Với dạng này, ta đặt $\begin{cases}u=P(x)\\ dv=\begin{bmatrix}\sin x\\ \cos x\end{bmatrix}dx\end{cases}$.

• Dạng 2. $I=\int P(x)e^{ax+b}\mathrm{d}x$, trong đó $P(x)$ là đa thức.

Với dạng này, ta đặt $\begin{cases}u=P(x)\\ \mathrm{d}v=e^{ax+b}\mathrm{d}x\end{cases}$.

• Dạng 3. $I=\int P(x)\ln(mx+n)\mathrm{d}x$, trong đó $P(x)$ là đa thức.

Với dạng này, ta đặt $\begin{cases}u=\ln(mx+n)\\ \mathrm{d}v=P(x)\mathrm{d}x\end{cases}$.

• Dạng 4. $I=\int \begin{bmatrix}\sin x\\ \cos x\end{bmatrix} e^x\mathrm{d}x$.

Với dạng này, ta đặt $\begin{cases}u=\begin{bmatrix}\sin x\\ \cos x\end{bmatrix}\\ \mathrm{d}v=e^x\mathrm{d}x\end{cases}$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ

Câu 34. Câu nào sau đây sai?

A. Nếu $F'(t)=f(t)$ thì $F'(u(x))=f(u(x))$.

B. $\int f(t)\mathrm{d}t=F(t)+C \Rightarrow \int f(u(x))u'(x)\mathrm{d}x=F(u(x))+C$.

C. Nếu $G(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(t)$ thì $G(u(x))$ là một nguyên hàm của hàm số $g(u(x)).u'(x)$.

D. $\int f(t)\mathrm{d}t=F(t)+C \Rightarrow \int f(u)\mathrm{d}u=F(u)+C$ với $u=u(x)$.

Câu 35. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Nếu $\int f(t)\mathrm{d}t=F(t)+C$ thì $\int f(u(x)).u'(x)\mathrm{d}x=F(u(x))+C$.

B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $\int[F(x)-G(x)]\mathrm{d}x$ có dạng $h(x)=Cx+D$ (C,D là các hằng số và $C\neq 0$).

C. $F(x)=7+\sin^2 x$ là một nguyên hàm của $f(x)=\sin 2x$.

D. $\int \frac{u'(x)}{u(x)}\mathrm{d}x=\sqrt{u(x)}+C$.

Câu 36. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{2x-1}$.

A. $\int f(x)dx=\frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C.$ B. $\int f(x)dx=\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C.$

C. $\int f(x)dx=-\frac{1}{3}\sqrt{2x-1}+C.$ D. $\int f(x)dx=\frac{1}{2}\sqrt{2x-1}+C.$

Câu 37. Để tính $\int \frac{e^{\ln x}}{x}dx$ theo phương pháp đổi biến số, ta đặt:

A. $t=e^{\ln x}$. B. $t=\ln x$. C. $t=x$. D. $t=\frac{1}{x}$.

Câu 38. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=xe^{x^2}$.

Hàm số nào sau đây không phải là $F(x)$:

A. $F(x)=\frac{1}{2}e^{x^2}+2$. B. $F(x)=\frac{1}{2}\left(e^{x^2}+5\right)$.

C. $F(x)=-\frac{1}{2}e^{x^2}+C$. D. $F(x)=-\frac{1}{2}\left(2-e^{x^2}\right)$.

Câu 39. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=\frac{\ln x}{x}$.

Nếu $F\left(e^2\right)=4$ thì $\int \frac{\ln x}{x}dx$ bằng:

A. $F(x)=\frac{\ln^2 x}{2}+C$. B. $F(x)=\frac{\ln^2 x}{2}+2$.

C. $F(x)=\frac{\ln^2 x}{2}-2$. D. $F(x)=\frac{\ln^2 x}{2}+x+C$.

Câu 40. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=e^{\sin x}\cos x$.

Nếu $F(\pi)=5$ thì $\int e^{\sin x}\cos x dx$ bằng:

A. $F(x)=e^{\sin x}+4$. B. $F(x)=e^{\sin x}+C$.

C. $F(x)=e^{\cos x}+4$. D. $F(x)=e^{\cos x}+C$.

Câu 41. $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $y=\sin^4 x\cos x$.

$F(x)$ là hàm số nào sau đây?

A. $F(x)=\frac{\cos^5 x}{5}+C$. B. $F(x)=\frac{\cos^4 x}{4}+C$.

C. $F(x)=\frac{\sin^4 x}{4}+C$. D. $F(x)=\frac{\sin^5 x}{5}+C$.

Câu 42. Xét các mệnh đề sau, với C là hằng số:

(I) $\int \tan x \, dx = -\ln(\cos x) + C$.

(II) $\int e^{3\cos x} \sin x \, dx = -\frac{1}{3} e^{3\cos x} + C$.

(III) $\int \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{\sin x - \cos x}} dx = 2\sqrt{\sin x - \cos x} + C$.

Số mệnh đề đúng là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Vấn đề 2. PHƯƠNG PHÁP LẤY NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN

Câu 43. Để tính $\int x\ln(2+x)dx$ theo phương pháp tính nguyên hàm từng phần, ta đặt:

A. $\begin{cases} u = x \\ dv = \ln(2+x)dx \end{cases}$. B. $\begin{cases} u = \ln(2+x) \\ dv = xdx \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u = x\ln(2+x) \\ dv = dx \end{cases}$. D. $\begin{cases} u = \ln(2+x) \\ dv = dx \end{cases}$.

Câu 44. Để tính $\int x^2 \cos x \, dx$ theo phương pháp tính nguyên hàm từng phần, ta đặt:

A. $\begin{cases} u = x \\ dv = x\cos x dx \end{cases}$. B. $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = \cos x dx \end{cases}$. C. $\begin{cases} u = \cos x \\ dv = x^2 dx \end{cases}$. D. $\begin{cases} u = x^2 \cos x \\ dv = dx \end{cases}$.

Câu 45. Kết quả của $I = \int xe^x dx$ là:

A. $I = e^x + xe^x + C$. B. $I = \frac{x^2}{2}e^x + C$.

C. $I = xe^x - e^x + C$. D. $I = \frac{x^2}{2}e^x + e^x + C$.

Câu 46. Hàm số $f(x) = (x-1)e^x$ có một nguyên hàm $F(x)$ là kết quả nào sau đây, biết nguyên hàm này bằng 1 khi $x = 0$?

A. $F(x) = (x-1)e^x$. B. $F(x) = (x-2)e^x$.

C. $F(x) = (x+1)e^x + 1$. D. $F(x) = (x-2)e^x + 3$.

Câu 47. Một nguyên hàm của $f(x) = x\ln x$ là kết quả nào sau đây, biết nguyên hàm này triệt tiêu khi $x = 1$?

A. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}(x^2 + 1)$. B. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x + \frac{1}{4}x + 1$.

C. $F(x) = \frac{1}{2}x\ln x + \frac{1}{2}(x^2 + 1)$. D. Một kết quả khác.

Câu 48. Tính nguyên hàm $I = \int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx$ được kết quả nào sau đây?

A. $I = \ln x.\ln(\ln x) + C.$ B. $I = \ln x.\ln(\ln x) + \ln x + C.$

C. $I = \ln x.\ln(\ln x) - \ln x + C.$ D. $I = \ln(\ln x) + \ln x + C.$

Câu 49. Tính nguyên hàm $I = \int \sin x.e^x dx$, ta được:

A. $I = \frac{1}{2}\left(e^x \sin x - e^x \cos x\right) + C$. B. $I = \frac{1}{2}\left(e^x \sin x + e^x \cos x\right) + C$.

C. $I = e^x \sin x + C$. D. $I = e^x \cos x + C$.

Câu 50. Để tìm nguyên hàm của $f(x) = \sin^4 x \cos^4 x$ thì nên:

A. Dùng phương pháp đổi biến số, đặt $t = \sin x$.

B. Dùng phương pháp đổi biến số, đặt $t = \cos x$.

C. Biến đổi lượng giác $\sin^2 x \cos^2 x = \frac{\sin^2 2x}{4} = \frac{1 - \cos 4x}{8}$ rồi tính.

D. Dùng phương pháp lấy nguyên hàm từng phần, đặt $u = \sin^4 x$, $dv = \cos^4 x dx$.

O Bài 03

TÍCH PHÂN

1. Định nghĩa

Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên K và a, b là hai số bất kì thuộc K. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì hiệu số

$$F(b) - F(a)$$

được gọi là tích phân của $f(x)$ từ a đến b và kí hiệu là

$$\int_a^b f(x) dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

2. Tính chất

- Tích phân tại một giá trị xác định của biến số thì bằng 0, tức là $\int_a^a f(x) dx = 0$.
- Đổi cận thì đổi dấu, tức là $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.
- Hằng số trong tích phân có thể đưa ra ngoài dấu tích phân, tức là

$$\int_a^b kf(x) dx = k\int_a^b f(x) dx \quad (k \text{ là hằng số}).$$

- Tích phân một tổng bằng tổng các tích phân, tức là

$$\int_a^b \left[f(x) \pm g(x)\right] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx.$$

- Tách đôi tích phân, tức là $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

Chú ý: Tích phân $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ chỉ phụ thuộc vào hàm f và các cận a, b mà không phụ thuộc vào biến số x, tức là $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 51. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Hãy chọn mệnh đề **sai** dưới đây:

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int_a^b k.\mathrm{d}x = k(b-a),\ \forall k \in \mathbb{R}$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int_c^b f(x)\mathrm{d}x$ với $c \in [a;b]$.

D. $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 52. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng K và a, b là hai điểm của K, ngoài ra k là một số thực tùy ý. Khi đó:

(I) $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$. (II) $\int_b^a f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. (II) $\int_a^b k.f(x)\mathrm{d}x = k\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Trong ba công thức trên:

A. Chỉ có (I) sai. **B.** Chỉ có (II) sai.

C. Chỉ có (I) và (II) sai. **D.** Cả ba đều đúng.

Câu 53. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int_{-1}^1 \mathrm{d}x = 1$. **B.** $\int_a^b f_1(x).f_2(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f_1(x)\mathrm{d}x.\int_a^b f_2(x)\mathrm{d}x$.

C. Nếu $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a;b]$ thì $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \geqslant 0$.

D. Nếu $\int_0^a f(x)\mathrm{d}x = 0$ thì $f(x)$ là hàm số lẻ.

Câu 54. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int_c^b f(x)\mathrm{d}x$ với mọi a, b, c thuộc tập xác định của $f(x)$.

B. Nếu $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x \geqslant 0$ thì $f(x) \geqslant 0, \forall x \in [a;b]$.

C. $\int \dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1+x^2}} = 2\sqrt{1+x^2} + C$.

D. Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$

thì $\sqrt{F(x)}$ là nguyên hàm của hàm số $\sqrt{f(x)}$.

âu 55. Đặt $F(x) = \int\limits_1^x \sqrt{1+t^2}\mathrm{d}t$. Đạo hàm $F'(x)$ là hàm số nào dưới đây?

A. $F'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

B. $F'(x) = \sqrt{1+x^2}$.

C. $F'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.

D. $F'(x) = (x^2+1)\sqrt{1+x^2}$.

Câu 56. Cho $F(x) = \int\limits_1^x (t^2+t)\mathrm{d}t$. Giá trị nhỏ nhất của $F(x)$ trên đoạn $[-1;1]$ là:

A. $\dfrac{1}{6}$.

B. 2.

C. $-\dfrac{5}{6}$.

D. $\dfrac{5}{6}$.

Câu 57. Cho $F(x) = \int\limits_0^x \dfrac{t-\sqrt{3}}{t^2+1}\mathrm{d}t$. Xét các mệnh đề:

I. $F'(x) = \dfrac{x-\sqrt{3}}{x^2+1}$.

II. Hàm số $F(x)$ đạt cực tiểu tại $x = \sqrt{3}$.

II. Hàm số $F(x)$ đạt cực đại tại $x = \sqrt{3}$.

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ I.

B. Chỉ II.

C. I và II.

D. I và III.

Câu 58. Hãy chọn mệnh đề **sai** dưới đây:

A. $\int\limits_0^1 x^2\mathrm{d}x \geqslant \int\limits_0^1 x^3\mathrm{d}x$.

B. Đạo hàm của $F(x) = \int\limits_1^x \dfrac{\mathrm{d}t}{1+t}$ là $F'(x) = \dfrac{1}{1+x}(x>0)$.

C. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-a;a]$ thì $\int\limits_{-a}^a f(x)\mathrm{d}x = 2\int\limits_0^a f(x)\mathrm{d}x$.

D. Nếu $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_b^c f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 59. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn và $\int_{-3}^{0} f(x)\mathrm{d}x = a$. Chọn mệnh đề đúng:

A. $\int_{0}^{3} f(x)\mathrm{d}x = -a$.

B. $\int_{-3}^{3} f(x)\mathrm{d}x = 2a$.

C. $\int_{-3}^{3} f(x)\mathrm{d}x = a$.

D. $\int_{3}^{0} f(x)\mathrm{d}x = a$.

Câu 60. Nếu $f(1) = 12$, $f'(x)$ liên tục và $\int_{1}^{4} f'(x)\mathrm{d}x = 17$. Giá trị của $f(4)$ bằng:

A. 29. B. 5. C. 19. D. 9.

Câu 61. Cho $\int_{2}^{5} f(x)\mathrm{d}x = 10$. Khi đó $\int_{5}^{2} [2 - 4f(x)]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 32. B. 34. C. 36. D. 40.

Câu 62. Cho $\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 1$ và $\int_{1}^{4} f(t)\mathrm{d}t = -3$. Giá trị của $\int_{2}^{4} f(u)\mathrm{d}u$ là:

A. -2. B. -4. C. 4. D. 2.

Câu 63. Cho hàm f liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{a}^{d} f(x)\mathrm{d}x = 10$, $\int_{b}^{d} f(x)\mathrm{d}x = 8$, $\int_{a}^{c} f(x)\mathrm{d}x = 7$.

Tính $I = \int_{b}^{c} f(x)\mathrm{d}x$, ta được.

A. $I = -5$. B. $I = 7$. C. $I = 5$. D. $I = -7$.

Câu 64. Cho biết $\int_{1}^{3} f(x)\mathrm{d}x = -2$, $\int_{1}^{4} f(x)\mathrm{d}x = 3$, $\int_{1}^{4} g(x)\mathrm{d}x = 7$.

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\int_{1}^{4} [f(x) + g(x)]\mathrm{d}x = 10$.

B. $\int_{3}^{4} f(x)\mathrm{d}x = 1$.

C. $\int_{4}^{3} f(x)\mathrm{d}x = -5$.

D. $\int_{1}^{4} [4f(x) - 2g(x)]\mathrm{d}x = -2$.

Câu 65. Cho biết $A = \int_{1}^{2} [3f(x) + 2g(x)]\mathrm{d}x = 1$ và $B = \int_{1}^{2} [2f(x) - g(x)]\mathrm{d}x = -3$.

Giá trị của $\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 1. B. 2. C. $-\frac{5}{7}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 66. Giả sử A, B là các hằng số của hàm số $f(x) = A\sin(\pi x) + Bx^2$.

Biết $\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 4$.

Giá trị của B là:

A. 1. B. Một đáp số khác. C. 2. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 67. Tính các hằng số A và B để hàm số $f(x)=A\sin(\pi x)+B$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $f'(1)=2$ và $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$.

A. $A=-\frac{2}{\pi},\ B=2$.
B. $A=\frac{2}{\pi},\ B=2$.
C. $A=-\frac{2}{\pi},\ B=-2$.
D. $A=\frac{2}{\pi},\ B=-2$.

Câu 68. Giá trị nào của b để $\int_1^b (2x-6)\mathrm{d}x=0$?

A. $b=0$ hoặc $b=3$.
B. $b=0$ hoặc $b=1$
C. $b=5$ hoặc $b=0$.
D. $b=1$ hoặc $b=5$.

Câu 69. Cho $\int_1^a \frac{x+1}{x}\mathrm{d}x=e$ với $a>1$. Khi đó, giá trị của a thỏa mãn là:

A. $\frac{1}{e}$. B. e. C. $\frac{e}{2}$. D. e^2.

Câu 70. Để $\int_1^k (k-4x)\mathrm{d}x=6-5k$ thì giá trị của k là:

A. $k=1$. B. $k=2$. C. $k=3$. D. $k=4$.

Câu 71. Để $\int_0^x \left(\sin^2 t-\frac{1}{2}\right)\mathrm{d}t=0$, với $k\in\mathbb{Z}$ thì x thỏa:

A. $x=k2\pi$. B. $x=k\pi$. C. $x=k\frac{\pi}{2}$. D. $x=(2k+1)\pi$.

Câu 72. Nếu $\int_0^a (\cos x+\sin x)\mathrm{d}x=0\ (0<a<2\pi)$ thì giá trị a bằng:

A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{2}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. π.

Câu 73. Nếu $\int_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{2x-1}=\ln c$ với $c\in\mathbb{Q}$ thì giá trị của c bằng:

A. 9. B. 6. C. 3. D. 81.

Câu 74. Nếu kết quả của $\int_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{x+3}$ được viết ở dạng $\ln\frac{a}{b}$ với $a,\ b$ là các số tự nhiên và ước chung lớn nhất của $a,\ b$ bằng 1. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. $3a-b<12$. B. $a+2b=13$. C. $a-b>2$. D. $a^2+b^2=41$.

Câu 75. Tính tích phân $\int_1^2 \left(\frac{1}{x-3}-\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}\right)dx$, ta thu được kết quả ở dạng $a+b\ln 2$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $a^2+b^2>10$. B. $a>0$. C. $a-b>1$. D. $b-2a>0$.

Câu 76. Kết quả của tích phân $\int_{-1}^{0}\left(x+1+\frac{2}{x-1}\right)dx$ được viết dưới dạng $a+b\ln 2$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$. Khi đó $a+b$ bằng:

A. $\frac{3}{2}$. B. $-\frac{3}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 77. Biết rằng $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x}dx = a\ln 2+b$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$.

Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. $a<5$. B. $b>4$. C. $a^2+b^2>50$. D. $a+b<1$.

Câu 78. Cho tích phân $I=\int_1^2 \frac{(x^2-2x)(x-1)}{x+1}dx = a+b\ln 2+c\ln 3$ với $a,\ b,\ c\in\mathbb{Q}$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $b>0$. B. $c<0$. C. $a<0$. D. $a+b+c>0$.

Câu 79. Cho tích phân $I=\int_1^2 \frac{(x-2)(x^2-x+2)}{x+2}dx = a+b\ln 2+c\ln 3$ với $a,\ b,\ c\in\mathbb{Q}$.

Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $b>0$. B. $c>0$. C. $a<0$. D. $a+b+c>0$.

Câu 80. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)=1,2+\frac{t^2+4}{t+3}(\text{m/s})$. Quãng đường vật đó đi được trong 4 giây đầu tiên bằng bao nhiêu ? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

A. 18,82 m. B. 11,81 m. C. 4,06 m. D. 7,28 m.

Câu 81. Bạn Nam ngồi trên máy bay đi du lịch thế giới và vận tốc chuyển động của máy bay là $v(t)=3t^2+5(\text{m/s})$. Quãng đường máy bay đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là :

A. 36m. B. 252m. C. 1134m. D. 966m.

Câu 82. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét ?

A. 0,2 m. B. 2 m. C. 10 m. D. 20 m.

Câu 83. Một vật đang chuyển động với vận tốc 10m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t)=3t+t^2$ (m/s²). Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc bằng bao nhiêu ?

A. $\frac{4000}{3}$m. B. $\frac{4300}{3}$m. C. $\frac{1900}{3}$m. D. $\frac{2200}{3}$m.

Câu 84. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)(\text{m/s})$, có gia tốc $v'(t)=\frac{3}{t+1}(\text{m/s}^2)$. Vận tốc ban đầu của vật là 6m/s. Vận tốc của vật sau 10 giây là (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị):

A. 14m/s. B. 13m/s. C. 11m/s. D. 12m/s.

Câu 85. Một đám vi trùng ngày thứ t có số lượng là $N(t)$. Biết rằng $N'(t)=\frac{4000}{1+0,5t}$ và lúc đầu đám vi trùng có 250.000 con. Sau 10 ngày số lượng vi trùng là (lấy xấp xỉ hang đơn vị):

A. 264.334 con. B. 257.167 con. C. 258.959 con. D. 253.584 con.

Câu 86. Gọi $h(t)(\text{cm})$ là mực nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được t giây. Biết rằng $h'(t)=\frac{1}{5}\sqrt[3]{t+8}$ và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mức nước ở bồn sau khi bơm nước được 6 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm):

A. 2,33 cm. B. 5,06 cm. C. 2,66 cm. D. 3,33 cm.

Câu 87. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Nếu $w'(t)$ là tốc độ tăng trưởng cân nặng/năm của một đứa trẻ, thì $\int_5^{10} w'(t)dt$ là sự cân nặng của đứa trẻ giữa 5 và 10 tuổi.

B. Nếu dầu rò rỉ từ một cái thùng với tốc độ $r(t)$ tính bằng galông/phút tại thời gian t, thì $\int_0^{120} r(t)dt$ biểu thị lượng galông dầu rò rỉ trong 2 giờ đầu tiên.

C. Nếu $r(t)$ là tốc độ tiêu thụ dầu của thế giới, trong đó t được bằng năm, bắt đầu tại $t=0$ vào ngày 1 tháng 1 năm 2000 và $r(t)$ được tính bằng thùng/năm, $\int_0^{17} r(t)dt$ biểu thị số lượng thùng dầu tiêu thụ từ ngày 1 tháng 1 năm 2000 đến ngày 1 tháng 1 năm 2017.

D. Cả A, B, C đều đúng.

O Bài 04

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP TÍNH TÍCH PHÂN

1. Phương pháp đổi biến số

a) Phương pháp đổi biến số loại 1

Giả sử cần tính $I=\int_a^b f(x)dx$ ta thực hiện các bước sau

Bước 1. Đặt $x=u(t)$ (với $u(t)$ là hàm có đạo hàm liên tục trên $[\alpha;\beta]$, $f[u(t)]$ xác định trên $[\alpha;\beta]$ và $u(\alpha)=a,\ u(\beta)=b$) và xác định $\alpha,\ \beta$.

Bước 2. Thay vào, ta có: $I=\int_\alpha^\beta f[u(t)].u'(t)dt=\int_\alpha^\beta g(t)dt=G(t)\Big|_\alpha^\beta=G(\beta)-G(\alpha)$.

Một số dạng thường dùng phương pháp đổi biến số loại 1

Dấu hiệu	Cách chọn
$\sqrt{a^2-x^2}$	$\left[\begin{array}{ll} x=\lvert a\rvert\sin t & t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right] \\ x=\lvert a\rvert\cos t & t\in[0;\pi] \end{array}\right.$
$\sqrt{x^2-a^2}$	$\left[\begin{array}{ll} x=\dfrac{\lvert a\rvert}{\sin t} & t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\setminus\{0\} \\ x=\dfrac{\lvert a\rvert}{\cos t} & t\in[0,\pi]\setminus\left\{\frac{\pi}{2}\right\} \end{array}\right.$
x^2+a^2	$x=\lvert a\rvert\tan t \quad t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$

b) Phương pháp đổi biến số loại 2

Tương tự như nguyên hàm, ta có thể tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số (ta gọi là loại 2) như sau:

Để tính tích phân $I=\int_a^b f(x)dx$ nếu $f(x)=g[u(x)].u'(x)$, ta có thể thực hiện phép đổi biến như sau

Bước 1. Đặt $t=u(x)\Rightarrow dt=u'(x)dx$.

Đổi cận $\begin{cases} x=a\Rightarrow t=u(a) \\ x=b\Rightarrow t=u(b) \end{cases}$.

Bước 2. Thay vào ta có $I=\int_{u(a)}^{u(b)} g(t)dt=G(t)\Big|_{u(a)}^{u(b)}$.

2. Phương pháp tích phân từng phần

Cho hai hàm số u và v liên tục trên $[a;b]$ và có đạo hàm liên tục trên $[a;b]$.

Khi đó: $\int\limits_a^b u\mathrm{d}v = uv\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\mathrm{d}u.$

Một số tích phân các hàm số dễ phát hiện u và $\mathrm{d}v$

Dạng 1	$\int\limits_\alpha^\beta f(x)\ln[g(x)]\mathrm{d}x$	Đặt $\begin{cases} u=\ln[g(x)] \\ \mathrm{d}v = f(x)\mathrm{d}x \end{cases}$
Dạng 2	$\int\limits_\alpha^\beta f(x)\begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \\ e^{ax} \end{bmatrix}\mathrm{d}x$	Đặt $\begin{cases} u=f(x) \\ \mathrm{d}v = \begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \\ e^{ax} \end{bmatrix}\mathrm{d}x \end{cases}$
Dạng 3	$\int\limits_\alpha^\beta e^{ax}\begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \end{bmatrix}\mathrm{d}x$	Đặt $\begin{cases} u=\begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \end{bmatrix} \\ \mathrm{d}v = e^{ax}\mathrm{d}x \end{cases}$

Ưu tiên đặt u theo quy tắc "***nhất log, nhì đa, tam lượng, tứ mũ***".

Tức là trong hàm số dưới dấu tích phân hợp bởi 2 trong 4 hàm số trên thì ta đặt u theo thứ tự ưu tiên như trên, còn lại thì đặt là $\mathrm{d}v$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1.1. PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ LOẠI 1

Câu 88. Đổi biến số $x = 4\sin t$ của tích phân $I = \int\limits_0^{\sqrt{8}} \sqrt{16-x^2}\,\mathrm{d}x$, ta được:

A. $I = -16\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t\mathrm{d}t$.

B. $I = 8\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} (1+\cos 2t)\mathrm{d}t$.

C. $I = 16\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 t\mathrm{d}t$.

D. $I = 8\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} (1-\cos 2t)\mathrm{d}t$.

Câu 89. Cho tích phân $I = \int\limits_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{4-x^2}}$. Nếu đổi biến số $x = 2\sin t$ thì:

A. $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} \mathrm{d}t$.

B. $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} t\mathrm{d}t$.

C. $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\mathrm{d}t}{t}$.

D. $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \mathrm{d}t$.

Câu 90. Đổi biến số $x=\sqrt{3}\tan t$ của tích phân $I=\int\limits_{\sqrt{3}}^{3}\frac{1}{x^2+3}\mathrm{d}x$, ta được:

A. $I=\sqrt{3}\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\mathrm{d}t.$ **B.** $I=\frac{\sqrt{3}}{3}\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\mathrm{d}t}{t}.$ **C.** $I=\frac{\sqrt{3}}{3}\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}t\mathrm{d}t.$ **D.** $I=\frac{\sqrt{3}}{3}\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\mathrm{d}t.$

Câu 91. Cho tích phân $I=\int\limits_{1}^{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{x^2-1}}{x^3}\mathrm{d}x$. Nếu đổi biến số $x=\frac{1}{\sin t}$ thì:

A. $I=\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}}\cos^2 t\mathrm{d}t.$ **B.** $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 t\mathrm{d}t.$ **C.** $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t\mathrm{d}t.$ **D.** $I=\frac{1}{2}\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}(1-\cos 2t)\mathrm{d}t.$

Vấn đề 1.2. PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ LOẠI 2

Câu 92. Cho hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 f(1-x)\mathrm{d}x.$ **B.** $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x=2\int\limits_0^a f(x)\mathrm{d}x.$

C. $\int\limits_0^{\pi} f(\sin x)\mathrm{d}x=\pi\int\limits_0^{\pi} f(\sin x)\mathrm{d}x.$ **D.** $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x.$

Câu 93. Nếu $f(x)$ liên tục và $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x=10$, thì $\int\limits_0^2 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 5. **B.** 29. **C.** 19. **D.** 9.

Câu 94. Hàm số $y=f(x)$ có nguyên hàm trên $(a;b)$ đồng thời thỏa mãn $f(a)=f(b)$.
Lựa chọn phương án đúng:

A. $\int\limits_a^b f'(x)e^{f(x)}\mathrm{d}x=0.$ **B.** $\int\limits_a^b f'(x)e^{f(x)}\mathrm{d}x=1.$

C. $\int\limits_a^b f'(x)e^{f(x)}\mathrm{d}x=-1.$ **D.** $\int\limits_a^b f'(x)e^{f(x)}\mathrm{d}x=2.$

Câu 95. Cho hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên $\mathbb{R}$. Xét các mệnh đề:

I. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x.f(\sin x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x.$ II. $\int\limits_0^1\frac{f(e^x)}{e^x}\mathrm{d}x=\int\limits_1^e\frac{f(x)}{x^2}\mathrm{d}x.$

III. $\int\limits_0^a x^3 f(x^2)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_0^{a^2}xf(x)\mathrm{d}x.$

Các mệnh đề đúng là:

A. Chỉ I. **B.** Chỉ II. **C.** Chỉ III. **D.** Cả I, II và III.

Câu 96. Cho $f(x)$ là hàm số lẻ và liên tục trên $[-a;a]$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x = 0$.

C. $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x = 2\int\limits_{-a}^{0} f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x = -2\int\limits_{0}^{a} f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 97. Cho $f(x)$ là hàm số lẻ và $\int\limits_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x = 2$. Giá trị của $\int\limits_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$ là:

A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

Câu 98. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn và $\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x = 3$. Giá trị của $\int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x$ là:

A.3. B. 2. C. 6. D. -3.

Câu 99. Tính tích phân $I = \int\limits_{0}^{2} x^2\sqrt{x^3+1}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{16}{9}$. B. $-\frac{16}{9}$. C. $\frac{52}{9}$. D. $-\frac{52}{9}$.

Câu 100. Cho $I = \int\limits_{1}^{2} 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x$ và $u = x^2-1$. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $I = \int\limits_{0}^{3} \sqrt{u}\mathrm{d}u$. B. $I = \int\limits_{1}^{2} \sqrt{u}\mathrm{d}u$. C. $I = \frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\Big|_0^3$. D. $I = 2\sqrt{3}$.

Câu 101. Biến đổi $\int\limits_{0}^{3} \frac{x}{1+\sqrt{1+x}}\mathrm{d}x$ thành $\int\limits_{1}^{2} f(t)\mathrm{d}t$, với $t = \sqrt{1+x}$. Khi đó $f(t)$ là hàm nào trong các hàm số sau?

A. $f(t) = 2t^2 - 2t$. B. $f(t) = t^2 + t$. C. $f(t) = t^2 - t$. D. $f(t) = 2t^2 + 2t$.

Câu 102. Cho tích phân $I = \int\limits_{1}^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2}\mathrm{d}x$. Nếu đổi biến số $t = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ thì:

A. $I = -\int\limits_{\sqrt{2}}^{\frac{2}{\sqrt{3}}} \frac{t^2\mathrm{d}t}{t^2-1}$. B. $I = \int\limits_{2}^{3} \frac{t^2\mathrm{d}t}{t^2+1}$. C. $I = \int\limits_{\sqrt{2}}^{\frac{2}{\sqrt{3}}} \frac{t^2\mathrm{d}t}{t^2-1}$. D. $I = \int\limits_{2}^{3} \frac{t\mathrm{d}t}{t^2+1}$.

Câu 103. Kết quả của tích phân $I = \int\limits_{1}^{2} \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{1+x^3}}$ có dạng $I = a\ln 2 + b\ln\left(\sqrt{2}-1\right) + c$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Q}$. Khi đó giá trị của a bằng:

A. $a = \frac{1}{3}$. B. $a = -\frac{1}{3}$. C. $a = -\frac{2}{3}$. D. $a = \frac{2}{3}$.

Câu 104. Biết rằng $I=\int\limits_0^1 \frac{x}{x^2+1}dx=\ln a$ với $a\in\mathbb{Q}$. Khi đó giá trị của a bằng:

A. $a=2$ B. $a=\frac{1}{2}$. C. $a=\sqrt{2}$. D. $a=4$.

Câu 105. Cho $2\sqrt{3}.m-\int\limits_0^1 \frac{4x^3}{\left(x^4+2\right)^2}dx=0$. Khi đó $144m^2-1$ bằng:

A. $-\frac{2}{3}$. B. $4\sqrt{3}-1$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. Kết quả khác.

Câu 106. Tính tích phân $I=\int\limits_1^2 \frac{\ln x}{x}dx$.

A. $I=2$. B. $I=\frac{\ln^2 2}{2}$. C. $I=\ln 2$. C. $I=-\frac{\ln^2 2}{2}$.

Câu 107. Đổi biến $u=\ln x$ thì tích phân $I=\int\limits_1^e \frac{1-\ln x}{x^2}dx$ thành:

A. $I=\int\limits_1^0 (1-u)du$. B. $I=\int\limits_0^1 (1-u)e^{-u}du$.

C. $I=\int\limits_1^0 (1-u)e^{u}du$. D. $I=\int\limits_1^0 (1-u)e^{2u}du$.

Câu 108. Cho $I=\int\limits_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x}dx$ và $t=\sqrt{1+3\ln x}$.

Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $I=\frac{2}{3}\int\limits_1^2 t\,dt$. B. $I=\frac{2}{3}\int\limits_1^2 t^2dt$. C. $I=\frac{2}{9}t^3\Big|_1^2$. D. $I=\frac{14}{9}$.

Câu 109. Biến đổi $\int\limits_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x+2)^2}dx$ thành $\int\limits_2^3 f(t)dt$, với $t=\ln x+2$. Khi đó $f(t)$ là hàm nào trong các hàm số sau?

A. $f(t)=\frac{2}{t^2}-\frac{1}{t}$. B. $f(t)=-\frac{1}{t^2}+\frac{2}{t}$. C. $f(t)=\frac{2}{t^2}+\frac{1}{t}$. D. $f(t)=-\frac{2}{t^2}+\frac{1}{t}$.

Câu 110. Kết quả của tích phân $I=\int\limits_1^e \frac{\ln x}{x\left(\ln^2 x+1\right)}dx$ có dạng $I=a\ln 2+b$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $2a+b=1$. B. $a^2+b^2=4$. C. $a-b=1$. D. $ab=2$.

Câu 111. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 xe^{x^2}dx$.

A. $I=\frac{e}{2}$. B. $I=\frac{e+1}{2}$. C. $I=\frac{e-1}{2}$. D. $I=e$.

Câu 112. Cho $I=\int_0^{\ln 2} e^x\sqrt{e^x-1}\mathrm{d}x$ và $t=\sqrt{e^x-1}$.

Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $I=2\int_0^1 t^2\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int_0^1 t^2\mathrm{d}t$. **C.** $I=\left.\frac{2t^3}{3}\right|_0^1$. **D.** $I=\frac{2}{3}$.

Câu 113. Biến đổi $\int_0^{\ln 3}\frac{\mathrm{d}x}{e^x+1}$ thành $\int_1^3 f(t)\mathrm{d}t$, với $t=e^x$. Khi đó $f(t)$ là hàm nào trong các hàm số sau?

A. $f(t)=\frac{1}{t^2-t}$. **B.** $f(t)=\frac{1}{t}+\frac{1}{t+1}$. **C.** $f(t)=\frac{1}{t+1}-\frac{1}{t}$. **D.** $f(t)=\frac{1}{t^2+t}$.

Câu 114. Tìm a biết $I=\int_{-1}^{2}\frac{e^x\mathrm{d}x}{2+e^x}=\ln\frac{ae+e^3}{ae+b}$ với a, b là các số nguyên dương.

A. $a=\frac{1}{3}$. **B.** $a=-\frac{1}{3}$. **C.** $a=2$. **D.** $a=-2$.

Câu 115. Để tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x}\cos x\mathrm{d}x$ ta chọn cách đặt nào sau đây cho phù hợp?

A. Đặt $t=e^{\sin x}$. **B.** Đặt $t=\sin x$. **C.** Đặt $t=\cos x$. **D.** Đặt $t=e^x$.

Câu 116. Cho tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x}\sin x\cos^3 x\mathrm{d}x$.

Nếu đổi biến số $t=\sin^2 x$ thì:

A. $I=\frac{1}{2}\int_0^1 e^t(1-t)\mathrm{d}t$. **B.** $I=2\left[\int_0^1 e^t\mathrm{d}t+\int_0^1 te^t\mathrm{d}t\right]$.

C. $I=2\int_0^1 e^t(1-t)\mathrm{d}t$. **D.** $I=\frac{1}{2}\left[\int_0^1 e^t\mathrm{d}t+\int_0^1 te^t\mathrm{d}t\right]$.

Câu 117. Biến đổi $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x}\sin 2x\mathrm{d}x$ thành $\int_{\frac{1}{2}}^{1} f(t)\mathrm{d}t$, với $t=\sin^2 x$. Khi đó $f(t)$ là hàm nào trong các hàm số sau?

A. $f(t)=e^t\sin 2t$. **B.** $f(t)=e^t$. **C.** $f(t)=e^t\sin t$. **D.** $f(t)=\frac{1}{2}e^t$.

Câu 118. **(ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017)** Tính tích phân $I=\int_0^{\pi}\cos^3 x\sin x\mathrm{d}x$.

A. $I=-\frac{1}{4}\pi^4$. **B.** $I=-\pi^4$. **C.** $I=0$. **D.** $I=-\frac{1}{4}$.

Câu 119. Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x\left(1+\sin^2 x\right)^3 dx$.

A. $I=\frac{\pi^4}{64}$. B. $I=\frac{15}{4}$. C. $I=\frac{31}{4}$. D. $I=\frac{7}{4}$.

Câu 120. Cho tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{6\tan x}{\cos^2 x\sqrt{3\tan x+1}}dx$. Giả sử đặt $u=\sqrt{3\tan x+1}$ thì ta được:

A. $I=\frac{4}{3}\int_1^2\left(2u^2+1\right)du$. B. $I=\frac{4}{3}\int_1^2\left(u^2+1\right)du$.

C. $I=\frac{4}{3}\int_1^2\left(u^2-1\right)du$. D. $I=\frac{4}{3}\int_1^2\left(2u^2-1\right)du$.

Câu 121. Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1-\cos x)^n\sin x dx$ bằng:

A. $I=\frac{1}{n+1}$. B. $I=\frac{1}{n-1}$. C. $I=\frac{1}{2n}$. D. $I=\frac{1}{n}$.

Câu 122. Nếu $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sin^n x\cos x dx=\frac{1}{64}$ thì n bằng:

A. $n=3$. B. $n=4$. C. $n=6$. D. $n=5$.

Vấn đề 2. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN TỪNG PHẦN

Câu 123. Tính tích phân $I=\int_1^2\ln t dt$. Chọn khẳng định sai?

A. $I=2\ln 2-1$. B. $\ln\frac{4}{e}$. C. $\ln 4-\log 10$. D. $\ln 4e$.

Câu 124. Biết $I=\int_1^a\frac{\ln x}{x^2}dx=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\ln 2$. Giá trị của a bằng:

A. 2. B. $\ln 2$. C. 4. D. 8.

Câu 125. Kết quả của tích phân $I=\int_2^3\ln\left(x^2-x\right)dx$ được viết ở dạng $I=a\ln 3-b$ với a, b là các số nguyên. Khi đó $a-b$ nhận giá trị nào sau đây?

A. -1. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 126. **(ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017)** Tính tích phân $I=\int_1^e x\ln x dx$.

A. $I=\frac{1}{2}$. B. $I=\frac{e^2-2}{2}$. C. $I=\frac{e^2+1}{4}$. D. $I=\frac{e^2-1}{4}$.

Câu 127. Khẳng định nào sau đây **đúng** về kết quả $\int_1^e x^3 \ln x dx = \frac{3e^a + 1}{b}$?

A. $ab = 64$. B. $ab = 46$. C. $a - b = 12$. D. $a - b = 4$.

Câu 128. Kết quả của tích phân $I = \int_0^1 x\ln(2 + x^2)dx$ được viết ở dạng $I = a\ln 3 + b\ln 2 + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Hỏi tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

A. 0. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.

Câu 129. Cho $I = \int_1^e \ln\frac{k}{x}dx$. Xác định k để $I < e - 2$.

A. $k < e + 2$. B. $k < e$. C. $k > e + 1$. D. $k < e - 1$.

Câu 130. Tính tích phân $I = \int_0^1 x2^x dx$.

A. $I = \frac{2\ln 2 - 1}{\ln^2 2}$. B. $I = \frac{2\ln 2 - 1}{\ln 2}$. C. $I = \frac{2\ln 2 + 1}{\ln^2 2}$. D. $I = \frac{2\ln 2 + 1}{\ln 2}$.

Câu 131. Kết quả tích phân $I = \int_0^1 (2x + 3)e^x dx$ được viết dưới dạng $I = ae + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a - b = 2$. B. $a^3 + b^3 = 28$. C. $ab = 3$. D. $a + 2b = 1$.

Câu 132. Tích phân $\int_0^{\sqrt{a}} (x - 1)e^{2x}dx = \frac{3 - e^2}{4}$. Giá trị của $a > 0$ bằng:

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 133. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x\sin 2x dx$.

A. $I = 1$. B. $I = \frac{\pi}{2}$. C. $I = \frac{1}{4}$. D. $I = \frac{3}{4}$.

Câu 134. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(\sin x + 2m)dx = 1 + \pi^2$. Giá trị của tham số m là:

A. 5. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 135. Cho $\frac{\pi}{m} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx = 1$. Khi đó $9m^2 - 6$ bằng:

A. 3. B. 30. C. -3. D. -30.

Câu 136. Kết quả của tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1 - \sin x)dx$ được viết ở dạng $\pi\left(\frac{\pi}{a} - \frac{1}{b}\right) - 1$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $a + 2b = 8$. B. $a + b = 5$. C. $2a - 3b = 2$. D. $a - b = 2$.

Câu 137. Với $t \in (-1;1)$ ta có $\int_0^t \frac{dx}{x^2-1} = -\frac{1}{2}\ln 3$. Khi đó giá trị t là:

A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. D. 0. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 138. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x.e^{\sin x}dx$. Một học sinh giải như sau:

Bước 1: Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$.

Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1 \end{cases} \Rightarrow I = 2\int_0^1 te^t dt.$

Bước 2: Chọn $\begin{cases} u = t \\ dv = e^t dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dt \\ v = e^t \end{cases}$.

Suy ra $\int_0^1 te^t dt = te^t\Big|_0^1 - \int_0^1 e^t dt = e - e^t\Big|_0^1 = 1$.

Bước 3: $I = 2\int_0^1 te^t dt = 2$.

Hỏi bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở đâu?

A. Bài giải trên sai từ Bước 1. **B.** Bài giải trên sai từ Bước 2.

C. Bài giải trên hoàn toàn đúng. **D.** Bài giải trên sai từ Bước 3.

Câu 139. Cho $I = \int_0^{\pi} e^x \cos^2 x dx$, $J = \int_0^{\pi} e^x \sin^2 x dx$ và $K = \int_0^{\pi} e^x \cos 2x dx$. Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

(I). $I + J = e^{\pi}$. **(II).** $I - J = K$. **(III).** $K = \frac{e^{\pi}-1}{5}$.

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Chỉ (III). **D.** Cả (II) và (III).

Câu 140. Cho $I_n = \int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x}dx$ với $n \in \mathbb{N}$. Giá trị của $I_0 + I_1$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

O Bài 05

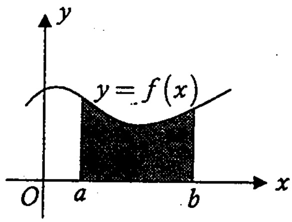
ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

1. Tính diện tích hình phẳng

Định lí.

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, <u>không âm</u> trên đoạn $[a;b]$. Khi đó diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a,\ x=b$ là

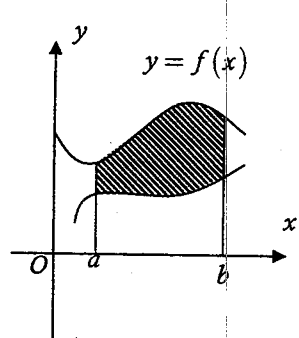
$$S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x.$$



Bài toán 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó diện tích S của hình phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$; trục hoành Ox ($y=0$) và hai đường thẳng $x=a;\ x=b$ là $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$.

Bài toán 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=f(x)$; $y=g(x)$ và hai đường đường thẳng $x=a;\ x=b$ là

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|\mathrm{d}x.$$



Chú ý:

1) Để phá bỏ dấu giá trị tuyệt đối ta thường làm như sau:

- Giải phương trình $f(x)=g(x)$ tìm nghiệm $x_1,x_2,...,x_n \in (a;b)$ $(x_1<x_2<...<x_n)$.
- Tính $S=\int_a^{x_1}|f(x)-g(x)|\mathrm{d}x+\int_{x_1}^{x_2}|f(x)-g(x)|\mathrm{d}x+\ ...+\int_{x_n}^{b}|f(x)-g(x)|\mathrm{d}x$

$$=\left|\int_a^{x_1}(f(x)-g(x))\mathrm{d}x\right|+...+\left|\int_{x_n}^{b}(f(x)-g(x))\mathrm{d}x\right|.$$

Ngoài cách trên, ta có thể dựa vào đồ thị để bỏ dấu giá trị tuyệt đối.

2) Trong nhiều trường hợp, bài toán yêu cầu tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = f(x)$; $y = g(x)$.

Khi đó, ta có công thức tính như sau $S = \int_{x_1}^{x_n} |f(x) - g(x)| dx$.

Trong đó x_1 và x_n tương ứng là nghiệm nhỏ nhất, lớn nhất của phương trình $f(x) = g(x)$.

2. Tính thể tích khối tròn xoay

a) Tính thể tích của vật thể

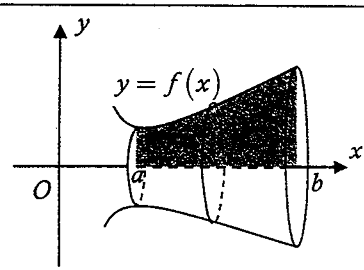
Định lí.

Cắt một vật thể C bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = a$, $x = b$ $(a < b)$. Một mặt phẳng bất kì vuông góc với Ox tại điểm x $(a \leqslant x \leqslant b)$ cắt C theo một thiết diện có diện tích $S(x)$. Giả sử $S(x)$ là hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó thể tích của vật thể C giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) được tính theo công thức $V = \int_a^b S(x) dx$.

b) Tính thể tích vậy tròn xoay

Bài toán 1. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay miền D được giới hạn bởi các đường $y = f(x)$; $y = 0$; $x = a$; $x = b$ quanh trục Ox được tính theo công thức

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$



Chú ý: Nếu hình phẳng D được giới hạn bởi các đường $y = f(x)$; $y = g(x)$ và hai đường $x = a$; $x = b$ (với $f(x).g(x) \geqslant 0$, $\forall x \in [a;b]$) thì thể tích khối tròn xoay sinh bởi khi quay D quanh trục Ox được tính bởi công thức

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$$

Bài toán 2. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng D giới hạn bởi các đường $x = g(y)$, trục tung và hai đường $y = a$, $y = b$ quanh trục Oy được tính theo công thức

$$V = \pi \int_a^b g^2(y) dy.$$

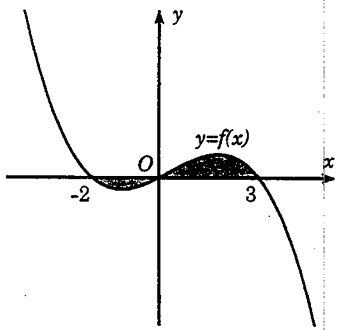
CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẲNG

Câu 141. Viết công thức tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a,\ x=b\ \ (a<b)$ là:

A. $S=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$. B. $S=\int\limits_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. C. $S=\int\limits_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. D. $S=\pi\int\limits_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$.

Câu 142. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích S của hình phẳng (phần tô đậm trong hình dưới) là:



A. $S=\int\limits_{-2}^{3} f(x)\mathrm{d}x$.

B. $S=\int\limits_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{3} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{0}^{-2} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{3} f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int\limits_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{3}^{0} f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 143. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=x^3+2x$ và $y=3x^2$ được tính theo công thức:

A. $S=\int\limits_0^2 \left(x^3-3x^2+2x\right)\mathrm{d}x$.

B. $S=\int\limits_0^1 \left(x^3-3x^2+2x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_1^2 \left(x^3-3x^2+2x\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_0^2 \left(-x^3+3x^2-2x\right)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int\limits_0^1 \left(x^3-3x^2+2x\right)dx+\int\limits_1^2 \left(x^3-3x^2+2x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 144. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=x^2+2$ và $y=3x$ là:

A. $S=2$. B. $S=3$. C. $S=\frac{1}{2}$. D. $S=\frac{1}{6}$.

Câu 145. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$.

A. $S=\frac{37}{12}$. B. $S=\frac{9}{4}$. C. $S=\frac{81}{12}$. D. $S=13$.

Câu 146. Kết quả của diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2-2$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=2$ có dạng $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản).

Khi đó mối liên hệ giữa a và b là:

A. $a-b=2$. B. $a-b=3$. C. $a-b=-2$. D. $a-b=-3$.

Câu 147. Kết quả của việc tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y=x^4-2x^2+1$ và trục Ox gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $S=\frac{1}{2}$. B. $S=1$. C. $S=\frac{3}{2}$. D. $S=2$.

Câu 148. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x\sqrt{1+x^2}$, trục hoành và đường thẳng $x=1$ là:

A. $S=\frac{1}{3}$. B. $S=\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$. C. $S=\frac{2\sqrt{2}+1}{3}$. D. $S=2\left(\sqrt{2}-1\right)$.

Câu 149. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$ và $x-2y=0$ bằng với diện tích hình nào sau đây:

A. Diện tích hình vuông có cạnh bằng 2.

B. Diện tích hình chữ nhật có chiều dài, chiều rộng lần lượt 5 và 3.

C. Diện tích hình tròn có bán kính bằng 3.

D. Diện tích toàn phần khối tứ diện đều có cạnh bằng $\frac{2\sqrt[4]{3}}{3}$.

Câu 150. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{2}{(x+1)^2}$, trục hoành, đường thẳng $x=0$ và đường thẳng $x=4$ là:

A. $S=-\frac{8}{5}$. B. $S=\frac{8}{5}$. C. $S=\frac{2}{25}$. D. $S=\frac{4}{25}$.

Câu 151. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x\ln x$, trục hoành và đường thẳng $x=e$.

A. $S=\frac{e^2+1}{4}$. B. $S=\frac{e^2+1}{6}$. C. $S=\frac{e^2+1}{8}$. D. $S=\frac{e^2+1}{2}$.

Câu 152. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=e^x+x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=1$ là:

A. $S=e+\frac{1}{2}$. B. $S=e-\frac{1}{2}$. C. $S=e+1$. D. $S=e-1$.

Câu 153. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^x+x$, $x-y+1=0$ và $x=\ln 5$ là:

A. $S=5+\ln 4$. B. $S=5-\ln 4$. C. $S=4+\ln 5$. D. $S=4-\ln 5$.

Câu 154. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=(e+1)x$ và $y=\left(1+e^x\right)x$. Giá trị S cần tìm là:

A. $S=\frac{e+2}{2}$. B. $S=\frac{e}{2}$. C. $S=\frac{e-2}{2}$. D. $S=\frac{e-2}{4}$.

Câu 155. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{e^x+1}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=\ln 3$, $x=\ln 8$ nhận giá trị nào sau đây:

A. $S=2+\ln\frac{2}{3}$. B. $S=2+\ln\frac{3}{2}$. C. $S=3+\ln\frac{3}{2}$. D. $S=2-\ln\frac{3}{2}$.

Câu 156. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y=x^2-2x+2$, tiếp tuyến với nó tại điểm $M(3;5)$ và trục Oy là giá trị nào sau đây?

A. $S=4$. B. $S=27$. C. $S=9$. D. $S=12$.

Câu 157. Cho hàm số $y=x^2-2x+2$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 3 có đồ thị Δ. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), đường thẳng Δ và trục tung. Giá trị của S là:

A. $S=9$. B. $S=\frac{9}{2}$. C. $S=\frac{9}{4}$. D. $S=\frac{9}{10}$.

Câu 158. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=4-\frac{1}{x^2}$ đường thẳng $y=-1$, đường thẳng $y=1$ và trục tung được tính như sau:

A. $S=\int_{-1}^{1}\left(4-\frac{1}{x^2}\right)dx$.

B. $S=\int_{-1}^{1}\left|4-\frac{1}{x^2}\right|dx$.

C. $S=\int_{-1}^{1}\frac{1}{\sqrt{4-y}}$.

D. $S=\int_{-1}^{1}\frac{-1}{\sqrt{4-y}}dy$.

Câu 159. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong có phương trình $x-y^2=0$ và $x+2y^2-12=0$ bằng:

A. $S=15$. B. $S=32$. C. $S=25$. D. $S=30$.

Câu 160. Với giá trị nào của a để diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y=\frac{x^2-2x}{x-1}$, đường tiệm cận xiên của (C) và hai đường thẳng $x=a$, $x=2a$ $(a>1)$ bằng $\ln 3$?

A. $a=1$. B. $a=2$. C. $a=3$. D. $a=4$.

Vấn đề 2. TÍNH THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY

Câu 161. **(ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017)** Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$, xung quanh trục Ox.

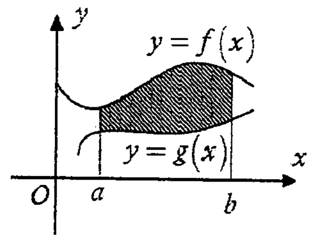
A. $V=\pi\int_a^b f^2(x)dx$.

B. $V=\int_a^b f^2(x)dx$.

C. $V=\pi\int_a^b f(x)dx$.

D. $V=\int_a^b |f(x)|dx$.

Câu 162. Cho hình phẳng trong hình (phần tô đậm) quay quanh trục hoành. Thể tích khối tròn xoay tạo thành được tính theo công thức nào?



A. $V = \int_a^b \left[f(x) - g(x)\right]^2 dx$.

B. $V = \pi \int_a^b \left[f^2(x) - g^2(x)\right] dx$.

C. $V = \pi \int_a^b \left[f(x) - g(x)\right]^2 dx$.

D. $V = \pi \int_a^b \left[f(x) - g(x)\right] dx$.

Câu 163. Viết công thức tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm $x = a$, $x = b$ $(a < b)$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(a \leqslant x \leqslant b)$ là $S(x)$.

A. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$.

B. $V = \pi \int_a^b |S(x)| dx$.

C. $V = \int_a^b S(x) dx$.

D. $V = \pi^2 \int_a^b S(x) dx$.

Câu 164. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Viết Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $V = 4 - 2e$. B. $V = (4 - 2e)\pi$. C. $V = e^2 - 5$. D. $V = (e^2 - 5)\pi$.

Câu 165. Thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0 \leqslant x \leqslant 3)$ là một hình chữ nhật có hai kích thước bằng x và $2\sqrt{9 - x^2}$, bằng:

A. $V = 3$. B. $V = 18$. C. $V = 20$. D. $V = 22$.

Câu 166. Tính thể tích vật thể nằm giữa hai mặt phẳng có phương trình $x = 0$ và $x = 2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x \in [0;2]$ là một phần tư đường tròn bán kính $\sqrt{2}x^2$, ta được kết quả nào sau đây?

A. $V = 32\pi$. B. $V = 64\pi$. C. $V = \frac{16}{5}\pi$. D. $V = 8\pi$.

Câu 167. Hình phẳng C giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, trục tung và tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ tại điểm $(1;2)$, khi quay quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng:

A. $V = \frac{4}{5}\pi$. B. $V = \frac{28}{15}\pi$. C. $V = \frac{8}{15}\pi$. D. $V = \pi$.

Câu 168. Khối tròn xoay tạo nên khi ta quay quanh trục Ox hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox sẽ có thể tích là:

A. $V = \frac{16\pi}{15}$. B. $V = \frac{11\pi}{15}$. C. $V = \frac{12\pi}{15}$. D. $V = \frac{4\pi}{15}$.

Câu 169. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = 2x - x^2$ và $y = x$ khi quay quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng:

A. $V = \frac{\pi}{3}$. B. $V = \frac{\pi}{4}$. C. $V = \frac{\pi}{5}$. D. $V = \pi$.

Câu 170. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các parabol $y = 4 - x^2$ và $y = 2 + x^2$ quay quanh trục Ox là kết quả nào sau đây?

A. $V = 10\pi$. B. $V = 12\pi$. C. $V = 14\pi$. D. $V = 16\pi$.

Câu 171. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $4y = x^2$, $y = x$ qua quanh trục hoành bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{124\pi}{15}$. B. $V = \frac{126\pi}{15}$. C. $V = \frac{128\pi}{15}$. D. $V = \frac{131\pi}{15}$.

Câu 172. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = -x$ và $x = 4$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành nhận giá trị nào sau đây:

A. $V = \frac{41\pi}{3}$. B. $V = \frac{40\pi}{3}$. C. $V = \frac{38\pi}{3}$. D. $V = \frac{41\pi}{2}$.

Câu 173. Thể tích của khối tròn xoay tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \ln x$, trục Ox và đường thẳng $x = e$ là:

A. $V = \pi(e - 2)$. B. $V = \pi(e - 1)$. C. $V = \pi e$. D. $V = \pi(e + 1)$.

Câu 174. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = -x + 2$, $y = 0$ quay quanh trục Oy, có giá trị là kêt quả nào sau đây?

A. $V = \frac{1}{3}\pi$. B. $V = \frac{3}{2}\pi$. C. $V = \frac{32}{15}\pi$. D. $V = \frac{11}{6}\pi$.

Câu 175. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$ và $y = 0$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục Oy là:

A. $V = \frac{7\pi}{3}$. B. $V = \frac{8\pi}{3}$. C. $V = \frac{10\pi}{3}$. D. $V = \frac{16}{3}$.

CHỦ ĐỀ 4. SỐ PHỨC

TỔNG HỢP KIẾN THỨC

1. Khái niệm số phức

- Tập hợp số phức: $\mathbb{C}$.
- Số phức (dạng đại số): $z = a + bi$. Trong đó
  - $a,\ b \in \mathbb{R}$, a là phần thực, b là phần ảo.
  - i là đơn vị ảo, $i^2 = -1$.
- z là số thực $\Leftrightarrow$ phần ảo của z bằng 0 $(b = 0)$.
- z là số ảo (hay còn gọi là thuần ảo) $\Leftrightarrow$ phần thực bằng 0 $(a = 0)$.

  Số 0 vừa là số thực vừa là số ảo.

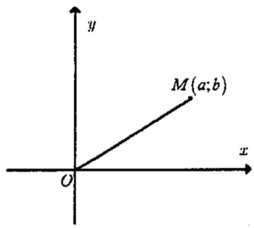
2. Hai số phức bằng nhau

Hai số phức $z_1 = a + bi$ $(a,\ b \in \mathbb{R})$ và $z_2 = c + di$ $(c,\ d \in \mathbb{R})$ được gọi là bằng nhau nếu $a = c$ và $b = d$.

Khi đó ta viết $z_1 = z_2$.

3. Biểu diễn hình học số phức

Số phức $z = a + bi$ $(a,\ b \in \mathbb{R})$ được biểu diễn bởi điểm $M(a;b)$ hay bởi $\vec{u} = (a;b)$ trong mặt phẳng phức với hệ tọa độ Oxy.



4. Phép cộng và phép trừ số phức

Cho hai số phức $z_1 = a + bi$ $(a,\ b \in \mathbb{R})$ và $z_2 = c + di$ $(c,\ d \in \mathbb{R})$. Khi đó

- $z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$.
- $z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)i$.
- Số đối của số phức $z = a + bi$ là $-z = -a - bi$.

5. Phép nhân số phức

Cho hai số phức $z_1 = a + bi$ $(a,\ b \in \mathbb{R})$ và $z_2 = c + di$ $(c,\ d \in \mathbb{R})$. Khi đó

$$z_1 z_2 = (a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i.$$

Nhận xét. Với mọi số thực k và mọi số phức $z = a + bi$ $(a,\ b \in \mathbb{R})$, ta có

$$k.z = k.(a + bi) = ka + kbi.$$

Đặc biệt: $0.z = 0$ với mọi số phức z.

6. Số phức liên hợp

Số phức liên hợp của $z = a + bi$ $(a,\ b \in \mathbb{R})$ là $\overline{z} = a - bi$.

Một số tính chất:

- $\overline{\overline{z}} = z$; $\overline{z \pm z'} = \overline{z} \pm \overline{z'}$; $\overline{z.z'} = \overline{z}.\overline{z'}$; $\overline{\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)} = \dfrac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$; $z.\overline{z} = a^2 + b^2$.
- z là số thực $\Leftrightarrow z = \overline{z}$; z là số ảo $z = -\overline{z}$.

7. Môđun của số phức

Môđun của số phức $z = a + bi$ $(a,\ b \in \mathbb{R})$ là số thực không âm $\sqrt{a^2 + b^2}$ và được kí hiệu là $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Một số tính chất:

- $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{z\overline{z}} = \left|\overrightarrow{OM}\right|$.
- $|z| \geqslant 0, \forall z \in \mathbb{C}$; $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$.
- $|z.z'| = |z|.|z'|$.
- $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$.
- $\big||z| - |z'|\big| \leqslant |z \pm z'| \leqslant |z| + |z'|$.

8. Chia hai số phức

Số phức nghịch đảo của z khác 0 là số $z^{-1} = \dfrac{1}{|z|^2}\overline{z}$.

Phép chia hai số phức z' và $z \neq 0$ là $\dfrac{z'}{z} = z'z^{-1} = \dfrac{z'.\overline{z}}{|z|^2} = \dfrac{z'.\overline{z}}{z.\overline{z}}$.

9. Lũy thừa đơn vị ảo i

$i^0 = 1,\ \ i^1 = i,\ \ i^2 = -1,\ \ i^3 = i^2.i = -i, \ldots$, bằng quy nạp ta được:

$i^{4n} = 1,\ \ i^{4n+1} = i,\ \ i^{4n+2} = -1,\ \ i^{4n+3} = -i,\ \ \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Do đó: $i^n \in \{-1; 1; -i; i\}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

10. Phương trình bậc hai với hệ số thực

a. Căn bậc hai của số thực âm

Tương tự căn bậc hai của một số thực dương, từ đẳng thức $i^2 = -1$, ta nói i là một căn bậc hai của -1; $-i$ cũng là một căn bậc hai của -1, vì $(-i)^2 = -1$. Từ đó, ta xác định được căn bậc hai của các số thực âm, chẳng hạn:

Căn bậc hai của -2 là $\pm i\sqrt{2}$, vì $\left(\pm i\sqrt{2}\right)^2 = -2$.

Căn bậc hai của -3 là $\pm i\sqrt{3}$, vì $\left(\pm i\sqrt{3}\right)^2 = -3$.

Căn bậc hai của -4 là $\pm 2i$, vì $(\pm 2i)^2 = -4$.

Tổng quát, các căn bậc hai của số thực a âm là $\pm i\sqrt{|a|}$.

b. Phương trình bậc hai với hệ số thực

Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$.

Xét biệt số $\Delta = b^2 - 4ac$ của phương trình. Ta thấy:

- Khi $\Delta = 0$, phương trình có một nghiệm thực $x = -\dfrac{b}{2a}$;

- Khi $\Delta > 0$, có hai căn bậc hai (thực) của Δ là $\pm\sqrt{\Delta}$ và phương trình có hai nghiệm thực phân biệt, được xác định bởi công thức $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$;

- Khi $\Delta < 0$ phương trình không có nghiệm thực vì không tồn tại căn bậc hai thực của Δ. Tuy nhiên, trong trường hợp $\Delta < 0$, nếu xét trong tập hợp số phức, ta vẫn có hai căn bậc hai thuần ảo của Δ là $\pm i\sqrt{|\Delta|}$. Khi đó, phương trình có hai nghiệm phức được xác định bởi công thức $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. PHẦN THỰC – PHẦN ẢO

Câu 1. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = 3 + 2i$.

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $-2i$.

B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $2i$.

D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Câu 2. Cho số phức $z = a + bi$. Số phức z^2 có phần thực và phần ảo là:

A. Phần thực bằng $a^2 + b^2$ và phần ảo bằng $2a^2b^2$.

B. Phần thực bằng $a^2 - b^2$ và phần ảo bằng $2ab$.

C. Phần thực bằng $a + b$ và phần ảo bằng a^2b^2.

D. Phần thực bằng $a - b$ và phần ảo bằng ab.

Câu 3. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = \left(\sqrt{2} + 3i\right)^2$ bằng:

A. 11. **B.** $11 + 6\sqrt{2}$. **C.** $-7 + 6\sqrt{2}$. **D.** -7.

Câu 4. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = 4 - 3i + (1-i)^3$.

A. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $-5i$.

B. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $-7i$.

C. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -5.

D. Phần thực bằng -2 và phần ảo bằng $5i$.

Câu 5. Những số vừa là số thuần ảo, vừa là số thực là:

A. 0 và 1. B. Chỉ có 1. C. Chỉ có 0. D. Chỉ có $\sqrt{2}$.

Câu 6. Tìm tham số thực m để số phức $z = 1 + (1+mi) + (1+mi)^2$ là số thuần ảo.

A. $m = 0$. B. $m = \pm\sqrt{3}$. C. $m = \sqrt{3}$. D. $m = \pm 9$.

Câu 7. Cho số phức $z = (x+iy)^2 - 2(x+iy) + 5$ (với $x, y \in \mathbb{R}$). Với giá trị nào của x, y thì số phức đó là số thực.

A. $x = 1$ và $y = 0$. B. $x = -1$. C. $x = 1$ hoặc $y = 0$. D. $x = 1$.

Câu 8. Cho số phức $z = a + bi$. Để z^3 là một số thực, điều kiện của a và b là:

A. $b = 0$ và a bất kì hoặc $b^2 = 3a^2$. B. $b = 3a$.

C. $b^2 = 5a^2$. D. $a = 0$ và b bất kì hoặc $b^2 = a^2$.

Vấn đề 2. HAI SỐ PHỨC BẰNG NHAU

Câu 9. Cho hai số phức $z = (2x+3) + (3y-1)i$ và $z' = 3x + (y+1)i$. Ta có $z = z'$ khi:

A. $x = -\frac{5}{3}; y = 0$. B. $x = -\frac{5}{3}; y = \frac{4}{3}$. C. $x = 3; y = 1$. D. $x = 1; y = 3$.

Câu 10. Cặp số thực $(x;y)$ thỏa mãn $(x+y) + (x-y)i = 5 + 3i$ là:

A. $(x;y) = (4;1)$. B. $(x;y) = (2;3)$. C. $(x;y) = (1;4)$. D. $(x;y) = (3;2)$.

Câu 11. Hai số thực x; y thỏa mãn $(2x-y)i + y(1-2i)^2 = 3 + 7i$ là:

A. $x = 1; y = -1$. B. $x = -1; y = 1$. C. $x = -1; y = 1$. D. $x = 1; y = -1$.

Câu 12. Cho hai số thực x, y thỏa phương trình $2x + 3 + (1-2y)i = 2(2-i) - 3yi + x$. Khi đó biểu thức $P = x^2 - 3xy - y$ nhận giá trị nào sau đây?

A. $P = 13$. B. $P = -3$. C. $P = 11$. D. $P = -12$.

Câu 13. Các số thực x; y thỏa mãn $x^2 + y - (2y+4)i = 2i$ là:

A. $(x;y) = (\sqrt{3};-3)$, $(x;y) = (-\sqrt{3};3)$. B. $(x;y) = (\sqrt{3};3)$, $(x;y) = (\sqrt{3};-3)$.

C. $(x;y) = (\sqrt{3};-3)$, $(x;y) = (-\sqrt{3};-3)$. D. $(x;y) = (\sqrt{3};3)$, $(x;y) = (-\sqrt{3};-3)$.

Câu 14. Biết rằng số phức $z = x + iy$ thỏa mãn $z^2 = -8 + 6i$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\begin{cases} x^2 - y^2 = -8 \\ xy = 3 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x^4 + 8x^2 - 9 = 0 \\ y = \dfrac{3}{x} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$.

D. $x^2 + y^2 + 2xy = -8 + 6i$.

Câu 15. Với x, y là hai số thực thỏa mãn $x(3+5i) + y(1-2i)^3 = 9 + 14i$. Giá trị của $2x - 3y$ là:

A. $\dfrac{205}{109}$.　　B. $\dfrac{353}{61}$.　　C. $\dfrac{172}{61}$.　　D. $\dfrac{94}{109}$.

Vấn đề 3. BIỂU DIỄN HÌNH HỌC SỐ PHỨC

Câu 16. Số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn là:

A. $(2;3)$.　　B. $(-2;-3)$.　　C. $(2;-3)$.　　D. $(-2;3)$.

Câu 17. Cho số phức $z = 5 - 4i$. Số đối của số phức z có điểm biểu diễn là:

A. $(5;4)$.　　B. $(-5;-4)$.　　C. $(5;-4)$.　　D. $(-5;4)$.

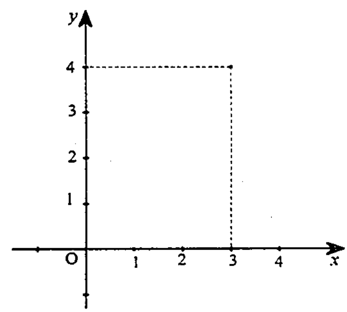
Câu 18. Phần thực và phần ảo của số phức z được biểu diễn bởi điểm M ở (hình bên) lần lượt là:

A. Phần thực bằng 4, phần ảo bằng 3.

B. Phần thực bằng 4, phần ảo bằng -3.

C. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng 4.

D. Phần thực bằng -4, phần ảo bằng 3.



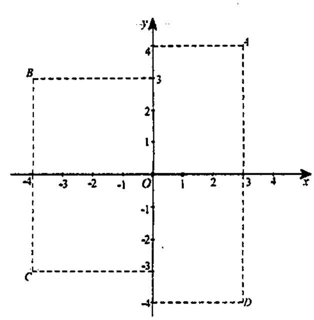
Câu 19. Trong mặt phẳng phức (hình dưới), số phức $z = 3 - 4i$ được biểu diễn bởi:

A. Điểm A.

B. Điểm B.

C. Điểm C.

D. Điểm D.



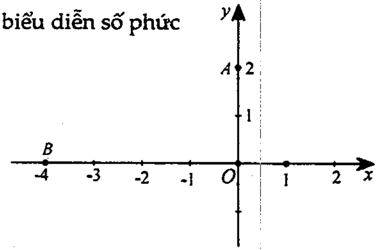
Câu 20. Trong mặt phẳng phức (hình bên), điểm B biểu diễn số phức

A. $-4+0i$.

B. $-4i$.

C. $2-4i$.

D. $2+4i$.



Câu 21. Trong mặt phẳng phức cho hai điểm $A(4;0)$ và $B(0;-3)$. Điểm C thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$. Khi đó, số phức biểu diễn điểm C là

A. $z=-3-4i$. B. $z=4-3i$. C. $z=-3+4i$. D. $z=4+3i$.

Câu 22. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z=-1+6i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z'=-1-6i$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành.

B. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục tung.

C. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

D. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.

Câu 23. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z=2+5i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z'=-2+5i$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành.

B. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục tung.

C. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

D. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.

Câu 24. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z=4-7i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z'=-4+7i$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành.

B. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục tung.

C. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

D.Hai điểm A và B đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.

Câu 25. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z=3+2i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z'=2+3i$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành.

B. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục tung.

C. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

D. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.

Câu 26. Trong mặt phẳng phức với hệ tọa độ Oxy, điểm biểu diễn của các số phức $z=3+bi$ với $b\in\mathbb{R}$ luôn nằm trên đường có phương trình là:

A. $x=3$. B. $y=3$. C. $y=x$. D. $y=x+3$.

Câu 27. Trong mặt phẳng phức với hệ tọa độ Oxy, cho số phức $z = a + a^2 i$ với $a \in \mathbb{R}$. Khi đó điểm biểu diễn của số phức z nằm trên:

A. Đường cong $x = y^2$. B. Parabol $y = -x^2$.

B. Đường thẳng $y = 2x$. D. Parabol $y = x^2$.

Câu 28. Cho ba điểm A, B, M lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $-4, 4i, x+3i$. Với giá trị thực nào của x thì A, B, M thẳng hàng?

A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = -2$. D. $x = 2$.

Câu 29. Xét các điểm A, B, C trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn lần lượt các số phức $z_1 = 2 - 2i$, $z_2 = 3 + i$ và $z_3 = 2i$. Nhận xét nào sau đây là đúng nhất?

A. Ba điểm A, B, C thẳng hàng. B. Tam giác ABC là tam giác vuông.

C. Tam giác ABC là tam giác cân. D. Tam giác ABC là tam giác vuông cân.

Câu 30. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1 = -1 + 3i$; $z_2 = -3 - 2i$; $z_3 = 4 + i$. Chọn kết luận đúng nhất:

A. Tam giác ABC cân. B. Tam giác ABC vuông cân.

C. Tam giác ABC vuông. D. Tam giác ABC đều.

Câu 31. Trong mặt phẳng phức, cho ba điểm A, B, C lần lượt biểu diễn cho ba số phức $z_1 = 1 + i$, $z_2 = (1+i)^2$ và $z_3 = a - i$ $(a \in \mathbb{R})$. Để tam giác ABC vuông tại B thì a bằng:

A. -3. B. -2. C. 3. D. -4.

Câu 32. Trong mặt phẳng phức, các điểm biểu diễn tương ứng với các số 0; 1; i; -2 tạo thành:

A. Một hình vuông. B. Một hình bình hành.

C. Một hình chữ nhật. D. Một hình khác.

Vấn đề 4. PHÉP CỘNG – PHÉP TRỪ HAI SỐ PHỨC

Câu 33. Thu gọn số phức $z = i + (2 - 4i) - (3 - 2i)$, ta được:

A. $z = 5 + 3i$. B. $z = -1 - 2i$. C. $z = 1 + 2i$. D. $z = -1 - i$.

Câu 34. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 2 - 3i$. Tổng của hai số phức là:

A. $3 - 5i$. B. $3 - i$. C. $3 + i$. D. $3 + 5i$.

Câu 35. Tìm số phức $w = z_1 - 2z_2$, biết rằng: $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$.

A. $w = -3 - 4i$. B. $w = -3 + 8i$. C. $w = 3 - i$. D. $w = 5 + 8i$.

Câu 36. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Xác định phần ảo của số phức $3z_1 - 2z_2$.

A. 11. B. 12. C. 10. D. 13.

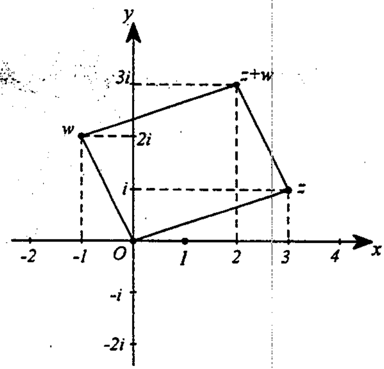
Câu 37. Trên hình vẽ sau, các số phức z; w; $z + w$ lần lượt là:

A. $z = 3 + i$; $w = -1 - 2i$; $z + w = -2 + 3i$.

B. $z = 3 - i$; $w = 1 + 2i$; $z + w = 2 + 3i$.

C. $z = 3 + i$; $w = -1 + 2i$; $z + w = 2 + 3i$.

D. $z = 3 - i$; $w = -1 + 2i$; $z + w = -2 + 3i$.



Vấn đề 5. NHÂN HAI SỐ PHỨC

Câu 38. Thu gọn số phức $z = (2017 - i)(2 - 2016i)$, ta được:

A. $2017 - 4066274i$. B. $2018 + 4066274i$.

C. $2018 - 4066274i$. D. $2016 - 4066274i$.

Câu 39. Đưa số phức $z = i(2 - i)(3 + i)$ về dạng $a + bi$ ta được:

A. $z = 6$. B. $z = 1 + 7i$. C. $z = 2 + 5i$. D. $z = 5i$.

Câu 40. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 4i$ và $z_2 = -i$. Phần thực và phần ảo của số phức $2z_1z_2$ là:

A. Phần thực bằng 0 và phần ảo bằng 8.

B. Phần thực bằng 6 và phần ảo bằng 8.

C. Phần thực bằng -8 và phần ảo bằng -6.

D. Phần thực bằng -8 và phần ảo bằng $-6i$.

Câu 41. Cho hai số phức $z = a + bi$ và $z' = a' + b'i$. Số phức zz' có phần ảo là:

A. $aa' + bb'$. B. $ab' + a'b$. C. $ab + a'b'$. D. $2(aa' + bb')$.

Câu 42. Kết quả của phép tính $(a + bi)(1 - i)$ $(a, b \in \mathbb{R})$ là:

A. $a + b + (b + a)i$. B. $a + b + (b - a)i$. C. $a - b + (b - a)i$. D. $-a + b + (b - a)i$.

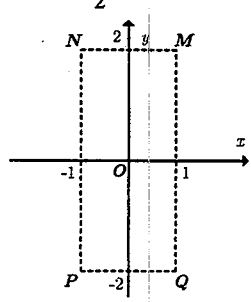
Câu 43. Phân tích $z = 27 + i$ về dạng tích của hai số phức. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(3 + i)(8 + 3i)$. B. $(3 - i)(8 + 3i)$. C. $\frac{1}{2}(3 - i)(8 - 3i)$. D. $-\frac{1}{2}(3 - i)(8 + 3i)$.

Câu 44. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Cho số phức z thỏa mãn $(1 + i)z = 3 - i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên?

A. Điểm P. B. Điểm Q.

C. Điểm M. D. Điểm N.



Câu 45. Cho hai số phức $z = m + 3i$ và $z' = 2 - (m+1)i$. Giá trị thực của m để $z.z'$ là số thực là:

A. $m = 2$ hoặc $m = -3$. B. $m = -2$ hoặc $m = 3$.
C. $m = 1$ hoặc $m = 6$. D. $m = -1$ hoặc $m = 6$.

Vấn đề 6. SỐ PHỨC LIÊN HỢP

Câu 46. Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ là số phức:

A. $z' = -a + bi$. B. $z' = b - ai$. C. $z' = -a - bi$. D. $z' = a - bi$.

Câu 47. Cho số phức $z = a + bi$. Số $z + \overline{z}$ luôn là

A. Số thực. B. Số ảo. C. 0. D. 2.

Câu 48. Cho số phức $z = a + bi$ với $b \neq 0$. Số phức $z - \overline{z}$ luôn là:

A. Số thực. B. Số ảo. C. 0. D. i.

Câu 49. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $-2i$.
B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $2i$.
D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Câu 50. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \overline{z}$.

A. $w = 7 - 3i$. B. $w = -3 - 3i$. C. $w = 3 + 7i$. D. $w = -7 - 7i$.

Câu 51. Cho số phức $z = 5 - 3i$. Tính $1 + \overline{z} + \left(\overline{z}\right)^2$ ta được kết quả:

A. $-22 + 33i$. B. $22 + 33i$. C. $22 - 33i$. D. $-22 - 33i$.

Câu 52. Cho số phức $z = 5 - 3i$. Tính $\left(\overline{z}\right)^3$ ta được kết quả:

A. $10 + 198i$. B. $10 - 198i$. C. $-10 + 198i$. D. $-10 - 198i$.

Câu 53. Cho $f(z) = z^3 - 3z^2 + z - 1$ với z là số phức. Tính $f(z_0) - f\left(\overline{z_0}\right)$ biết $z_0 = 1 - 2i$.

A. $1 + 2i$ B. $-12i$ C. $24i$ D. 2

Câu 54. Cho số phức z thỏa mãn $\overline{z} = \left(i + \sqrt{2}\right)^2 \left(1 - \sqrt{2}i\right)$. Tìm phần ảo của số phức z.

A. 2. B. -2. C. $-\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 55. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Cho x, y là hai số phức thì số phức $x + \overline{y}$ có số phức liên hợp $\overline{x} + y$.
B. Cho x, y là hai số phức thì số phức $x - \overline{y}$ có số phức liên hợp $\overline{x} - y$.
C. Cho x, y là hai số phức thì số phức $x\overline{y}$ có số phức liên hợp $\overline{x}y$.
D. Số phức $z = a + bi$ thì $z^2 + \left(\overline{z}\right)^2 = 2\left(a^2 + b^2\right)$.

Câu 56. Số phức z và số phức liên hợp $\bar{z}$.

Xét các phát biểu sau:

(I) Tích của z và $\bar{z}$ là một số thuần ảo.

(II) Tổng của z và $\bar{z}$ là số phức liên hợp của số phức $z+\bar{z}$.

Trong hai tính chất được phát biểu (I) và (II) thì:

A. Chỉ có (I) đúng. B. Chỉ có (II) đúng.

C. Cả hai đều đúng. D. Cả hai đều sai.

Câu 57. Cho hai số phức z, z'.

Cặp số nào sau đây không là hai số phức liên hợp của nhau?

A. $z+\overline{z'}$ và $\bar{z}+z'$. B. $z\overline{z'}$ và $\bar{z}z'$.

C. $z-\overline{z'}$ và $\bar{z}-z'$. D. zz' và $\bar{z}z'$.

Câ 58. Cho hai số phức $z_1 = 4-3i+(1-i)^3$ và $z_2 = 7+i$.

hần thực của số phức $w = 2\overline{\overline{z_1}z_2}$ bằng:

A. 9. B. 2. C. 18. D. -74.

Câu 59. Số phức z thỏa mãn $z+2.\bar{z} = 6-3i$ có phần ảo bằng:

A. 3. B. -3. C. $3i$. D. 2.

Câu 60. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z.\bar{z} = 10(z+\bar{z})$ và z có phần ảo bằng ba lần phần thực?

A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 61. Cho số phức $z = a+bi$ thỏa mãn $z\bar{z}+3(z-\bar{z}) = 5+12i$.

Mối liên hệ giữa a và b là:

A. $a = \pm 2b$. B. $a = 3b$. C. $b = \pm 2a$. D. $b = 3a$.

Câu 62. Cho số phức z thỏa $z-(2+3i)\bar{z} = 1-9i$.

Tích phần thực và phần ảo của số phức z bằng:

A. 2. B. -1. C. 1. D. -2.

Câu 63. Cho số phức $z = a+bi$ thỏa mãn $(1+i)z+(3-i)\bar{z} = 2-6i$.

Hiệu $b-a$ bằng:

A. 5. B. -8. C. 1. D. -1.

Câu 64. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z+2i\bar{z} = 5+3i$.

Tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = z+2\bar{z}$ bằng:

A. 5. B. 6. C. 3. D. 4.

Câu 65. Phần thực của số phức $w = z^3 - i$ bằng bao nhiêu:

Biết rằng z thỏa mãn $z+2-4i = (2-i)\overline{iz}$.

A. 2. B. -3. C. -46. D. -10.

Vấn đề 7. MÔ ĐUN CỦA SỐ PHỨC

Câu 66. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.

A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$. **B.** $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. **C.** $|z_1 + z_2| = 1$. **D.** $|z_1 + z_2| = 5$.

Câu 67. Môđun của $z = a + bi$, kí hiệu $|z|$ là:

A. Một số ảo. **B.** Số $a + b$. **C.** Số $\sqrt{z.\overline{z}}$. **D.** Số $z.\overline{z}$.

Câu 68. Trong các kết luận sau, kết luận nào sai?

A. Môđun của số phức z là một số thực.

B. Môđun của số phức z là một số thực dương.

C. Môđun của số phức z là một số phức.

D. Môđun của số phức z là một số thực không âm.

Câu 69. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Mọi số phức bình phương đều không âm.

B. Hai số phức có môđun bằng nhau thì bằng nhau.

C. Hiệu của hai số phức z và số phức liên hợp $\overline{z}$ là số thực.

D. Hiệu của hai số phức z và số phức liên hợp $\overline{z}$ là thuần ảo.

Câu 70. Xét các câu sau:

(I) Nếu $z = \overline{z}$ thì z là một số thực.

(II) Môđun của số phức z bằng khoảng cách OM, với M là điểm biểu diễn z.

(III) Môđun của một số phức z bằng số $\sqrt{z.\overline{z}}$.

Trong ba câu trên:

A. Cả ba câu đều sai. **B.** Cả ba câu đều đúng.

C. Chỉ có một câu đúng. **D.** Chỉ có hai câu đúng.

Câu 71. Gọi P là điểm biểu diễn của số phức $z = a + bi$ trong mặt phẳng phức. Khi đó, khoảng cách OP bằng:

A. $|z|$. **B.** $\sqrt{a^2 - b^2}$. **C.** $|a + b|$. **D.** $|a^2 - b^2|$.

Câu 72. Trong mặt phẳng phức cho điểm $M\left(\sqrt{2};3\right)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

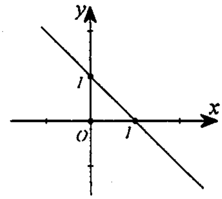
A. Điểm M biểu diễn cho số phức có môđun bằng $\sqrt{11}$.

B. Điểm M biểu diễn cho số phức không thuần ảo.

C. Điểm M biểu diễn cho số phức $u = \sqrt{2} + 3i$.

D. Điểm M biểu diễn cho số phức có phần ảo bằng $\sqrt{2}$.

Câu 73. Tập hợp các điểm biểu diễn hình học của số phức z là đường thẳng Δ như hình vẽ. Giá trị $|z|$ nhỏ nhất là:



A. 2.

B. 1.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 74. Cho hai số phức z_1, z_2 lần lượt biểu diễn bởi hai điểm M và N trên mặt phẳng phức. Khi đó $|z_1 - z_2|$ bằng:

A. Là số bằng môđun của $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}$. B. Là số bằng môđun của $\overrightarrow{MN}$.

C. Là số không phụ thuộc vào M, N. D. Bằng môđun của $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}$.

Câu 75. Các kết luận sau, kết luận nào **sai**?

A. Hai số phức z_1 và z_2 có $|z_1| = |z_2|$ thì các điểm biểu diễn z_1 và z_2 trên mặt phẳng phức cùng nằm trên đường tròn gốc tọa độ.

B. Phần thực và phần ảo của số phức z bằng nhau thì z nằm trên đường phân giác góc thứ nhất và thứ ba.

C. Cho hai số phức u, v và hai số phức liên hợp $\overline{u}$, $\overline{v}$ thì $\overline{uv} = \overline{u}.\overline{v}$.

D. Cho hai số phức $z_1 = a + bi$ và $z_2 = c + di$ thì $\overline{z_1.z_2} = (ac - bd) + (ad + bc)i$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

Câu 76. Trong mặt phẳng phức, điểm $M(1;-2)$ biểu diễn số phức z. Môđun của số phức $w = i\overline{z} - z^2$ bằng:

A. 26. B. 6. C. $\sqrt{26}$. D. $\sqrt{6}$.

Câu 77. Số phức $\overline{z}$ có phần ảo bằng bao nhiêu, biết z thỏa mãn $2z + 3(1-i)\overline{z} = 1 - 9i$.

A. 2. B. 3. C. -2. D. -3.

Câu 78. Số nào sau đây là số đối của số phức z, biết z có phần thực dương thỏa mãn $|z| = 2$ và thuộc đường thẳng $y - \sqrt{3}x = 0$.

A. $1 + \sqrt{3}i$. B. $1 - \sqrt{3}i$. C. $-1 - \sqrt{3}i$. D. $-1 + \sqrt{3}i$.

Câu 79. Tìm số phức z để $z - \overline{z} = z^2$ ta được kết quả:

A. $z = 0$ hoặc $z = i$. B. $z = 1$ hoặc $z = -i$.

C. $z = 0$ hoặc $z = 1$. D. $z = 0$, $z = 1 + i$ hoặc $z = 1 - i$.

Câu 80. Cho số ảo z_1 và số phức z_2 thỏa mãn điều kiện $z_2 = z_1^2 + |z_1|^2$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. z_2 là số thực âm. B. $z_2 = 0$.

C. z_2 là số thực dương. D. $z_2 \neq 0$.

Câu 81. Cho số phức $z=a+(a-1)i$ $(a\in\mathbb{R})$. Giá trị thực nào của a để $|z|=1$?

A. $a=\frac{1}{2}$. B. $a=\frac{2}{3}$. C. $\left[\begin{array}{l}a=0\\a=1\end{array}\right.$. D. $|a|=1$.

Câu 82. Nếu môđun của số phức z bằng m thì môđun của số phức $(1-i)^2 z$ bằng:

A. $4m$. B. $2m$. C. $\sqrt{2}m$. D. m.

Câu 83. Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Nhận xét nào sau đây luôn đúng?

A. $|z|\sqrt{2}\leqslant|a|+|b|$. B. $|z|\sqrt{2}\geqslant|a|+|b|$. C. $|z|\geqslant\sqrt{2}|a|+|b|$. D. $|z|\leqslant\sqrt{2}a+b$.

Câu 84. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-2+i|=2$ và $\bar{z}-i$ là số thực?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 85. Cho số phức z thỏa mãn $z\bar{z}=1$ và $|\bar{z}-1|=2$. Tính tổng phần thực và phần ảo của z.

A. 0. B. 1. C. -1. D. 2.

Câu 86. Số bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời $|z|^2+2z\bar{z}+|\bar{z}|^2=8$ và $z+\bar{z}=2$?

A. 2. B. 1. C. 3. D. Vô số.

Câu 87. Tổng các phần thực của các số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện:

- $|z-1|=1$;
- $(1+i)(\bar{z}-i)$ có phần ảo bằng 1.

A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 88. Cho số phức z thỏa mãn $5\bar{z}+3-i=(-2+5i)z$. Tính $P=\left|3i(z-1)^2\right|$.

A. 144. B. $3\sqrt{2}$. C. 12. D. 0.

Câu 89. Tính môđun của số phức $w=z^2+i\bar{z}$, biết z thỏa mãn $(1+2i)z+(2+3i)\bar{z}=6+2i$.

A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{74}$. D. $\sqrt{37}$.

Câu 90. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z=3+i$. Tính giá trị biểu thức $P=|z|^4-|z|^2+1$.

A. 1. B. 13. C. 3. D. 10.

Câu 91. Tính giá trị biểu thức $P=\left(z+\frac{1}{z}\right)^2+\left(z^2+\frac{1}{z^2}\right)^3+\left(z^3+\frac{1}{z^3}\right)^4$ với $z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

A. 1. B. 13. C. 3. D. 16.

Câu 92. Tìm phần ảo của số phức $z=m+(3m+2)i$ (m là tham số thực âm), biết z thỏa mãn $|z|=2$.

A. 0. B. $-\frac{6}{5}$. C. $-\frac{8}{5}$. D. 2.

Câu 93. Biết số phức $z=\frac{m+3i}{1-i}$ (m là tham số thực) có $\left|z^2\right|=9$. Các giá trị thực m có thể nhận được là:

A. $m=\pm3$. B. $m=3$. C. $m=-3$. D. $m=-1$.

Câu 94. Trong các số phức z thỏa mãn $|iz-3|=|z-2-i|$, tìm phần thực của số phức z sao cho $|z|$ nhỏ nhất.

A. $\frac{1}{5}$.   B. $-\frac{2}{5}$.   C. $-\frac{1}{5}$.   D. $\frac{2}{5}$.

Câu 95. Tất cả các số phức z thỏa mãn $|z-i|=|z+1|$, số phức z có $|z-(3-2i)|$ nhỏ nhất là:

A. $z=\frac{5}{2}-\frac{5}{2}i$.   B. $z=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$.   C. $z=1-i$.   D. $z=3-2i$.

Vấn đề 8. CHIA HAI SỐ PHỨC

Câu 96. Cho hai số phức $z=a+bi$ và $z'=a'+b'i\neq 0$. Số phức $\frac{z}{z'}$ có phần thực là

A. $\frac{aa'+bb'}{a^2+b^2}$.   B. $\frac{aa'+bb'}{a'^2+b'^2}$.   C. $\frac{a+a'}{a^2+b^2}$.   D. $\frac{2bb'}{a'^2+b'^2}$.

Câu 97. Cho số phức $z=a+bi\neq 0$. Số phức $\frac{1}{z}$ có phần ảo là:

A. a^2+b^2.   B. a^2-b^2.   C. $\frac{a}{a^2+b^2}$.   D. $\frac{-b}{a^2+b^2}$.

Câu 98. Dạng $z=a+bi$ của số phức $\frac{1}{3+2i}$ là số phức nào dưới đây?

A. $\frac{3}{13}-\frac{2}{13}i$.   B. $\frac{3}{13}+\frac{2}{13}i$.   C. $-\frac{3}{13}+\frac{2}{13}i$.   D. $-\frac{3}{13}-\frac{2}{13}i$.

Câu 99. Cho số phức $z=\frac{2}{1+i\sqrt{3}}$. Số phức liên hợp của z là:

A. $\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$.   B. $1+i\sqrt{3}$.   C. $1-i\sqrt{3}$.   D. $\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 100. Cho số phức $z=5-3i$. Tính $\frac{1}{z}$ ta được kết quả:

A. $5-3i$.   B. $\frac{5}{34}-\frac{3}{34}i$.   C. $3-5i$.   D. $\frac{3}{54}-\frac{5}{34}i$.

Câu 101. Cho số phức $z=5-3i$. Tính $\frac{1}{2i}\left(z-\bar{z}\right)$ ta được kết quả:

A. 0.   B. $-6i$.   C. $-3i$.   D. -3.

Câu 102. Tìm các số thực x, y thỏa mãn đẳng thức $\frac{x(3-2i)}{2+3i}+y(1-2i)^2=6-5i$.

A. $x=6; y=-5$.   B. $x=12; y=-10$.   C. $x=13; y=-2$.   D. $x=2; y=13$.

Câu 103. Cho số phức $z = 2 - 2\sqrt{3}i$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai ?

A. $z^3 = 64$. B. $\frac{1}{z} = \frac{1}{8} + \frac{\sqrt{3}}{8}i$. C. $z = \left(\sqrt{3} - i\right)^2$. D. $\bar{z} = 2 + 2\sqrt{3}i$.

Câu 104. Cho số phức $z = \frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i}$. Trong các kết luận, kết luận nào đúng?

A. $z \in \mathbb{R}$.
B. z là số thuần ảo.
C. Môđun của z bằng 1.
D. z có phần thực và phần ảo đều khác 0.

Câu 105. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z - 1 + 5i = 0$. Giá trị của biểu thức $A = z.\bar{z}$ là:

A. $\sqrt{13}$. B. 13. C. $1 + \sqrt{13}$. D. $1 - \sqrt{13}$.

Câu 106. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z + \frac{2(1+2i)}{1+i} = 7 + 8i$. Phần thực của số đối của số phức $w = z + 1 + i$ là:

A. 3. B. 4. C. -4. D. -3.

Câu 107. Cho số phức z thoả mãn $(2+i).\bar{z} = 2 + 11i$. Giá trị của biểu thức $A = |z| + |\bar{z}|$ bằng:

A. 5. B. $\sqrt{5}$. C. 10. D. $\sqrt{10}$.

Câu 108. Số phức liên hợp của $w = (2016 + i)z$ với z thỏa mãn $(1+i)(z-i) + 2z = 2i$ là:

A. $-i$. B. i. C. $-1 + 2016i$. D. $-1 - 2016i$.

Câu 109. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+2i)z = 5(1+i)^2$. Tổng bình phương của phần thực và phần ảo của số phức $w = \bar{z} + iz$ bằng:

A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 110. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)^2(2-i)z = 8 + i + (1+2i)z$. Phần thực và phần ảo của z là nghiệm của phương trình nào sau đây.

A. $4x + 5 = 0$.
B. $x^2 + x - 6 = 0$.
C. $x^3 - 2x^2 + 5x - 21 = 0$.
D. $x^4 + 2x^2 - 8 = 0$.

Câu 111. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\frac{1-i}{z+1} = 1 + i$. Tọa độ điểm M biểu diễn của số phức $w = z^3 + 1$ trên mặt phẳng phức là:

A. $M(2;-3)$. B. $M(2;3)$. C. $M(3;-2)$. D. $M(3;2)$.

Câu 112. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\frac{z}{1-2i} + \bar{z} = 2$. Môđun của số phức $w = z^2 - z$ bằng:

A. $|w| = \sqrt{10}$ B. $|w| = 4$ C. $|w| = \sqrt{13}$ D. $|w| = 2\sqrt{10}$.

Câu 113. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z}{1+i} = \bar{z} - \frac{1}{2}(3+i)$. Khẳng định nào sau đâu đúng:

A. Số phức z có phần thực bằng 0.

B. Số phức z có phần ảo bé hơn 0.

C. Số phức z có phần thực lớn hơn phần ảo.

D. Số phức z có phần thực bé hơn phần ảo.

Câu 114. Số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $\frac{|z|^2}{z} + 2iz + \frac{2(z+i)}{1-i} = 0$. Khi đó $\frac{a}{b}$ bằng:

A. -5. B. $\frac{3}{5}$. C. $-\frac{3}{5}$. D. 5.

Câu 115. Tổng các giá trị của tham số thực m để số phức $z = \frac{m-1+2(m-1)i}{1-mi}$ là số thực bằng:

A. 15. B. -3. C. -1. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 116. Giá trị của tham số thực m bằng bao nhiêu để bình phương số phức $z = \frac{m+9i}{1-i}$ là số thực?

A. $m = 9$. B. $m = -9$.

C. $m = \pm 9$. D. Không có giá trị m thỏa.

Vấn đề 9. LŨY THỪA ĐƠN VỊ ẢO

Câu 117. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $i^{2016} = -i$. B. $i^{2017} = 1$. C. $i^{2018} = -1$. D. $i^{2019} = i$.

Câu 118. Số phức $z = (1+i)^2$ có phần thực và phần ảo là:

A. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 2.

B. Phần thực bằng 0 và phần ảo bằng $2i$.

C. Phần thực bằng 0 và phần ảo bằng 2.

D. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng $-2i$.

Câu 119. Số phức $z = (2-2i)^7$ có phần thực và phần ảo là:

A. Phần thực bằng 14 và phần ảo bằng -14.

B. Phần thực bằng 2^7 và phần ảo bằng -2^7.

C. Phần thực bằng 2^{10} và phần ảo bằng -2^{10}.

D. Phần thực bằng 2^{10} và phần ảo bằng 2^{10}.

Câu 120. Thu gọn biểu thức $P = [(1+5i)-(1+3i)]^{2017}$ ta được

A. 2^{2017}. B. $2^{2017} + i$. C. $2^{2017}i$. D. $-2^{2017}i$.

Câu 121. Số phức liên hợp của số phức $z = (1+i)^{15}$ là:

A. $\bar{z} = -128 - 128i$. B. $\bar{z} = -i$.

C. $\bar{z} = 128 + 128i$. D. $\bar{z} = 128 - 128i$.

Câu 122. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau:

A. $(1+i)^4=4$. B. $(1+i)^4=4i$. C. $(1+i)^8=-16$. D. $(1+i)^8=16$.

Câu 123. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau:

A. $(1+i)^{2018}=2^{2009}i$. B. $(1+i)^{2018}=-2^{2009}i$.

C. $(1+i)^{2018}=-2^{2009}$. D. $(1+i)^{2018}=2^{2009}$.

Câu 124. Phần ảo của số phức $w=1+(1+i)+(1+i)^2+(1+i)^3+...+(1+i)^{2018}$ bằng:

A. $2^{2009}-1$. B. $2^{2018}+1$. C. 2^{2009}. D. $2^{2009}+1$.

Câu 125. Thu gọn số phức $w=i^5+i^6+i^7+...+i^{18}$ có dạng $a+bi$. Tính tổng $a+b$?

A. 0. B. $2^{10}+1$. C. 1. D. 2^{10}.

Câu 126. Cho số phức $z=\dfrac{1-i}{1+i}$. Phần thực và phần ảo của số phức z^{2017} bằng:

A. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 0.

B. Phần thực bằng 0 và phần ảo bằng -1.

C. Phần thực bằng 0 và phần ảo bằng $-i$.

D. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -1.

Câu 127. Tính giá trị của $\left(\dfrac{i}{1-i}\right)^{2014}$, ta được:

A. $-\dfrac{1}{2^{2024}}$. B. $\dfrac{1}{2^{1012}}$. C. $\dfrac{1}{2^{2024}}$. D. $-\dfrac{1}{2^{1012}}$.

Câu 128. Cho số phức $z=\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$. Khi đó $z.z^7.z^{15}$ bằng:

A. $-i$ B. 1. C. i. D. -1.

Câu 129. Cho số phức $z=\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^5$. Khi đó $z^5+z^6+z^7+z^8$ bằng:

A. 0. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 130. Rút gọn số phức $z=\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{16}+\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^8$, ta được:

A. $-i$. B. 2. C. i. D. -2.

Câu 131. Cho số phức z thỏa mãn $i\bar{z}=\left(\dfrac{2i}{1+i}\right)^8$. Số phức $w=(2-i)z$ có tổng phần thực và phần ảo bằng:

A. -16. B. 16. C. 32. D. 48.

Câu 132. Cho số phức z thỏa mãn $2(z-1)(2-i)=(3+i)(\bar{z}+2i)$. Tìm phần thực của số phức z^9.

A. 1. B. 16. C. -1. D. -16.

Câu 133. Cho số phức z thỏa mãn $(z+2-3i)(1-i)=(1+i)^{2015}$. Khi đó số phức $w=z+2-3i$ có phần ảo bằng:

A. 2^{2015}. B. 2^{1007}. C. 0. D. -2^{1007}.

Câu 134. Cho số phức tùy ý $z\neq 1$.

Xét các số phức $\alpha=\dfrac{i^{2017}-i}{\bar{z}-1}-z^2+\left(\bar{z}\right)^2$ và $\beta=\dfrac{z^3-z}{z-1}+\bar{z}+\left(\bar{z}\right)^2$. Khi đó:

A. α là số thực, β là số thực. B. α là số thực, β là số ảo.

C. α là số ảo, β là số ảo. D. α là số ảo, β là số thực.

Vấn đề 10. PHƯƠNG TRÌNH

Câu 135. Giải phương trình $z^2-z+1=0$ trên tập số phức.

A. $z=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\pm\dfrac{1}{2}i$. B. $z=\sqrt{3}\pm i$. C. $z=1\pm\sqrt{3}i$. D. $z=\dfrac{1}{2}\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 136. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+5=0$. Khi đó phần thực của số phức $w=z_1^2+z_2^2$ bằng:

A. 0. B. 8. C. 16. D. 6.

Câu 137. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+10=0$. Tính giá trị biểu thức $A=|z_1|^2+|z_2|^2$

A. $4\sqrt{10}$. B. $2\sqrt{10}$. C. $3\sqrt{10}$. D. $\sqrt{10}$.

Câu 138. Trên tập hợp số phức, phương trình $z^2+7z+15=0$ có hai nghiệm z_1, z_2. Giá trị biểu thức $z_1+z_2+z_1z_2$ bằng:

A. 22. B. 15. C. -7. D. 8.

Câu 139. Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn $z^2-4z+5=0$.

Biểu thức $P=(z_1-1)^{2017}+(z_2-1)^{2017}$ có giá trị bằng:

A. 0. B. 2^{1008}. C. 2^{1009}. D. 2.

Câu 140. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+2=0$. Khi đó giá trị biểu thức $A=z_1^{2016}+z_2^{2016}$ bằng:

A. 2^{1009}. B. 2^{1008}. C. 2. D. 0.

Câu 141. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+4z+20=0$. Khi đó giá trị biểu thức $A=|z_1|^2+2\left(z_1^2+z_2^2\right)$ bằng:

A. 0. B. 2. C. -28. D. -16.

Câu 142. Biết hai số phức có tổng bằng 3 và tích bằng 4. Tổng môđun của hai số phức đó bằng:

A. 7. B. 4. C. 8. D. 12.

Câu 143. Phương trình bậc hai có hai nghiệm là $3i$ và $5i-1$ có phương trình là:

A. $z^2+(8i-1)z+15+3i=0$.
B. $z^2+(15+3i)z+8i-1=0$.
C. $z^2+(1-8i)z-15-3i=0$.
D. $z^2-(15+3i)z+(1-8i)=0$.

Câu 144. Tìm tham số thực m để phương trình $z^2+(2-m)z+2=0$ có một nghiệm là $z=1-i$.

A. 6.
B. 4.
C. -2.
D. 2.

Câu 145. Biết phương trình $z^2+mz+n=0$ (với m, n là các tham số thực) có một nghiệm là $z=1+i$. Môđun của số phức $w=m+ni$ bằng:

A. 8.
B. 4.
C. $2\sqrt{2}$.
D. 16.

Câu 146. Biết phương trình $z^2+az+b=0$ (với a, b là tham số thực) có một nghiệm phức là $z=1+2i$. Tổng hai số a và b bằng:

A. 0.
B. -4.
C. -3.
D. 3.

Câu 147. Tham số phức m bằng bao nhiêu để phương trình $z^2+mz+3i=0$ có tổng bình phương hai nghiệm bằng 8?

A. $m=3+i$.
B. $m=-3+i$.
C. $\left[\begin{array}{l}m=3+i\\m=-3-i\end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l}m=3+i\\m=-3+i\end{array}\right.$.

Câu 148. Tham số phức m bằng bao nhiêu để phương trình $z^2+mz+i=0$ có tổng bình phương hai nghiệm bằng $-4i$?

A. $m=1-i$.
B. $m=-1-i$.
C. $\left[\begin{array}{l}m=1-i\\m=-1-i\end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l}m=1-i\\m=-1+i\end{array}\right.$.

Câu 149. Cho phương trình $z^2+mz-6i=0$. Để phương trình có tổng bình phương hai nghiệm bằng 5 thì m có dạng $m=\pm(a+bi)$. Giá trị $a+2b$ bằng:

A. -1.
B. 1.
C. -2.
D. 7.

Câu 150. Phương trình $z^3=8$ có bao nhiêu nghiệm phức với phần ảo âm?

A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Câu 151. Bộ số thực $(a;\ b;\ c)$ để phương trình $z^2+az^2+bz+c=0$ nhận $z=1+i$ và $z=2$ làm nghiệm là:

A. $(-4;6;-4)$.
B. $(4;-6;4)$.
C. $(-4;-6;-4)$.
D. $(4;6;4)$.

Câu 152. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4-z^2-12=0$. Tính tổng $T=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|$.

A. $T=4$.
B. $T=2\sqrt{3}$.
C. $T=4+2\sqrt{3}$.
D. $T=2+2\sqrt{3}$.

Câu 153. Cho phương trình $(z^2-4z)^2-3(z^2-4z)-40=0$. Gọi z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình đã cho. Giá trị biểu thức $P=|z_1|^2+|z_2|^2+|z_3|^2+|z_4|^2$ bằng:

A. $P=4$.
B. $P=34$.
C. $P=16$.
D. $P=24$.

Vấn đề 11. TẬP HỢP CÁC ĐIỂM BIỂU DIỄN SỐ PHỨC

Câu 154. Trong mặt phẳng phức với hệ tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện z là số ảo là:

A. Trục ảo.

B. Trục thực và trục ảo.

C. Đường phân giác góc phần tư thứ nhất và thứ ba.

D. Hai đường phân giác của các gốc tọa độ.

Câu 155. Trong mặt phẳng phức với hệ tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn số phức z có phần thực bằng 2 là đường có phương trình:

A. $x=-2$. B. $x=2$. C. $x=1$. D. $x=-1$.

Câu 156. Trong mặt phẳng phức với hệ tọa độ Oxy, tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện phần thực bằng ba lần phần ảo của nó là:

A. Parabol. B. Đường tròn. C. Đường thẳng. D. Elip.

Câu 157. Trong mặt phẳng phức với hệ tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $z^2+\left(\overline{z}\right)^2=0$ là:

A. Trục thực.

B. Trục thực và trục ảo.

C. Đường phân giác góc phần tư thứ nhất và thứ ba.

D. Hai đường phân giác của các gốc tọa độ.

Câu 158. Trong mặt phẳng phức với hệ tọa độ Oxy, tập hợp điểm $M(x;y)$ biểu diễn của số phức $z=x+yi$ thỏa mãn $|z+1+3i|=|z-2-i|$ là kết quả nào sau đây?

A. Đường tròn tâm O bán kính $R=1$

B. Đường tròn đường kính AB với $A(-1;-3)$ và $B(2;1)$.

C. Đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(-1;-3)$ và $B(2;1)$.

D. Đường thẳng vuông góc với đoạn AB với $A(-1;-3)$, $B(2;1)$ tại A.

Câu 159. Điểm $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=x+yi$ $(z\neq i)$. Tập hợp điểm M sao cho $\dfrac{z+i}{z-i}$ là số thực là:

A. Đường tròn $(C): x^2+y^2-1=0$ nhưng bỏ hai điểm $(0;1)$ và $(0;-1)$.

B. Parabol $(P): y=x^2$.

C. Trục trực.

D. Trục ảo bỏ điểm biểu diễn số phức $z=i$.

Câu 160. Trong mặt phẳng phức với hệ tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z|^2 + 3z + 3\bar{z} = 0$ là:

A. Đường tròn có tâm $I(-3;0)$, bán kính $R = 3$.

B. Đường tròn có tâm $I(3;0)$, bán kính $R = 3$.

C. Đường tròn có tâm $I(-3;0)$, bán kính $R = 9$.

D. Đường tròn có tâm $I(3;0)$, bán kính $R = 0$.

Câu 161. Trong mặt phẳng phức với hệ tọa độ Oxy, tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $(2-z)(\bar{z}+i)$ là số thuần ảo.

A. Đường tròn có tâm $I\left(1;\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

B. Đường thẳng nối hai điểm $A(2;0)$ và $B(0;1)$.

C. Đường tròn có tâm $I\left(1;\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$ nhưng bỏ đi hai điểm $(2;0)$ và $(0;1)$.

D. Đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(2;0)$ và $B(0;1)$.

Câu 162. Cho số phức z thỏa mãn $|z+i| = 1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = z - 2i$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó là:

A. $I(0;-1)$. B. $I(0;-3)$. C. $I(0;3)$. D. $I(0;1)$.

Câu 163. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3+4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 4$. B. $r = 5$. C. $r = 20$. D. $r = 22$.

Vấn đề 12. CÂU HỎI TỔNG HỢP

Câu 164. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Kết luận nào sau đây là sai?

A. $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$. B. $\frac{z_1}{z_2} = i$. C. $|z_1.z_2| = 2$. D. $z_1 + z_2 = 2$.

Câu 165. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

A. $z_1 = z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

B. $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$.

C. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z| = 1$ là một đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R = 1$.

D. Hai số phức bằng nhau khi và chỉ khi phần thực và phần ảo tương ứng bằng nhau.

Câu 166. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

A. $z+\overline{z}$ là một số thực.

B. $\overline{z+z'}=\overline{z}+\overline{z'}$.

C. $\frac{1}{1+i}+\frac{1}{1-i}$ là một số thực.

D. $(1+i)^{10}=2^{10}i$.

Câu 167. Xét các câu sau:

(I) Nếu $z=\overline{z}$ thì z là một số thực.

(II) Môđun của một số phức z bằng khoảng cách OM, với M là điểm biểu diễn của số phức z.

(III) Môđun của một số phức z bằng số $\sqrt{z.\overline{z}}$.

Trong ba câu trên:

A. Cả ba câu đều đúng.

B. Chỉ có 1 câu đúng.

C. Chỉ có hai câu đúng.

D. Cả ba câu đều sai.

Câu 168. Cho số phức $u=2(4-3i)$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?

A. Số phức u có phần thực bằng 8, phần ảo bằng -6.

B. Số phức u có phần thực bằng 8, phần ảo bằng i.

C. Môđun của u bằng 10.

D. Số liên hợp của u là $\overline{u}=8+6i$.

Câu 169. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $|i|=|-i|$.

B. $i^4=1$.

C. Trong tập hợp số phức, mọi số đều có số nghịch đảo.

D. Căn bậc hai của một số thực âm là số phức.

Câu 170. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. Tập hợp số thực là tập con của số phức.

B. Nếu tổng của hai số phức là số thực thì cả hai số ấy đều là số thực.

C. $z=(1-i)^2$ là một số dương.

D. Số phức $u=1-7i$ có số nghịch đảo là $\frac{1}{u}=1+7i$.

CHỦ ĐỀ 5. BẤT ĐẲNG THỨC - BÀI TOÁN CỰC TRỊ

TỔNG HỢP KIẾN THỨC

1. Bất đẳng thức AM – GM cho hai số không âm

$a+b \geqslant 2\sqrt{ab}$. Dấu "$=$" xảy ra khi $a=b$.

$a+b+c \geqslant 3\sqrt[3]{abc}$. Dấu "$=$" xảy ra khi $a=b=c$.

2. Bất đẳng thức Cauchy – Schwarz

$(ax+by)^2 \leqslant (a^2+b^2)(x^2+y^2)$. Dấu "$=$" xảy ra khi $\dfrac{a}{x}=\dfrac{b}{y}$.

3. Bất đẳng thức Cauchy – Schwarz dạng cộng mẫu

$$\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y} \geqslant \frac{(a+b)^2}{x+y}.$$

$$\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}+\frac{c^2}{z} \geqslant \frac{(a+b+c)^2}{x+y+z} \text{ với } \begin{cases} a,\ b,\ c \in \mathbb{R} \\ x,\ y,\ z > 0 \end{cases}.$$

Hệ quả: $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y} \geqslant \dfrac{4}{x+y}$; $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z} \geqslant \dfrac{9}{x+y+z}$.

4. Dạng bất đẳng thức trên khoảng xác định

Giả sử đề cho $x,y,z \in [a;b]$, ta suy ra $\begin{cases} (x-a)(x-b) \leqslant 0 \\ (y-a)(y-b) \leqslant 0 \\ (z-a)(z-b) \leqslant 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} (x-a)(y-a)(z-a) \geqslant 0 \\ (x-b)(y-b)(z-b) \leqslant 0 \end{cases}$.

5. Một số bổ đề cơ bản

Với hai số: $xy \leqslant \dfrac{(x+y)^2}{4} \leqslant \dfrac{x^2+y^2}{2}$.

$$x^2+xy+y^2 \geqslant \frac{3}{4}(x+y)^2.$$

$$x^3+y^3 \geqslant \frac{(x+y)(x^2+y^2)}{2} \geqslant \frac{(x+y)^3}{4} \geqslant xy(x+y) \geqslant 4\sqrt{(xy)^3}.$$

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2} \geqslant \frac{8}{(x+y)^2}.$$

Với ba số: $a^2+b^2+c^2 \geqslant \dfrac{(a+b+c)^2}{3} \geqslant ab+bc+ca \geqslant 3\sqrt[3]{(abc)^2}$

$$a^4+b^4+c^4 \geqslant abc(a+b+c)$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \geqslant \frac{3}{\sqrt[3]{abc}} \geqslant \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{ab+bc+ca}} \geqslant \frac{9}{a+b+c} \geqslant \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

6. Một số bất đẳng thức phụ thường dùng

$$\frac{1}{1+x}+\frac{1}{1+y}\geqslant\frac{2}{1+\sqrt{xy}},\ \forall xy\geqslant 1.$$

$$\frac{1}{1+x}+\frac{1}{1+y}\leqslant\frac{2}{1+\sqrt{xy}},\ \forall xy\leqslant 1.$$

$$\frac{1}{(1+x)^2}+\frac{1}{(1+y)^2}\geqslant\frac{1}{1+xy},\ \forall x,y\geqslant 1.$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}+\frac{1}{\sqrt{1+y^2}}\leqslant\frac{2}{\sqrt{1+xy}},\ \forall x,y\in[0;1].$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2+y^2+xy=3$.

Tập giá trị của biểu thức $S=x+y$ là:

A. $[0;3]$. **B.** $[0;2]$. **C.** $[-2;2]$. **D.** $\{-2;2\}$.

Câu 2. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2+y^2+xy=1$.

Tập giá trị của biểu thức $P=xy$ là:

A. $\left[0;\frac{1}{3}\right]$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $\left[\frac{1}{3};1\right]$. **D.** $\left[-1;\frac{1}{3}\right]$.

Câu 3. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $(x+y)^3+4xy\geqslant 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=x+y$ là:

A. $\sqrt[3]{2}$. **B.** 1. **C.** 8. **D.** $-\sqrt[3]{2}$.

Câu 4. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $(x-4)^2+(y-4)^2+2xy\leqslant 32$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $S=x+y$ lần lượt là:

A. 0 và 4. **B.** 0 và 8. **C.** 4 và 8. **D.** -4 và 4.

Câu 5. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2+y^2=x+y+xy$. Tập giá trị của biểu thức $S=x+y$ là:

A. $[0;+\infty)$. **B.** $[-\infty;0]$. **C.** $[4;+\infty)$. **D.** $[0;4]$.

Câu 6. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2+y^2-3(x+y)+4=0$.

Tập giá trị của $S=x+y$ là:

A. $\{2;4\}$. **B.** $[0;4]$. **C.** $[0;2]$. **D.** $[2;4]$.

Câu 7. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $3(a+b)+2(ab+1)\geqslant 5(a^2+b^2)$.

Tập giá trị của $S=a+b$ là:

A. $[0;2]$. **B.** $\left[-\frac{1}{2};0\right]$. **C.** $\left[-\frac{1}{2};2\right]$. **D.** $\left\{-\frac{1}{2};2\right\}$.

Câu 8. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $7x+3y+xy \geqslant x^2+y^2+17$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+y+xy$ lần lượt là:

A. 7. **B.** 17. **C.** -7. **D.** 0.

Câu 9. Cho hai số thực x, y không âm và thỏa mãn $x^2+y^2=2$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $S=x^3+y^3$ lần lượt là:

A. 2 và $2\sqrt{2}$. **B.** 0 và $2\sqrt{2}$. **C.** 0 và 2. **D.** 1 và $2\sqrt{2}$.

Câu 10. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x+y=1$. Giá trị nhỏ nhất của $S=\frac{1}{x}+\frac{4}{y}$ bằng:

A. 4. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 2.

Câu 11. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x+y+xy=3$. Tập giá trị của biểu thức $S=x+y$ là:

A. $(-\infty;-6]$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $[2;3)$. **D.** $(-\infty;-6]\cup[2;3)$.

Câu 12. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $2(a^2+b^2)=a^2b^2$.

Giá trị nhỏ nhất của $S=a+b$ là:

A. 0. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 32.

Câu 13. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn điều kiện $x^2y+xy^2=x+y+3xy$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=x+y$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 14. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $3+\ln\frac{x+y+1}{3xy}=9xy-3x-3y$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=xy$ là:

A. $\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 1. **D.** 9.

Câu 15. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x^4+y^4+\frac{1}{xy}=xy+2$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P=xy$ lần lượt là:

A. $\frac{1}{2}$ và 1. **B.** 0 và 1. **C.** $\frac{1}{4}$ và 1. **D.** 1 và 2.

Câu 16. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x+y+xy \geqslant 7$. Giá trị nhỏ nhất của $S=x+2y$ là:

A. 8. **B.** 5. **C.** 7. **D.** -11.

Câu 17. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x^5y+xy^5+2 \leqslant (xy+1)^2$. Tập giá trị của biểu thức $P=xy$ có độ dài bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 2.

Câu 18. Cho hai số thực x, y không nhỏ hơn 1 và thỏa mãn $3(x+y)=4xy$. Tập giá trị của biểu thức $P=xy$ bằng:

A. $[1;3]$. **B.** $\left[\frac{9}{4};3\right]$. **C.** $\left[1;\frac{9}{4}\right]$. **D.** $[2;3]$.

Câu 19. Cho hai số thực x, y thuộc đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $x+y=4xy$. Tập giá trị của biểu thức $P=xy$ có độ dài bằng:

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** 1.

Câu 20. Cho hai số thực a, b thuộc khoảng $(0;1)$

và thỏa mãn $(a^3+b^3)(a+b)-ab(a-1)(b-1)=0$.

Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=ab$ bằng:

A. $\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 1.

Câu 21. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $2x+3y\leqslant 7$.

Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x+y+xy$ là:

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 22. Cho hai số thực x, y không âm và thỏa mãn $x^2+2y=12$.

Giá trị lớn nhất của $P=xy$ là:

A. $\frac{13}{4}$. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 13.

Câu 23. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x+2y-xy=0$.

Giá trị nhỏ nhất của $S=x+2y$ là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 8. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 24. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2+y^2-6x-2y+5=0$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $S=x+2y$. Khi đó $2M-m$ bằng:

A. 0. **B.** 5. **C.** 10. **D.** 20.

Câu 25. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $2a^3b=(a^2+b^2)(ab+1)$.

Giá trị nhỏ nhất của $P=a^2+b^2$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 26. Cho hai số thực a, b không âm đồng thời thỏa mãn $a\leqslant 2b$

và $b\left(\sqrt{6b^2-ab}+\sqrt{2b^2-ab}\right)=2$.

Giá trị lớn nhất của a, b lần lượt là:

A. 1 và 2. **B.** 2 và 1. **C.** 1 và 4. **D.** 4 và 1.

Câu 27. Cho hai số thực dương x, y

thỏa mãn $(x+2y-3)\sqrt{2016x^2+y^2}+5xy+y^2=3(x+y)$

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=x+2y$ là:

A. $\frac{3}{2}$. B. 3. C. 6. D. $\sqrt{2016}$.

Câu 28. Cho hai số thực x, y không âm và thỏa mãn $\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1+2y}=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x^2+2y$ bằng:

A. 6. B. 8. C. 2. D. 14.

Câu 29. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $(x^2+y^2+1)^2+3x^2y^2+1=4x^2+5y^2$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x^2+y^2$. Khi đó tỉ số $\frac{3M}{2m}$ bằng:

A. 1. B. 2. C. 3. D. 6.

Câu 30. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x+y+1=2(\sqrt{x-2}+\sqrt{y+3})$. Tập giá trị của $S=x+y$ là:

A. $[-1;7]$. B. $[3;7]$. C. $[3;7]\cup\{-1\}$. D. $[-7;7]$.

Câu 31. Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $xy+yz+zx=3$. Biểu thức $S=x^2+y^2+z^2$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. 1. B. 3. C. 6. D. 9.

Câu 32. Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x+y+z=3$. Biểu thức $P=xy+yz+zx$ có giá trị lớn nhất bằng:

A. 1. B. 3. C. 6. D. 9.

Câu 33. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x+y+z=3xyz$.

Biểu thức $S=x+y+z$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. 1. B. 3. C. 6. D. 9.

Câu 34. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a+b+c=1$.

Biểu thức $S=a^2+b^2+c^2$ có miền giá trị:

A. $[1;3]$. B. $(0;1)$. C. $\left[\frac{1}{3};1\right)$. D. $\left(0;\frac{1}{3}\right]$.

Câu 35. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$.

Biểu thức $S=a^3+b^3+c^3$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $\frac{1}{27}$. B. $\frac{1}{9}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 1.

Câu 36. Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x(3x-2016)+y(3y-2016)+z(3z-2016)\leqslant 2017$.

Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $S=x+y+z$.

Khi đó $M+2m$ bằng:

A. 2015. B. 2016. C. 2017. D. 2018.

Câu 37. Cho ba số thực a, b, c không âm và thỏa mãn $a^2+b^2+c^2+abc=4$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $S=a^2+b^2+c^2$ lần lượt là:

A. 1 và 3. **B.** 2 và 4. **C.** 2 và 3. **D.** 3 và 4.

Câu 38. Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn $9\left(a^4+b^4+c^4\right)-25\left(a^2+b^2+c^2\right)+48=0$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $S=a+b+c$ là:

A. 3. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** 4. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 39. Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $(x+y)^2+(y+z)^2+(z+x)^2=6$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $S=3x+3y+2z$ bằng:

A. 5. **B.** 6. **C.** $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. **D.** $-\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 40. Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2+z^2+xy+yz+zx=6$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $S=x+y+z$ bằng:

A. 3. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 18.

Câu 41. Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=1$. Biểu thức $P=xy+yz+2zx$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $-\frac{1}{4}$. **B.** -1. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 42. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2+b^2+c^2+3=6abc$.
Biểu thức $S=a+b+c$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. 3. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Câu 43. Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn $a+b+c=0$ và $a^2+b^2+c^2=6$. Khi đó các biến a, b, c nhận giá trị trong đoạn:

A. $\left[0;\sqrt{2}\right]$. **B.** $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$. **C.** $[-2;2]$. **D.** $[0;4]$.

Câu 44. Cho ba số thực a, b, c thuộc đoạn $[1;3]$ và thỏa mãn $a+b+c=6$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P=ab+bc+ca$ lần lượt là:

A. 3 và 27. **B.** 11 và 12. **C.** 9 và 12. **D.** 3 và 12.

Câu 45. Cho ba số thực a, b, c thuộc đoạn $[1;3]$ và thỏa mãn $a+b+c=6$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $S=a^2+b^2+c^2$ lần lượt là:

A. 3 và 12. **B.** 11 và 12. **C.** 12 và 14. **D.** 11 và 14.

Câu 46. Cho ba số thực a, b, c không âm và thỏa mãn $a+b+c+ab+bc+ca=5$. Tập giá trị của biểu thức $S=a+b+c$ là:

A. $\left(-\infty;\frac{-3-\sqrt{69}}{2}\right]\cup\left[\frac{-3+\sqrt{69}}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left[\frac{-3-\sqrt{69}}{2};\frac{-3+\sqrt{69}}{2}\right]$.

C. $\left[\frac{-3+\sqrt{69}}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left[\frac{-3+\sqrt{69}}{2};5\right]$.

Câu 47. Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn $a+b+c=4$, $abc=2$ và $c\in[1;4]$. Tập giá trị của biểu thức $P=ab+bc+ca$ là:

A. $\left[\frac{1+\sqrt{5}}{2};5\right]$.

B. $\left[\frac{1+\sqrt{5}}{2};\frac{-1+5\sqrt{5}}{2}\right]$.

C. $[1;5]$

D. $\left[5;\frac{-1+5\sqrt{5}}{2}\right]$.

Câu 48. Cho ba số thực x, y, z không âm thỏa mãn $4(xz+y)\geqslant y^2+4$.

Biểu thức $S=x+y+z$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $3\sqrt{2}$. B. 3. C. 2. D. 6.

Câu 49. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $4\left(x^2-x+1\right)\leqslant 16\sqrt{x^2yz}-3x(y+z)^2$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P=yz$ lần lượt bằng:

A. 1 và 3. B. $\frac{1}{9}$ và 3. C. $\frac{1}{3}$ và 1. D. $\frac{1}{9}$ và 1.

Câu 50. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a(a-c)+b(b-c)=0$.

Tập giá trị của $P=\frac{a+b}{c}$ là:

A. $[1;2]$. B. $(0;1]$. C. $(0;2]$. D. $[1;3]$.

Câu 51. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a^2+bc=b^2+c^2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{a}{b+c}$ là:

A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{3}{2}$.

Câu 52. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2+b^2+c^2+ab-2bc-2ca=0$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{a+b}{c}$ là:

A. $\frac{1}{2}$ và 2. B. $\frac{1}{2}$ và $\frac{2}{3}$. C. $\frac{2}{3}$ và 2. D. $\frac{1}{9}$ và 1.

Câu 53. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $4\left(a^3+b^3\right)+c^3=2(a+b+c)(ac+bc-2)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=a+b+c$ là:

A. 3. B. $3\sqrt{2}$. C. $\frac{3}{2}$ D. 4.

Câu 54. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn

$$\frac{2}{3x+2y+z+1}+\frac{2}{3x+2z+y+1}=(x+y)(x+z).$$

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2x+y+z$ là:

A. 2. B. 3. C. 4. D. $4\sqrt{2}$.

Câu 55. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}$.

Biểu thức $P=\frac{x+y}{z}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. 2. B. 3. C. 4. D. $4\sqrt{2}$.

Câu 56. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2+b^2+c^2+2ab=3(a+b+c)$. Tập giá trị của biểu thức $S=a+b+c$ là:

A. $[0;6]$. B. $(0;6]$. C. $(0;3]$. D. $\left(0;\frac{9}{2}\right]$.

Câu 57. Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2+z^2\leqslant 3y$. Biểu thức $P=2x+y+2z$ có giá trị lớn nhất bằng:

A. 5. B. 6. C. $5\sqrt{2}$. D. 9.

Câu 58. Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2+z^2\leqslant 3y$. Biểu thức $P=x^2+y^2+z^2$ có giá trị lớn nhất bằng:

A. 3. B. 4. C. 6. D. 27.

Câu 59. Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn $(bc+1)^2+a^2=2(1+a)+bc$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P=bc$ là:

A. -2 và 0. B. -2 và 2. C. -2 và 1. D. 0 và 1.

Câu 60. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $(x+y)(xy-z^2)=3xyz$.

Biểu thức $P=\frac{x+y}{z}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. 2. B. 4. C. 6. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 61. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $2a^2+3(b^2+c^2)=4ab+3ac$.

Biểu thức $P=\frac{a}{b}$ có miền giá trị là:

A. $[0;1]$. B. $(0;1]$. C. $[1;2]$. D. $(0;2]$.

Câu 62. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=xy+xz+10yz$. Miền giá trị của biểu thức $P=\frac{x}{y+z}$ là:

A. $[0;1]$. B. $(0;1]$. C. $[1;2]$. D. $(0;2]$.

Câu 63. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a^3+b^3=c^3$. Biểu thức $P=\frac{a+b}{c}$ có giá trị lớn nhất là:

A. $\sqrt{3}$. B. 2. C. $\sqrt[3]{3}$ D. $\sqrt[3]{4}$.

Câu 64. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $(a+b)(a+c)=4a^2$.

Biểu thức $S=\frac{b+c}{a}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $\frac{1}{3}$ B. 2. C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. 4.

Câu 65. Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn điều kiện $a+b+c-2=\sqrt{a-1}+\sqrt{b-1}+\sqrt{c}$. Tập giá trị của biểu thức $S=a+b+c$ là:

A. $[2;3]$. B. $[3;5]$. C. $[3;5]\cup\{2\}$. D. $[2;5]$.

Câu 66. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x+y=2$.

Giá trị nhỏ nhất của $P=\frac{x+1}{y}+\frac{y+1}{x}$ là:

A. 4. B. 2. C. $\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 67. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x+y\leqslant 1$.

Biểu thức $P=\frac{x}{x^2+1}+\frac{y}{y^2+1}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{5}{4}$. D. 1.

Câu 68. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x+y\leqslant 1$.

Biểu thức $P=xy+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{35}{4}$. D. $\frac{33}{4}$.

Câu 69. Cho hai số thực a, b thuộc đoạn $[0;1]$. Biểu thức $P=(1-a)(1-b)(a+b)$ đạt giá trị lớn nhất khi:

A. $a=b=\frac{1}{2}$. B. $a=b=\frac{1}{3}$. C. $a=b=\frac{1}{4}$. D. $a=\frac{1}{2}; b=\frac{1}{3}$.

Câu 70. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x+y=(x-y)\sqrt{xy}$. Biểu thức $S=x+y$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $2+\sqrt{2}$. B. 4. C. 3. D. $2-\sqrt{2}$.

Câu 71. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$.

Biểu thức $P=\frac{(1-a)(1-b)(1-c)}{abc}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. 0. B. 8. C. 9. D. 27.

Câu 72. Cho ba số thực dương x, y, z.

Biểu thức $P=\frac{1}{2}\left(x^2+y^2+z^2\right)+\frac{x}{yz}+\frac{y}{zx}+\frac{z}{xy}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $\frac{11}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{9}{2}$. D. 9.

Câu 73. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x+y+z=3$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x^3+y^3+z^3+3\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}+\sqrt[3]{z}\right)$ bằng:

A. 12. B. 3. C. 5. D. $\frac{11}{2}$.

Câu 74. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x+y+z=1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\sqrt{1-x}+\sqrt{1-y}+\sqrt{1-z}$ bằng:

A. $\sqrt{3}$. B. 3. C. 2. D. $\sqrt{6}$.

Câu 75. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x+y+z=2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\sqrt{x+y}+\sqrt{y+z}+\sqrt{z+x}$ bằng:

A. $\sqrt{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $2\sqrt{3}$. D. 1.

Câu 76. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x+y+z\leqslant\frac{3}{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{z}+\frac{z^2}{z}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$ bằng:

A. 9. B. 12. C. $\frac{15}{2}$. D. $5\sqrt{3}$.

Câu 77. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x+y+z\leqslant\frac{3}{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{z}+\frac{z^2}{z}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$ bằng:

A. 8. B. 5. C. 13. D. 20.

Câu 78. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$.

Biểu thức $P=\frac{1}{2+4a}+\frac{1}{3+9b}+\frac{1}{6+36c}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $\frac{1}{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. 1.

Câu 79. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{2y+z+x}+\frac{1}{2z+x+y}$ bằng:

A. $\frac{1}{3}$. B. 3. C. 1. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 80. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a^2+b^2+c^2=12$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=a\sqrt[3]{b^2+c^2}+b\sqrt[3]{c^2+a^2}+c\sqrt[3]{a^2+b^2}$ bằng:

A. 6. B. 9. C. 12. D. $3\sqrt{3}$.

Câu 81. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2+x=y+12$ và $y\leqslant 0$.

Biểu thức $P=xy+x+2y+17$ có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất lần lượt là:

A. -12 và 13. B. -12 và 20. C. 13 và 20. D. 10 và 13.

Câu 82. Cho hai số thực x, y không âm và thỏa mãn $x+y=2$.

Biểu thức $P=xy+\frac{1}{xy+1}$ có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất lần lượt là m và M.

Khi đó $m^{2016}+2016M$ bằng:

A. 3025. **B.** 2016. **C.** $\left(\frac{5}{2}\right)^{2016}$. **D.** 5040.

Câu 83. Cho hai số thực x, y không nhỏ hơn 1.

Biểu thức $P=\frac{3x}{y+1}+\frac{3y}{x+1}+\frac{xy}{x+y}-\left(x^2+y^2\right)$ có giá trị lớn nhất bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 84. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $(x-4)^2+(y-4)^2+2xy\leqslant 32$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x^3+y^3+3(xy-1)(x+y-2)$ lần lượt là:

A. 6 và 398. **B.** $\frac{17-5\sqrt{5}}{4}$ và 398. **C.** 0 và 8. **D.** $\frac{17-5\sqrt{5}}{4}$ và 8.

Câu 85. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $4x^2+y^2\leqslant 8$.

Biểu thức $P=\frac{(2x+6)^2+(y+6)^2+4xy-32}{2x+y+6}$ có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất lần lượt là m và M. Khi đó $M-m$ bằng:

A. $\frac{52}{5}$. **B.** 4. **C.** $\frac{32}{5}$. **D.** 1.

Câu 86. Cho hai số thực x, y không âm và thỏa mãn $x+y=1$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\left(4x^2+3y\right)\left(4y^2+3x\right)+25xy$ lần lượt là:

A. 12 và $\frac{25}{2}$. **B.** $\frac{191}{16}$ và $\frac{25}{2}$. **C.** $\frac{191}{16}$ và 12. **D.** 0 và $\frac{1}{4}$.

Câu 87. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x>y>0$ và $x+y+xy\geqslant 7$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\ln\left(1+10xy-5y^2\right)-x^2-\frac{1}{4}(x+5y)^2$ bằng:

A. 25. **B.** $25+\ln 26$. **C.** $-25+\ln 26$. **D.** $\ln 26$.

Câu 88. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2+b^2+c^2\leqslant\frac{3}{4}$.

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(a+b)(b+c)(c+a)+\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}$ bằng:

A. 25. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** 11. **D.** 24.

Câu 89. Cho ba số thực a, b, c thuộc đoạn $[1;2]$.

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{(a+b)^2}{c^2+4(ab+bc+ca)}$ bằng:

A. 1. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 90. Cho ba số thực a, b, c thuộc đoạn $[1;4]$ và thỏa mãn $a+b+2c=8$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=a^3+b^3+5c^3$ bằng:

A. 137. B. 344. C. 56. D. 294.

Câu 91. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a+b=4$.

Biểu thức $P=\sqrt{a^2+\frac{1}{a^2}}+\sqrt{b^2+\frac{1}{b^2}}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{17}$. C. 3. D. $\frac{\sqrt{82}}{3}+\sqrt{2}$.

Câu 92. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a^2+b^2=1$.

Biểu thức $P=a\sqrt{1+a}+b\sqrt{1+b}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $\sqrt{\sqrt{2}+2}$. B. $\sqrt{2-\sqrt{2}}$. C. $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$.

Câu 93. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $2x^2+3y^2=4$.

Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=3x-2y+5$:

A. $\sqrt{\frac{70}{3}}+5$. B. $\sqrt{\frac{70}{3}}-5$. C. $-\sqrt{\frac{70}{3}}-5$. D. $-\sqrt{\frac{70}{3}}+5$.

Câu 94. Cho ba số thực dương a, b, c.

Biểu thức $P=\frac{a}{b+c}+\frac{4b}{a+c}+\frac{9c}{a+b}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $\frac{19}{2}$. B. $\frac{21}{2}$. C. $\frac{23}{2}$. D. $\frac{25}{2}$.

Câu 95. Cho ba số thực dương a, b, c.

Biểu thức $P=\frac{a+3c}{a+b}+\frac{c+3a}{b+c}+\frac{4b}{c+a}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. -10. B. $4\sqrt{2}-4$. C. 10. D. $4\sqrt{2}+6$.

Câu 96. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a+b+c\leqslant 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{1}{a^2+2bc}+\frac{1}{b^2+2ac}+\frac{1}{c^2+2ab}$ bằng:

A. 8. B. $3\sqrt{3}$. C. 9. D. $9\sqrt{2}$.

Câu 97. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x+y+z=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{x^2(y+z)}{yz}+\frac{y^2(z+x)}{zx}+\frac{z^2(x+y)}{xy}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. 3.

Câu 98. Cho hai số thực x, y không âm và thỏa mãn điều kiện $x+y=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3\sqrt{1+2x^2}+2\sqrt{40+9y^2}$ bằng:

A. $5\sqrt{11}$. B. $\frac{26+3\sqrt{6}}{2}$. C. $14+3\sqrt{2}$. D. $3+4\sqrt{10}$.

Câu 99. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a+b+c=3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{a}{bc+1}+\frac{b}{ca+1}+\frac{c}{ab+1}$ bằng:

A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 100. Cho ba số thực dương x, y, z.

Biểu thức $P=\frac{x}{3x+7(y+z)}+\frac{y}{3y+7(z+x)}+\frac{z}{3z+7(x+y)}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $\frac{4}{7}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{3}{17}$.

Câu 101. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $abc=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{1}{a^3(b+c)}+\frac{1}{b^3(c+a)}+\frac{1}{c^3(a+b)}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{3}{\sqrt{2}}$.

Câu 102. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $\sqrt{xy}+\sqrt{yz}+\sqrt{zx}=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{x^2}{x+y}+\frac{y^2}{y+z}+\frac{z^2}{z+x}$ bằng:

A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 103. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a+b+c=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2+\left(b+\frac{1}{b}\right)^2+\left(c+\frac{1}{c}\right)^2$ bằng:

A. $\frac{101}{3}$. B. $\frac{100}{3}$. C. $\frac{3}{100}$. D. $\frac{13}{100}$.

Câu 104. Cho ba số thực x, y, z không nhỏ hơn 1

và thỏa mãn $3(x+y+z)=x^2+y^2+z^2+2xy$.

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{x^2}{(x+y)^2+x}+\frac{x}{z^2+x}$ bằng:

A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{1}{9}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{7}{10}$.

Câu 105. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x+y=2$.

Biểu thức $P=\frac{x^2+y^2+1}{(2x^2+1)(2y^2+1)}+\frac{1}{xy}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 106. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x+y+z=1$.

Biểu thức $P=\frac{x}{x+1}+\frac{y}{y+1}+\frac{z}{z+1}$ có giá trị lớn nhất bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Câu 107. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=3$.

Biểu thức $P=\frac{3+a^2}{b+c}+\frac{3+b^2}{c+a}+\frac{3+c^2}{a+b}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $\frac{48}{5}$. **B.** 6. **C.** $\frac{34}{5}$. **D.** 5.

Câu 108. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3(x+y+z)+2\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$ bằng:

A. $11\sqrt{2}$. **B.** 13. **C.** $13\sqrt{2}$. **D.** 15.

Câu 109. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$.

Biểu thức $P=\frac{a}{1+bc}+\frac{b}{1+ca}+\frac{c}{1+ab}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $\frac{9}{10}$. **B.** $\frac{10}{9}$. **C.** $\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{10}{3}$.

Câu 110. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=3$.

Biểu thức $P=\frac{a+1}{b^2+1}+\frac{b+1}{c^2+1}+\frac{c+1}{a^2+1}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $\frac{39}{10}$. **B.** 3. **C.** $\frac{175}{52}$. **D.** 2.

CHỦ ĐỀ 6. KHỐI ĐA DIỆN VÀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

NHẮC LẠI MỘT SỐ ĐỊNH NGHĨA

Hình lăng trụ là hình có hai đáy là hai đa giác bằng nhau nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau và các mặt bên đều là các hình bình hành.

1. Hình lăng trụ đứng

Định nghĩa. Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

Tính chất. Các mặt bên của hình lăng trụ đứng là các hình chữ nhật và vuông góc với mặt đáy.

2. Hình lăng trụ đều

Định nghĩa. Hình lăng trụ đều là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.

Tính chất. Các mặt bên của hình lăng trụ đều là các hình chữ nhật bằng nhau và vuông góc với mặt đáy.

Hình hộp là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành.

1. Hình hộp đứng

Định nghĩa. Hình hộp đứng là hình hộp có cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

Tính chất. Hình hộp đứng có 2 đáy là hình bình hành, 4 mặt xung quanh là 4 hình chữ nhật.

2. Hình hộp chữ nhật

Định nghĩa. Hình hộp chữ nhật là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật.

Tính chất. Hình hộp chữ nhật có 6 mặt là 6 hình chữ nhật.

3. Hình lập phương

Định nghĩa. Hình lập phương là hình hộp chữ nhật 2 đáy và 4 mặt bên đều là hình vuông

Tính chất. Hình lập phương có 6 mặt đều là hình vuông.

Hình chóp là hình có đáy là một đa giác và các mặt bên là các tam giác có chung một đỉnh.

I . THỂ TÍCH

1. Công thức tính thể tích khối chóp

$$\boxed{V = \frac{1}{3} S.h}$$

Trong đó: S là diện tích đáy,

h là chiều cao khối chóp.

2. Công thức tính thể tích khối lăng trụ

$$\boxed{V = B.h}$$

Trong đó: B là diện tích đáy,

h là hiều cao khối lăng trụ

- **Thể tích khối hộp chữ nhật:** $V = a.b.c$

  với a, b, c là ba kích thước của khối hộp chữ nhật.

- **Thể tích khối lập phương:** $V = a^3$

  với a là độ dài cạnh.

II. KHOẢNG CÁCH TRONG KHÔNG GIAN

1. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng (mặt phẳng) bằng độ dài đoạn vuông góc kẻ từ điểm đó đến đường thẳng (mặt phẳng).

2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

- Bằng độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

• Bằng khoảng cách giữa một trong hai đường thẳng với mặt phẳng chứa đường thẳng kia và song song với đường thẳng thứ nhất.

• Bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng, mà mỗi mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

III. GÓC TRONG KHÔNG GIAN

1. **Góc giữa hai đường thẳng** a **và** b là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm và lần lượt cùng phương với a và b.

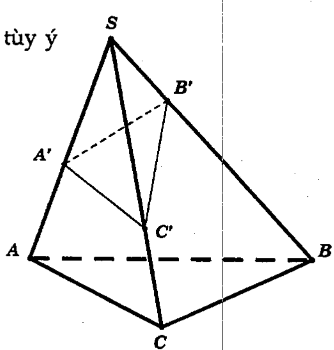
2. **Góc giữa đường thẳng** a **không vuông góc với mặt phẳng** (P) là góc giữa a và hình chiếu a' của nó trên mặt phẳng (P).

3. **Góc giữa hai mặt phẳng** là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó hoặc là góc giữa hai đường thẳng nằm trong hai mặt phẳng cùng vuông góc với giao tuyến tại một điểm.

IV. TỈ SỐ THỂ TÍCH

Cho khối chóp $S.ABC$ và A', B', C' là các điểm tùy ý lần lượt thuộc SA, SB, SC ta có

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}.$$



Phương pháp này được áp dụng khi khối chóp không xác định được chiều cao một cách dễ dàng hoặc khối chóp cần tính là một phần nhỏ trong khối chóp lớn và cần chú ý đến một số điều kiện sau

- Hai khối chóp phải cùng chung đỉnh.
- Đáy hai khối chóp phải là tam giác.
- Các điểm tương ứng nằm trên các cạnh tương ứng.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. TÍNH THỂ TÍCH

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $V = a^3\sqrt{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có cạnh $AB = a$, $BC = 2a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, cạnh $SA = a\sqrt{15}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{6}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$. C. $V = 2a^3\sqrt{15}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC = a\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V = a^3\sqrt{3}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = a^3$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V = \dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V = \dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = 1$, $AD = 2$. Cạnh bên $SA = 2$ và vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 1$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V = \dfrac{1}{3}$. **D.** $V = 2$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V = \dfrac{2a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, $SA = 2a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{12}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **C.** $V = 2a^3$. **D.** $V = \dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 8. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\dfrac{a\sqrt{21}}{6}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$. Cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$, hình chiếu của điểm S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm của cạnh huyền AC. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V = \dfrac{2a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 1, góc $\widehat{ABC} = 60°$. Cạnh bên $SD = \sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn BD sao cho $HD = 3HB$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{\sqrt{5}}{24}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{15}}{24}$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{15}}{8}$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{15}}{12}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Hình chiếu vuông góc của S trên A là điểm H sao cho $AH = 2BH$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.   B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.   C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.   D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBD} = 60^0$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3$.   B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.   C. $V = \frac{a^3}{3}$.   D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC = 2a$, $AB = SA = a$. Tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC). Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$.   B. $V = \frac{3a^3}{4}$.   C. $V = a^3$.   D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với đáy; diện tích tam giác SBC bằng $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ (đvdt). Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3$.   B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.   C. $V = \frac{a^3}{3}$.   D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C, cạnh huyền bằng 3. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABC và $SB = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{3}{2}$.   B. $V = \frac{1}{4}$.   C. $V = \frac{3}{4}$.   D. $V = 1$.

Câu 16. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.   B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.   C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.   D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có $AB = a$, $AC = 5a$. Đường thẳng SA vuông góc với mặt đáy, cạnh bên SB tạo với mặt đáy một góc 60^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 6\sqrt{2}a^3$.   B. $V = 4\sqrt{2}a^3$.   C. $V = 2\sqrt{2}a^3$.   D. $V = 2a^3$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC); góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$.   B. $V = \frac{3a^3}{4}$.   C. $V = \frac{a^3}{2}$.   D. $V = a^3$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, góc $\widehat{BAD} = 120^0$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và SD tạo với đáy $(ABCD)$ một góc 60^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{a^3}{4}$. B. $V = \dfrac{3a^3}{4}$. C. $V = \dfrac{a^3}{2}$. D. $V = a^3$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của cạnh AB, góc giữa SC và mặt đáy bằng 30^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{\sqrt{15}}{6}$. B. $V = \dfrac{\sqrt{15}}{18}$. C. $V = \dfrac{1}{3}$. D. $V = \dfrac{\sqrt{5}}{6}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC = 2a$, $BC = a$. Đỉnh S cách đều các điểm A, B, C. Biết góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V = \dfrac{a^3}{4}$. B. $V = \dfrac{3a^3}{4}$. C. $V = \dfrac{a^3}{2}$. D. $V = a^3$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = AC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC). Gọi I là trung điểm của BC, SI tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. C. $V = \dfrac{a^3}{2}$. D. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B; đỉnh S cách đều các điểm A, B, C. Biết $AC = 2a$, $BC = a$; góc giữa đường thẳng SB và đáy bằng 60^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. C. $V = \dfrac{a^3}{2}$. D. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, $BD = 1$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là trung điểm OD. Đường thẳng SD tạo với mặt đáy một góc bằng 60^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{\sqrt{3}}{24}$. B. $V = \dfrac{\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \dfrac{1}{8}$. D. $V = \dfrac{\sqrt{3}}{12}$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a. Tam giác ABC đều, hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Đường thẳng SD hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 30^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với cạnh đáy AD, BC; $AD = 2a$, $AB = BC = CD = a$, $\widehat{BAD} = 60^0$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và SD tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 45^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác vuông tại S. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là điểm H thuộc cạnh AD sao cho $HA = 3HD$. Biết rằng $SA = 2a\sqrt{3}$ và SC tạo với đáy một góc bằng 30^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{9}$. B. $V = 8\sqrt{2}a^3$. C. $V = 8\sqrt{6}a^3$. D. $V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = AB = a$. Gọi N là trung điểm SD, đường thẳng AN hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 30^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{3}$, tam giác SBC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (SBC) một góc 60^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{1}{\sqrt{6}}$. B. $V = \sqrt{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $V = \sqrt{3}$.

Câu 31. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng 60^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{a^3}{8}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc đáy và mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc bằng 60^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60^0. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $V = a^3$. C. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, đường chéo $AC = a$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa (SCD) và đáy bằng 45^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{a^3}{4}$. B. $V = \dfrac{3a^3}{4}$. C. $V = \dfrac{a^3}{2}$. D. $V = \dfrac{a^3}{12}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AD = DC = 1$, $AB = 2$; cạnh bên SA vuông góc với đáy; mặt phẳng (SBC) tạo với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 45^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \sqrt{2}$. B. $V = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $V = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. D. $V = \dfrac{\sqrt{2}}{6}$.

Câu 36 (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, BD. Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V = \dfrac{7}{2}a^3$. B. $V = 14a^3$. C. $V = \dfrac{28}{3}a^3$. D. $V = 7a^3$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân ở B, $AC = a\sqrt{2}$, $SA = a$ và vuông góc với đáy (ABC). Gọi G là trọng tâm tam giác SBC. Mặt phẳng (α) qua AG và song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại M, N.

Tính theo a thể tích khối chóp $S.AMN$.

A. $V = \dfrac{2a^3}{27}$. B. $V = \dfrac{2a^3}{29}$. C. $V = \dfrac{a^3}{9}$. D. $V = \dfrac{a^3}{27}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD; H là giao điểm của CN và DM. Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.CDNM$.

A. $V = \dfrac{5a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \dfrac{5a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $V = \dfrac{5a^3}{8}$. D. $V = \dfrac{5a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 39. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Mặt bên tạo với đáy góc 60^0. Gọi K là hình chiếu vuông góc của O trên SD. Tính theo a thể tích khối tứ diện $DKAC$.

A. $V = \dfrac{2a^3\sqrt{3}}{15}$. B. $V = \dfrac{4a^3\sqrt{3}}{5}$. C. $V = \dfrac{4a^3\sqrt{3}}{15}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $BA = BC = 1$, $AD = 2$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = \sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB. Tính thể tích khối chóp $S.AHCD$.

A. $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{4\sqrt{2}}{9}$. C. $V = \frac{4\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{2\sqrt{2}}{9}$.

Câu 41. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3$. B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. C. $V = 3\sqrt{3}a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$

Câu 42. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ theo a, biết $A'B = 3a$.

A. $V = \frac{4\sqrt{5}a^3}{3}$. B. $V = 4\sqrt{5}a^3$. C. $V = 2\sqrt{5}a^3$. D. $V = 12a^3$.

Câu 43. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $AB' = a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = a^3\sqrt{10}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = a^3\sqrt{2}$. D. $V = 2a^3\sqrt{2}$.

Câu 44. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác với $AB = a$, $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^0$, $AA' = 2a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = 4a^3\sqrt{5}$. B. $V = a^3\sqrt{15}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. D. $V = \frac{4a^3\sqrt{5}}{3}$.

Câu 45. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B và $BA = BC = 1$. Cạnh $A'B$ tạo với mặt đáy (ABC) góc 60^0. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \sqrt{3}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{1}{2}$.

Câu 46. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc 60^0. Tính theo a thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 47. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = a$, đường chéo $A'C$ hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc α thỏa mãn $\cot\alpha = \sqrt{5}$. Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = 2a^3$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \sqrt{5}a^3$. D. $V = \frac{a^3}{\sqrt{5}}$.

Câu 48. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân, $AB = a$ và $\widehat{BAC} = 120^0$, góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt đáy (ABC) bằng 60^0. Tính theo a thể tích khối lăng trụ.

A. $V = \frac{a^3}{8}$. B. $V = \frac{3a^3}{8}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{3a^3}{24}$.

Câu 49. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 60^0, $A'C$ hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 30^0 và $AA' = a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích khối hộp.

A. $V = 2a^3\sqrt{6}$. B. $V = \dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $V = 2a^3\sqrt{2}$. D. $V = a^3$.

Câu 50. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh bằng 1, $\widehat{BAD} = 120^0$. Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ADD'A')$ bằng 30^0. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $V = \sqrt{6}$. B. $V = \dfrac{\sqrt{6}}{6}$. C. $V = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$. D. $V = \sqrt{3}$.

Câu 51. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, biết $A'O = a$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \dfrac{a^3}{4}$. D. $V = \dfrac{a^3}{6}$.

Câu 52. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a\sqrt{2}$ và $A'A = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \dfrac{a^3}{2}$. B. $V = \dfrac{2a^3}{3}$. C. $V = \dfrac{a^3}{6}$. D. $V = 2a^3$.

Câu 53. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = AC = a$. Biết rằng $A'A = A'B = A'C = a$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \dfrac{a^3}{2}$. B. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 54. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB và $A'A = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a.

A. $V = a^3\sqrt{3}$. B. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. C. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $V = 2a^3\sqrt{2}$.

Câu 55. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh có độ dài bằng 2. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của BC. Góc tạo bởi cạnh bên AA' với mặt đáy là 45^0. Tính thể tích khối trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = 3$ B. $V = 1$. C. $V = \dfrac{\sqrt{6}}{8}$. D. $V = \dfrac{\sqrt{6}}{24}$.

Câu 56. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $AA' = a$, hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm H của AB.

Tính theo a thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V=a^3$. D. $V=\frac{a^3}{3}$.

Câu 57. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O và $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$; $A'O$ vuông góc với đáy $(ABCD)$. Cạnh bên AA' hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 45^0. Tính theo a thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $V=a^3\sqrt{3}$.

Câu 58. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng đáy trùng với tâm của đáy. Tính theo a thể tích khối hộp đã cho.

A. $V=\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V=\frac{8a^3}{3}$. C. $V=8a^3$. D. $V=4a^3\sqrt{2}$.

Câu 59. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, tâm O và $\widehat{ABC}=120^0$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng 60^0. Đỉnh A' cách đều các điểm A, B, D. Tính theo a thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{3a^3}{2}$. B. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V=a^3\sqrt{3}$.

Câu 60. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=1$, $AC=2$; cạnh bên $AA'=\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt đáy (ABC) trùng với chân đường cao hạ từ B của tam giác ABC. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{\sqrt{21}}{4}$. B. $V=\frac{\sqrt{21}}{12}$. C. $V=\frac{\sqrt{7}}{4}$. D. $V=\frac{3\sqrt{21}}{4}$.

Vấn đề 2.1. KHOẢNG CÁCH TỪ ĐIỂM ĐẾN MẶT PHẲNG

Câu 61. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên $SA=a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt đáy (ABC). Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. B. a. C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 62. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Tam giác SBC đều và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC).

A. $\frac{a\sqrt{39}}{13}$. B. a. C. $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 63. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng $2a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD).

A. $\frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{30}}$. B. $\frac{2a\sqrt{7}}{\sqrt{30}}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 64. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a\sqrt{2}$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 65. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ A đến (SCD).

A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

Câu 66. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a. Cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD).

A. a. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 67. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Cạnh bên $SA = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{a\sqrt{285}}{19}$. B. $\frac{\sqrt{285}}{38}$. C. $\frac{a\sqrt{285}}{38}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 68. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Tính khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{a}{4}$. B. $\frac{3a}{4}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 69. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, SB hợp với mặt đáy một góc $60°$. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. a. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 70. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 1, cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60^0. Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{42}}{14}$.

Câu 71. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC); góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SMC).

A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{39}}{13}$. C. a. D. $\frac{a}{2}$.

Câu 72. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC = 2a$, $BC = a$. Đỉnh S cách đều các điểm A, B, C. Tính khoảng cách từ trung điểm M của SC đến mặt phẳng (SBD).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. C. $a\sqrt{5}$. D. a.

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AD = 2BC$, $AB = BC = a\sqrt{3}$. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi E là trung điểm của cạnh SC. Tính khoảng cách từ điểm E đến mặt phẳng (SAD).

A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 74. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa SD với đáy bằng 60^0. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) theo a.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 75. Cho hình chóp $S.ACBD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = AB = BC = 1$, $AD = 2$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD).

A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{2a}{3}$. D. 1.

Câu 76. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn AB thỏa mãn $AH = 2BH$, biết $SH = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. Gọi I là giao điểm của HD và AC. Tính theo a khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SCD).

A. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$. B. $\frac{2a\sqrt{22}}{11}$. C. $\frac{2a\sqrt{22}}{55}$. D. $\frac{3a\sqrt{22}}{55}$.

Câu 77. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a. Tam giác ABC đều, hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Đường thẳng SD hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 30^0. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) theo a.

A. $\frac{2a\sqrt{21}}{21}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. C. a. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 78. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD).

A. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ **D.** $2a$.

Câu 79. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = 2AB = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD. Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng (AMN).

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $2a$. **C.** $\frac{3a}{2}$. **D.** $a\sqrt{5}$.

Câu 80. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BDA').

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 81. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tam giác (SAD) cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD).

A. $h = \frac{2}{3}a$. **B.** $h = \frac{4}{3}a$. **C.** $h = \frac{8}{3}a$. **D.** $h = \frac{3}{4}a$.

Vấn đề 2.2. KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU

Câu 82. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với $AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, SB hợp với đáy góc 60^0. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 83. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Biết thể tích khối chóp bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng BC và SA.

A. $\frac{a}{\sqrt{6}}$. **B.** a. **C.** $\frac{2a}{\sqrt{6}}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Câu 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBD}=60^0$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 85. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bằng 2. Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SO=\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD.

A. 2. B. $\frac{\sqrt{30}}{5}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 86. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tâm O. Cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của cạnh BC và CD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng HK và SD.

A. $\frac{a}{3}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $2a$. D. $\frac{a}{2}$.

Câu 87. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh có độ dài bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của BC. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và $A'H$.

A. $2a$. B. a. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 88. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $AA'=2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và CD'.

A. $a\sqrt{2}$. B. $2a$. C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 89. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bằng $4a$. Cạnh bên $SA=2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của H của đoạn thẳng AO. Tính theo a khoảng cách giữa các đường thẳng SD và AB.

A. $\frac{4a\sqrt{22}}{11}$. B. $\frac{3a\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$. C. $2a$. D. $4a$.

Câu 90. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 10. Cạnh bện SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC=10\sqrt{5}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Tính khoảng cách giữa BD và MN.

A. $3\sqrt{5}$. B. $\sqrt{5}$. C. 5. D. 10.

Câu 91. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=3a$, $BC=4a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc tạo bởi giữa SC và đáy bằng 60^0. Gọi M là trung điểm của AC, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM.

A. $a\sqrt{3}$. B. $5a\sqrt{3}$. C. $\frac{5a}{2}$. D. $\frac{10a\sqrt{3}}{\sqrt{79}}$.

Câu 92. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD.

A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. D. a.

Câu 93. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy bằng 60^0. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB.

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $2a$. C. $a\sqrt{2}$. D. $\frac{2a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 94. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh SA vuông góc với đáy, góc giữa SC với đáy bằng 60^0. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng SB. Tính khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ADI).

A. $a\sqrt{6}$. B. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{42}}{7}$. D. $a\sqrt{7}$.

Câu 95. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 4. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Gọi M là trung điểm cạnh AC, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và $B'C$.

A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. 1. D. $\sqrt{2}$.

Vấn đề 3.1. GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

Câu 96. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có cạnh $AB = a$, $BC = 2a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, cạnh $SA = a\sqrt{15}$. Tính góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng (ABD).

A. 30^0. B. 45^0. C. 60^0. D. 90^0.

Câu 97. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tâm O. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Tính tan của góc giữa SO và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. 2. D. 1.

Câu 98. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Cạnh bên $SA = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm BC.

Tính góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. 30^0. B. 45^0. C. 60^0. D. 90^0.

Câu 99. Cho chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3. Tính tan của góc giữa cạnh bên và mặt đáy.

A. $\sqrt{7}$. B. $\sqrt{3}$. C. 1. D. $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 100. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $\widehat{ABC}=60^\circ$, tam giác SBC là tam giác đều có bằng cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng đáy (ABC)

A. 30^0. B. 45^0. C. 60^0. D. 90^0.

Câu 101. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính tan của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. $\sqrt{3}$. B. $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$. C. $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 102. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính cot của góc giữa SD và $(ABCD)$.

A. $\dfrac{5}{\sqrt{15}}$. B. $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 103. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bằng $4a$. Cạnh bên $SA=2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của H của đoạn thẳng AO. Tính tan của góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. $\sqrt{5}$. B. 1. C. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 104. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc H của S trên mặt đáy trùng với trọng tâm tam giác ABC và $SH=\dfrac{a}{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh BC và SC. Tính tan của góc giữa đường thẳng MN với mặt đáy $(ABCD)$.

A. $\dfrac{4}{3}$. B. $\dfrac{3}{4}$. C. $\dfrac{2}{3}$. D. 1.

Câu 105. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a, SO vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA và BC. Tính góc giữa đường thẳng MN với mặt phẳng $(ABCD)$, biết $MN=\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$.

A. 30^0. B. 45^0. C. 60^0. D. 90^0.

Câu 106. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (SAD).

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Câu 107. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Tính sin của góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (SAB).

A. $\frac{\sqrt{85}}{10}$. **B.** $\frac{\sqrt{51}}{17}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{15}}{10}$.

Câu 108. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Tính cosin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAD).

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 109. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc gữa SC và mặt đáy $(ABCD)$ bằng 45^0. Tính tan của góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAC).

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 1.

Câu 110. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD. Tính tan của góc tạo bởi giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SHK).

A. $\sqrt{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{7}}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{14}}{4}$.

Câu 111. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $AA' = 2a$. Tính góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(ABCD)$.

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Câu 112. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD} = 60^0$. Hình chiếu vuông góc của B' xuống mặt đáy trùng với giao điểm hai đường chéo của đáy và cạnh bên $BB' = a$. Tính góc giữa cạnh bên và mặt đáy.

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Câu 113. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2\sqrt{2}$, $AA' = 4$. Tính góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$.

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Vấn đề 3.2. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẲNG

Câu 114. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $\widehat{ABC} = 60°$, tam giác SBC là tam giác đều có bằng cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC).

A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 115. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt đáy (ABC). Tính sin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 116. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính cot của góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

A. $\sqrt{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. 1. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 117. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$.

A. 30^0. B. 45^0. C. 60^0. D. 90^0.

Câu 118. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I, cạnh a, góc $\widehat{BAD} = 60^0$, $SA = SB = SD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính tan của góc tạo bởi giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$.

A. $\sqrt{5}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. 1.

Câu 119. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bằng $4a$. Cạnh bên $SA = 2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của H của đoạn thẳng AO. Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 120. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bằng $\sqrt{3}$, tam giác SBC nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Độ dài đường cao của hình chóp bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$.

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Câu 121. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = 2$, $BC = 2\sqrt{3}$; cạnh bên $SA = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và vuông góc với mặt đáy (ABC). Gọi M là trung điểm AB, tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (SMC) và mặt đáy (ABC).

A. $\frac{4}{\sqrt{13}}$. **B.** $\frac{\sqrt{13}}{4}$. **C.** 1. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 122. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (BDA') và $(ABCD)$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 123. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = AC = a$; cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với đáy. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC).

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 124. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và (SCD).

A. $\sqrt{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 125. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = AC = a$. Hình chiếu vuông góc H của S trên mặt đáy (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $SH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính cotan của góc giữa hai đường thẳng SB, AC.

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{7}}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{14}}{4}$.

Vấn đề 4. TỈ SỐ THỂ TÍCH

Câu 126. Cho khối chóp $S.ABC$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC. Khi đó tỉ số thể tích $\frac{V_{S.IJK}}{V_{S.ABC}}$ bằng:

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 127. Cho tứ diện $ABCD$ có B' là trung điểm AB, C' thuộc đoạn AC và thỏa mãn $2AC' = C'C$. Trong các số dưới đây, số nào ghi giá trị tỉ số thể tích giữa khối tứ diện $AB'C'D$ và phần còn lại của khối tứ diện $ABCD$?

A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 128. Cho khối chóp $S.ACB$. Gọi G là trọng tâm giác SBC. Mặt phẳng (α) qua AG và song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại I, J. Gọi $V_{S.AIJ}$, $V_{S.ABC}$ lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $SAIJ$ và $SABC$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\frac{V_{S.AIJ}}{V_{S.ABC}} = 1$. B. $\frac{V_{S.AIJ}}{V_{S.ABC}} = \frac{2}{3}$. C. $\frac{V_{S.AIJ}}{V_{S.ABC}} = \frac{4}{9}$. D. $\frac{V_{S.AIJ}}{V_{S.ABC}} = \frac{8}{27}$.

Câu 129. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là trung điểm SB, N là điểm trên đoạn SC sao cho $NS = 2NC$. Thể tích khối chóp $A.BCNM$ có giá trị nào sau đây?

A. $\frac{a^3\sqrt{11}}{36}$. B. $\frac{a^3\sqrt{11}}{16}$. C. $\frac{a^3\sqrt{11}}{24}$. D. $\frac{a^3\sqrt{11}}{18}$.

Câu 130. Cho tam giác ABC vuông cân ở A và $AB = a$. Trên đường thẳng qua C và vuông góc với (ABC) lấy điểm D sao cho $CD = a$. Mặt phẳng (α) qua C và vuông góc với BD, cắt BD tại F và cắt AD tại E. Thể tích khối tứ diện nhận $CDEF$ giá trị nào sau đây?

A. $\frac{a^3}{6}$. B. $\frac{a^3}{24}$. C. $\frac{a^3}{36}$. D. $\frac{a^3}{54}$.

Câu 131. Cho khối chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{16}$.

Câu 132. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng V. Lấy điểm A' trên cạnh SA sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng (α) qua A' và song song với đáy $(ABCD)$ cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Khi đó thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$ bằng:

A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{V}{9}$. C. $\frac{V}{27}$. D. $\frac{V}{81}$.

Câu 133. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng (α) đi qua A, B và trung điểm M của SC. Tỉ số thể tích của hai phần khối chóp bị phân chia bởi mặt phẳng đó là:

A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 134. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Gọi D là trung điểm $A'C'$, k là tỉ số thể tích khối tứ diện $B'BAD$ và khối lăng trụ đã cho. Khi đó k nhận giá trị:

A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 135. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm $A'C'$, I là giao điểm của AM và $A'C$. Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện $IABC$ với khối lăng trụ đã cho là:

A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{1}{2}$.

CHỦ ĐỀ 7. **MẶT CẦU – MẶT TRỤ – MẶT NÓN**

TỔNG HỢP KIẾN THỨC

O Bài 01

MẶT CẦU – KHỐI CẦU

I. ĐỊNH NGHĨA

1. Mặt cầu

Tập hợp các điểm trong không gian cách điểm O cố định một khoảng R không đổi gọi là mặt cầu có tâm là O và bán kính bằng R.

Kí hiệu: $S(O;R)=\{M|OM=R\}$.

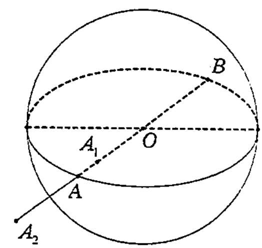
2. Khối cầu

Mặt cầu $S(O;R)$ cùng với các điểm nằm bên trong nó được gọi là một khối cầu tâm O, bán kính R.

Kí hiệu: $B(O;R)=\{M|OM\leqslant R\}$.

Nếu $OA,\ OB$ là hai bán kính của mặt cầu sao cho $A,\ O,\ B$ thẳng hàng thì đoạn thẳng AB gọi là đường kính của mặt cầu.

Định lí. Cho hai điểm cố định $A,\ B$. Tập hợp các điểm M trong không gian sao cho $\widehat{AMB}=90^0$ là mặt cầu đường kính AB.



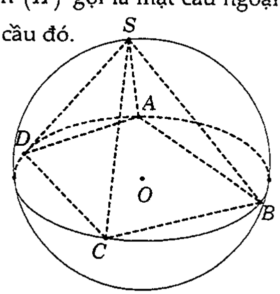
- $A\in S(O;R)\Leftrightarrow OA=R$.
- $OA_1<R\Leftrightarrow A_1$ nằm trong mặt cầu.
- $OA_2>R\Leftrightarrow A_2$ nằm ngoài mặt cầu.

II. MẶT CẦU NGOẠI TIẾP KHỐI ĐA DIỆN

Định nghĩa: Mặt cầu đi qua mọi đỉnh của một hình đa diện (H) gọi là mặt cầu ngoại tiếp hình đa diện (H) và khi đó (H) được gọi là nội tiếp mặt cầu đó.

Điều kiện cần và đủ để một hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp là đáy của nó là một đa giác nội tiếp một đường tròn.

Mọi tứ diện đều có mặt cầu ngoại tiếp.



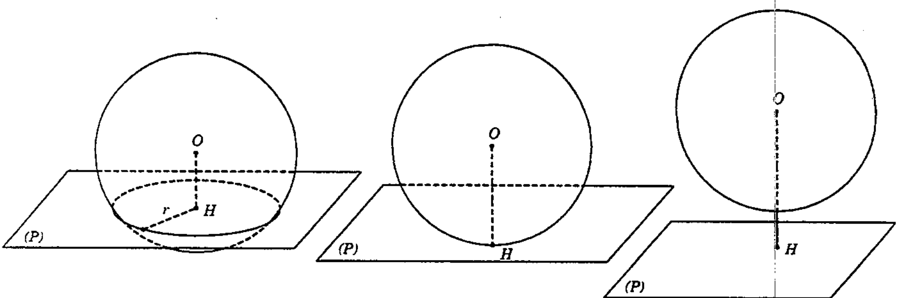
III. MẶT CẦU NỘI TIẾP HÌNH CHÓP

1. Mặt cầu nội tiếp hình chóp là mặt cầu nằm bên trong hình chóp và tiếp xúc với với tất các mặt của hình chóp.

2. Tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp cách đều tất cả các mặt của hình chóp.

IV. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA MẶT CẦU VÀ MẶT PHẲNG

Cho mặt cầu $S(O;R)$ và mặt phẳng (P), gọi d là khoảng cách từ O đến (P) và H là hình chiếu vuông góc của O trên (P). Khi đó



• Nếu $d < R$ thì mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo giao tuyến là đường tròn nằm trên mặt phẳng (P) có tâm là H và có bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2}$.

Khi $d = 0$ thì mặt phẳng (P) đi qua tâm O của mặt cầu, mặt phẳng đó gọi là mặt phẳng kính; giao tuyến của mặt phẳng kính với mặt cầu là đường tròn có tâm O và bán kính R, đường tròn đó gọi là đường tròn lớn của mặt cầu.

•Nếu $d = R$ thì mặt phẳng (P) và mặt cầu $S(O;R)$ có một điểm chung duy nhất H.

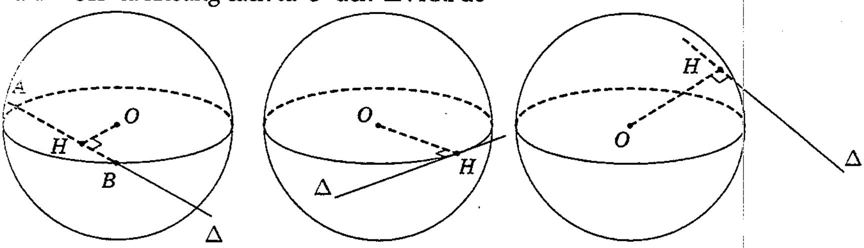
Khi đó ta nói (P) tiếp xúc với $S(O;R)$ tại H và (P) gọi là tiếp diện của mặt cầu, H gọi là tiếp điểm.

Chú ý. Cho H là một điểm thuộc mặt cầu $S(O;R)$ và mặt phẳng (P) qua H. Thế thì (P) tiếp xúc với $S(O;R) \Leftrightarrow OH \perp (P)$.

•Nếu $d > R$ thì mặt phẳng (P) và mặt cầu $S(O;R)$ không có điểm chung.

V. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA MẶT CẦU VÀ ĐƯỜNG THẲNG

Cho mặt cầu $S(O;R)$ và đường thẳng Δ. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên Δ và $d = OH$ là khoảng cách từ O đến Δ. Khi đó



• Nếu $d < R$ thì Δ cắt $S(O;R)$ tại hai điểm A, B và H là trung điểm của AB.

• Nếu $d = R$ thì Δ và $S(O;R)$ chỉ có một điểm chung H, trong trường hợp này Δ gọi là tiếp tuyến của mặt cầu $S(O;R)$ hay Δ tiếp xúc với $S(O;R)$ và H là tiếp điểm.

• Nếu $d > R$ thì Δ và $S(O;R)$ không có điểm chung.

VI. DIỆN TÍCH MẶT CẦU VÀ THỂ TÍCH KHỐI CẦU

Gọi R là bán kính của mặt cầu thì

- Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2$.
- Thể tích khối cầu: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho đường tròn (C) đường kính AB và đường thẳng Δ. Để hình tròn xoay sinh bởi (C) khi quay quanh Δ là một mặt cầu thì cần có thêm điều kiện nào sau đây:

(I)Đường kính AB thuộc Δ.

(II) Δ cố định và đường kính AB thuộc Δ.

(III) Δ cố định và hai điểm A, B cố định trên Δ.

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II).

C. Chỉ (III). **D.** Không cần thêm điều kiện nào.

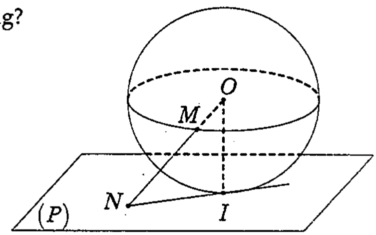
Câu 2. Cho mặt cầu (S) tâm O, bán kính R và mặt phẳng (P) có khoảng cách đến O bằng R. Một điểm M tùy ý thuộc (S). Đường thẳng OM cắt (P) tại N. Hình chiếu của O trên (P) là I. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. NI tiếp xúc với (S).

B. $ON = R\sqrt{2} \Leftrightarrow IN = R$.

C. Cả A và B đều sai.

D. Cả A và B đều đúng.



Câu 3. Cho mặt cầu $S(O;R)$ và một điểm A, biết $OA = 2R$. Qua A kẻ một tiếp tuyến tiếp xúc với (S) tại B. Khi đó độ dài đoạn AB bằng:

A. R. **B.** $\frac{R}{2}$. **C.** $R\sqrt{2}$. **D.** $R\sqrt{3}$.

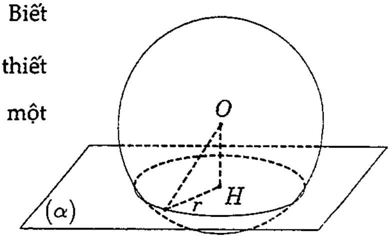
Câu 4. Cho mặt cầu $S(O;R)$ và một điểm A, biết $OA = 2R$. Qua A kẻ một cát tuyến cắt (S) tại B và C sao cho $BC = R\sqrt{3}$. Khi đó khoảng cách từ O đến BC bằng:

A. R. **B.** $\frac{R}{2}$. **C.** $R\sqrt{2}$. **D.** $R\sqrt{3}$.

Câu 5. Cho mặt cầu $S(O;R)$ và mặt phẳng (α). Biết khoảng cách từ O đến (α) bằng $\frac{R}{2}$. Khi đó thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) với $S(O;R)$ là một đường tròn có đường kính bằng:

A. R. **B.** $R\sqrt{3}$.

C. $\frac{R}{2}$. **D.** $\frac{R\sqrt{3}}{2}$.



Câu 6. Cho mặt cầu tâm I bán kính $R = 2,6\text{cm}$. Một mặt phẳng cắt mặt cầu và cách tâm I một khoảng bằng $2,4\text{cm}$. Thế thì bán kính của đường tròn do mặt phẳng cắt mặt cầu tạo nên là:

A. $1,2\text{cm}$. B. $1,3\text{cm}$. C. 1cm. D. $1,4\text{cm}$.

Câu 7. Diện tích hình tròn lớn của một hình cầu là p. Một mặt phẳng (α) cắt hình cầu theo một hình tròn có diện tích là $\frac{p}{2}$. Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (α) bằng:

A. $\sqrt{\frac{p}{\pi}}$. B. $\sqrt{\frac{1}{\pi}}$. C. $\sqrt{\frac{2p}{\pi}}$. D. $\sqrt{\frac{p}{2\pi}}$.

Câu 8. Một hình cầu có bán kính là 2m, một mặt phẳng cắt hình cầu theo một hình tròn có độ dài là $2,4\pi\text{m}$. Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng là:

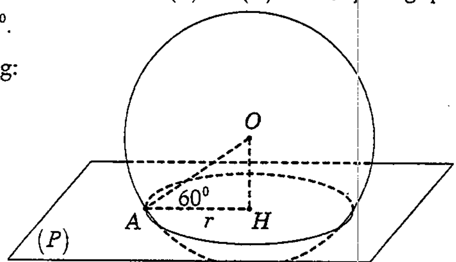
A. $1,6\text{m}$. B. $1,5\text{m}$. C. $1,4\text{m}$. D. $1,7\text{m}$.

Câu 9. Cho mặt cầu $S(O;R)$, A là một điểm ở trên mặt cầu (S) và (P) là mặt phẳng qua A sao cho góc giữa OA và (P) bằng 60^0.

Diện tích của đường tròn giao tuyến bằng:

A. πR^2. B. $\frac{\pi R^2}{2}$.

C. $\frac{\pi R^2}{4}$. D. $\frac{\pi R^2}{8}$.



Câu 10. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng cạnh đáy bằng a. Khi đó mặt cầu nội tiếp hình chóp $S.ABCD$ có bán kính bằng:

A. $\frac{a(1+\sqrt{3})}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{a(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{4}$. C. $\frac{a(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{4}$. D. $\frac{a(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{2}}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $3a$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $a\sqrt{6}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ ta được:

A. $a^2\sqrt{2}$. B. $8\pi a^2$. C. $2a^2$. D. $2\pi a^2$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$. Cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$, hình chiếu của điểm S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm của cạnh huyền AC. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 14. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Gọi h là chiều cao của khối chóp và R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp. Tỉ số $\frac{R}{h}$ bằng:

A. $\frac{7}{12}$ **B.** $\frac{7}{24}$. **C.** $\frac{7}{6}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 15. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60^0. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{2\pi a^3\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\frac{8\pi a^3\sqrt{6}}{9}$. **D.** $\frac{8\pi a^3\sqrt{6}}{27}$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, đáy lớn $AD = 2a$, $AB = BC = CD = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$. Tỉ số $\frac{R}{a}$ nhận giá trị nào sau đây?

A. $a\sqrt{2}$. **B.** a. **C.** 1 **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và góc giữa SC với đáy bằng 45^0. Gọi N là trung điểm SA, h là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ và R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $N.ABC$. Biểu thức liên hệ giữa R và h là:

A. $4R = \sqrt{5}h$. **B.** $\sqrt{5}R = 4h$. **C.** $R = \frac{4}{5\sqrt{5}}h$. **D.** $R = \frac{5\sqrt{5}}{4}h$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Đường thẳng $SA = a\sqrt{2}$ vuông góc với đáy $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm SC, mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A và M đồng thời song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại E, F. Bán kính mặt cầu đi qua năm điểm S, A, E, M, F nhận giá trị nào sau đây?

A. $a\sqrt{2}$. **B.** a. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc đáy $(ABCD)$. Gọi H là hình chiếu của A trên đường thẳng SB. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $HBCD$ có giá trị nào sau đây?

A. $a\sqrt{2}$. **B.** a. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC). Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên cạnh bên SB và SC. Thể tích của khối cầu tạo bởi mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKCB$ là:

A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **B.** $\sqrt{2}\pi a^3$. **C.** $\frac{\pi a^3}{6}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, $BD=a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là trung điểm OD. Đường thẳng SD tạo với mặt đáy một góc bằng 60^0. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ nhận giá trị nào sau đây?

A. $\frac{a}{4}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{a}{2}$. D. a.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Gọi G là trọng tâm tam giác SAC, R là bán kính mặt cầu có tâm G và tiếp xúc với mặt phẳng (SAB). Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $R=d\left[G,(SAB)\right]$. B. $3\sqrt{13}R=2SH$.

C. $\frac{R^2}{S_{\Delta ABC}}=\frac{4\sqrt{3}}{39}$. D. $\frac{R}{a}=\sqrt{13}$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. B. $\frac{11\sqrt{11}\pi a^3}{162}$. C. $\frac{\pi a^3}{6}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là một tam giác đều cạnh bằng a. Cạnh bên $SA=a\sqrt{3}$ và vuông góc với đáy (ABC). Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{39}}{6}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{4}$.

Câu 25. Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=a$, $OB=2a$, $OC=3a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$ là:

A. $a\sqrt{3}$ B. $\frac{3a}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=AC=a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC). Gọi I là trung điểm của BC, SI tạo với đáy (ABC) một góc 60^0. Gọi S, V lần lượt là diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Tỉ số $\frac{V}{S}$ bằng ?

A. $a\sqrt{14}$ B. $\frac{a\sqrt{14}}{12}$. C. $\frac{3a\sqrt{14}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, góc $\widehat{BAD}=120^0$. Cạnh bên $SA=a\sqrt{3}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ACD$ nhận giá trị:

A. $\frac{a\sqrt{13}}{2\sqrt{3}}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{13}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{13}}{3\sqrt{3}}$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C và $BC = a$. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy, $SA = SB = a$, $\widehat{ASB} = 120^0$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a}{4}$. B. $\frac{a}{2}$. C. a. D. $2a$.

Câu 29. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC = a\sqrt{3}$, góc $\widehat{ACB}$ bằng 30^0. Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'ABC$ bằng:

A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{8}$.

Câu 30. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc 60^0 và điểm G là trọng tâm tam giác ABC. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $G.A'B'C'$ bằng:

A. $\frac{85a}{108}$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $\frac{3a}{4}$. D. $\frac{31a}{36}$.

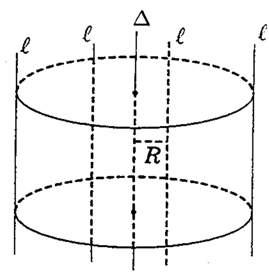
Bài 02

MẶT TRỤ – HÌNH TRỤ – KHỐI TRỤ

I. MẶT TRỤ TRÒN XOAY

Cho hai đường thẳng ℓ và Δ sao cho ℓ song song với Δ và $d[\ell, \Delta] = R$. Khi ta quay ℓ quanh trục Δ một góc 360^0 thì ℓ tạo thành một mặt trụ tròn xoay (T) (hoặc đơn giản hơn là mặt trụ).

- Δ gọi là trục của mặt trụ (T).
- ℓ gọi là đường sinh của mặt trụ (T).
- R gọi là bán kính của mặt trụ (T).



II. HÌNH TRỤ VÀ KHỐI TRỤ TRÒN XOAY

1. Định nghĩa hình trụ

Cắt mặt trụ (T) trục Δ, bán kính R bởi hai mặt phẳng (P) và (P') cùng vuông góc với Δ, ta được giao tuyến là hai đường tròn (C) và (C').

•Phần của mặt trụ (T) nằm giữa (P) và (P') cùng với hai hình tròn xác định bởi (C) và (C') gọi là hình trụ.

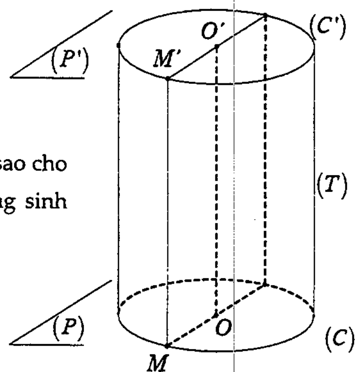
• Hai đường tròn (C) và (C') gọi là hai đường tròn đáy của hình trụ .

• OO' gọi là trục của hình trụ.

• Độ dài OO' gọi là chiều cao của hình trụ.

• Phần giữa hai đáy gọi là mặt xung quanh của hình trụ.

• Với mỗi điểm $M \in (C)$, có một điểm $M' \in (C')$ sao cho $MM' \parallel OO'$. Các đoạn thẳng như MM' gọi là đường sinh của hình trụ.



2. Nhận xét

Các đường sinh của hình trụ đều bằng nhau và bằng với trục của hình trụ.

Các thiết diện qua trục của hình trụ là các hình chữ nhật bằng nhau.

Thiết diện vuông góc vơi trục của hình trụ là một hình tròn bằng hình tròn đáy.

Nếu một điểm M di động trong không gian có hình chiếu vuông góc M' lên một mặt phẳng (α) và M' di động trên môt đường tròn (C) cố định thì M thuộc một mặt trụ cố định (T) chứa (C) và có trục vuông góc (α).

3. Khối trụ

Định nghĩa. Hình trụ cùng với phần bên trong nó được gọi là khối trụ.

III. DIỆN TÍCH HÌNH TRỤ VÀ THỂ TÍCH KHỐI TRỤ

Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính R và chiều cao h là: $S_{xq} = 2\pi Rh.$

Diện tích toàn phần của hình trụ bằng tổng diện tích xung quanh hình trụ với diện tích hai đáy của nó.

Thể tích của khối trụ có bán kính R và chiều cao h là: $V = \pi R^2 h.$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 31. Xét các mệnh đề

(I) Tập hợp các đường thẳng d thay đổi nhưng luôn luôn song song và cách đường thẳng Δ cố định một khoảng không đổi là một mặt trụ.

(II) Hai điểm A, B cố định. Tập hợp các điểm M trong không gian mà diện tích tam giác MAB không đổi là một mặt trụ.

Trong các mệnh đề trên, mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ (I). B. Chỉ (II).

C. Cả (I) và (II). D. Không có mệnh đề đúng.

Câu 32. Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh bằng a. Thể tích khối trụ bằng:

A. πa^3. B. $\dfrac{\pi a^3}{2}$. C. $\dfrac{\pi a^3}{3}$. D. $\dfrac{\pi a^3}{4}$.

Câu 33. Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng R và có chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình lần lượt có giá trị là:

A. $2\left(\sqrt{3}+1\right)\pi R^2$ và $2\sqrt{3}\pi R^2$.
B. $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2\left(\sqrt{3}+1\right)\pi R^2$.
C. $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2\pi R^2$.
D. $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2\sqrt{3}\pi R^2+R^2$.

Câu 34. Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh có cạnh bằng $2R$. Diện tích toàn phần của khối trụ bằng:

A. $4\pi R^2$.
B. $6\pi R^2$.
C. $8\pi R^2$.
D. $2\pi R^2$.

Câu 35. Một hình trụ có bán kính đáy $R=70\text{cm}$, chiều cao hình trụ $h=20\text{cm}$. Một hình vuông có các đỉnh nằm trên hai đường tròn đáy sao cho có ít nhất một cạnh không song song và không vuông góc với trục hình trụ. Khi đó cạnh của hình vuông bằng bao nhiêu?

A. 80cm.
B. 100cm.
C. $100\sqrt{2}$cm.
D. 140cm.

Câu 36. Bán kính đáy hình trụ bằng 4cm, chiều cao bằng 6cm. Độ dài đường chéo của thiết diện qua trục bằng:

A. 10cm.
B. 6cm.
C. 5cm.
D. 8cm.

Câu 37. Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng R và có chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa AB và trục của hình trụ bằng 30^0. Khoảng cách giữa AB và trục của hình trụ bằng:

A. R.
B. $R\sqrt{3}$.
C. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$.
D. $\frac{R\sqrt{3}}{4}$.

Câu 38. Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O', bán kính bằng chiều cao và bằng a. Trên đường tròn tâm O lấy điểm A, trên đường tròn tâm O' lấy điểm B sao cho $AB=2a$. Thể tích của khối tứ diện $OO'AB$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.
C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.
D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 39. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Gọi A, B là hai điểm lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O'). Biết $AB=2a$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Bán kính đáy bằng:

A. $\frac{a\sqrt{14}}{4}$.
B. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$.
C. $\frac{a\sqrt{14}}{3}$.
D. $\frac{a\sqrt{14}}{9}$.

Câu 40. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng:

A. 2π.
B. 3π.
C. 4π.
D. 8π.

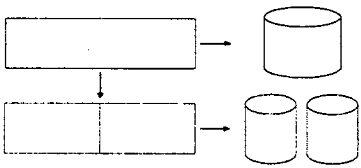
Câu 41. Một tấm nhôm hình chữ nhật có hai kích thước là a và $2a$ (a là độ dài có sẵn). Người ta cuốn tấm nhôm đó thành một hình trụ. Nếu hình trụ được tạo thành có chu vi đáy bằng $2a$ thì thể tích của nó bằng:

A. $\frac{a^3}{\pi}$. B. πa^3. C. $\frac{a^3}{2\pi}$. D. $2\pi a^3$.

Câu 42. Một tấm nhôm hình chữ nhật có hai kích thước là a và $2a$ (a là độ dài có sẵn). Người ta cuốn tấm nhôm đó thành một hình trụ. Nếu hình trụ được tạo thành có chiều dài đường sinh bằng $2a$ thì bán kính đáy bằng:

A. $\frac{a}{\pi}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a}{2\pi}$. D. $2\pi a$.

Câu 43. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50\text{cm} \times 240\text{cm}$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa sau đây):



- **Cách 1:** Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- **Cách 2.** Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm tôn bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là thể tích của thùng gò được theo cách 2. Khi đó tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 44. Một hộp sữa hình trụ có thể tích V (không đổi) được làm từ một tấm tôn có diện tích đủ lớn. Nếu hộp sữa chỉ kín một đáy thì để tốn ít vật liệu nhất, hệ thức giữa bán kính đáy R và đường cao h bằng:

A. $h = R$. B. $h = \sqrt{2}R$. C. $h = \sqrt{3}R$. D. $h = 2R$.

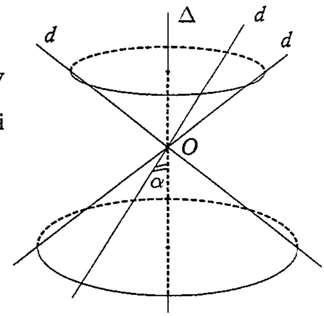
Câu 45. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), chiều cao $2R$ và bán kính đáy R. Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tọa với OO' một góc $30°$. Hỏi (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2R}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{4R}{3\sqrt{3}}$. C. $\frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{2R}{3}$.

O Bài 03

MẶT NÓN - HÌNH NÓN - KHỐI NÓN

I. ĐỊNH NGHĨA MẶT NÓN

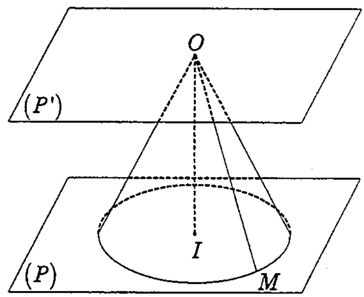


Cho đường thẳng Δ. Xét một đường thẳng d cắt Δ tại O tạo thành một góc α với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng d như thế khi quay quanh Δ gọi là mặt nón tròn xoay (hay đơn giản hơn là mặt nón).

- Δ gọi là trục của mặt nón.
- d gọi là đường sinh của mặt nón.
- O gọi là đỉnh của mặt nón.
- Góc 2α gọi là góc ở đỉnh của mặt nón.

II. HÌNH NÓN VÀ KHỐI NÓN

1. Hình nón



Cho mặt nón N với trục Δ, đỉnh O, góc ở đỉnh 2α. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với Δ tại điểm I khác O. Mặt phẳng (P) cắt mặt nón theo một đường tròn (C) có tâm I. Lại gọi (P') là mặt phẳng vuông góc với Δ tại O.

- Phần của mặt nón N giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (P') cùng với hình tròn xác định bởi (C) được gọi là hình nón.
- O gọi là đỉnh của hình nón.
- Đường tròn (C) gọi là đường tròn đáy của hình nón.
- Với mỗi điểm M nằm trên đường tròn (C), đoạn thẳng OM gọi là đường sinh của hình nón.
- Đoạn thẳng OI gọi là trục của hình nón, độ dài OI gọi là chiều cao của hình nón (đó chính là khoảng cách từ đỉnh O đến mặt đáy.)

2. Khối nón

Một hình nón chia không gian thành hai phần: phần bên trong và phần bên ngoài của nó. Hình nón cùng với phần bên trong của nó gọi là khối nón.

III. KHÁI NIỆM VỀ DIỆN TÍCH HÌNH NÓN VÀ THỂ TÍCH KHỐI NÓN

Một hình chóp gọi là nội tiếp một hình nón nếu:

- Đáy của hình chóp là đa giác nội tiếp đáy của hình nón.
- Đỉnh của hình chóp là đỉnh của hình nón.

1. Định nghĩa

Diện tích xung quanh của hình nón là giới hạn của diện tích xung quanh của một hình chóp đều nội tiếp hình nón đó khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn.

Thể tích của khối nón là giới hạn của thể tích của khối chóp đều nội tiếp khối nón đó khi số cạnh tăng lên vô hạn.

2. Định lí 1

Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy R và đường sinh ℓ là

$$S_{xq} = \pi R\ell.$$

3. Định lí 2

Thể tích của khối nón có bán kính đáy R và chiều cao h là

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h.$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 46. Hình nón có đường sinh $\ell = 2a$ và hợp với đáy góc $\alpha = 60^0$. Diện tích toàn phần của hình nón bằng:

A. $4\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** πa^2.

Câu 47. Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy $R = a\sqrt{2}$, góc ở đỉnh bằng 60^0. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $4\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** πa^2.

Câu 48. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Độ dài đường sinh ℓ của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB bằng:

A. $\ell = a$. **B.** $\ell = a\sqrt{2}$. **C.** $\ell = a\sqrt{3}$. **D.** $\ell = 2a$.

Câu 49. Thiết diện qua trục hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Diện tích toàn phần và thể tích hình nón có giá trị lần lượt là:

A. $\frac{(1+\sqrt{2})\pi a^2}{2}$ và $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$ và $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{4}$.

C. $\frac{(1+\sqrt{2})\pi a^2}{2}$ và $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$ và $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{12}$.

Câu 50. Cạnh bên của một hình nón bằng $2a$. Thiết diện qua trục của nó là một tam giác cân có góc ở đỉnh bằng $120°$. Diện tích toàn phần của hình nón là:

A. $\pi^2(3+\sqrt{3})$. **B.** $2\pi a^2(3+\sqrt{3})$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $\pi a^2(3+2\sqrt{3})$.

Câu 51. Cho mặt cầu tâm O, bán kính $R = a$. Một hình nón có đỉnh là S ở trên mặt cầu và đáy là đường tròn tương giao của mặt cầu đó với mặt phẳng vuông góc với đường thẳng SO tại H sao cho $SH = \frac{3a}{2}$. Độ dài đường sinh ℓ của hình nón bằng:

A. $\ell = a$. **B.** $\ell = a\sqrt{2}$. **C.** $\ell = a\sqrt{3}$. **D.** $\ell = 2a$.

Câu 52. Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O, bán kính R. Dựng hai đường sinh SA và SB, biết AB chắn trên đường tròn đáy một cung có số đo bằng 60^0, khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{R}{2}$.

Đường cao h của hình nón bằng:

A. $h = \frac{R\sqrt{6}}{4}$. B. $h = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. C. $h = a\sqrt{3}$. D. $h = a\sqrt{2}$.

Câu 53. Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O. Dựng hai đường sinh SA và SB, biết tam giác SAB vuông và có diện tích bằng $4a^2$. Góc tạo bởi giữa trục SO và mặt phẳng (SAB) bằng 30^0. Đường cao h của hình nón bằng:

A. $h = \frac{a\sqrt{6}}{4}$. B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $h = a\sqrt{3}$. D. $h = a\sqrt{2}$.

Câu 54. Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO. Gọi A, B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\widehat{SAO} = 30^0$, $\widehat{SAB} = 60^0$. Độ dài đường sinh ℓ của hình nón bằng:

A. $\ell = a$. B. $\ell = a\sqrt{2}$. C. $\ell = a\sqrt{3}$. D. $\ell = 2a$.

Câu 55. Một hình nón có bán kính đáy R, góc ở đỉnh là $60°$. Một thiết diện qua đỉnh nón chắn trên đáy một cung có số đo $90°$. Diện tích của thiết diện là:

A. $\frac{R^2\sqrt{7}}{2}$. B. $\frac{R^2\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{3R^2}{2}$. D. $\frac{R^2\sqrt{6}}{2}$.

Câu 56. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách từ tâm O của đường tròn ngoại tiếp của đáy ABC đến một mặt bên là $\frac{a}{2}$. Thể tích của khối nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. B. $\frac{4\pi a^3}{9}$. C. $\frac{4\pi a^3}{27}$. D. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 57. Cho hình nón có đỉnh S, đường cao $SO = h$, đường sinh SA. Nội tiếp hình nón là một hình chóp đỉnh S, đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a. Nửa góc ở đỉnh của hình nón có tan bằng:

A. $\frac{h\sqrt{2}}{2a}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2h}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{h}$. D. $\frac{h\sqrt{2}}{a}$.

Câu 58. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), chiều cao $R\sqrt{3}$ và bán kính đáy R. Một hình nón có đỉnh là O' và đáy là hình tròn $(O;R)$. Tỷ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng:

A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. 3.

Câu 59. Một hình nón có đường cao bằng $9cm$ nội tiếp trong một hình cầu bán kính bằng $5cm$. Tỉ số giữa thể tích khối nón và khối cầu là:

A. $\frac{27}{500}$. B. $\frac{81}{500}$. C. $\frac{27}{125}$. D. $\frac{81}{125}$.

Câu 60. Cho hình nón có bán kính đáy là $5a$, độ dài đường sinh là $13a$. Thể tích khối cầu nội tiếp hình nón bằng:

A. $\frac{4000\pi a^3}{81}$. B. $\frac{4000\pi a^3}{27}$. C. $\frac{40\pi a^3}{9}$. D. $\frac{400\pi a^3}{27}$.

CHỦ ĐỀ 8. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

TỔNG HỢP KIẾN THỨC

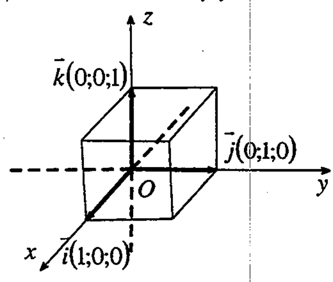
O Bài 01

HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

1. Tọa độ của vectơ

a) Định nghĩa: $\vec{u} = (x;\, y;\, z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị, tương ứng trên các trục Ox, Oy, Oz.

b) Tính chất: Cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ và k là số thực tùy ý, ta có:



- $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$.
- $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$.
- $k.\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$.
- $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$.
- $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b}$ $\left(\vec{b} \neq \vec{0}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a_2}{b_2} = \dfrac{a_3}{b_3}$ với $b_1, b_2, b_3 \neq 0$.
- $\vec{a}.\vec{b} = a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3$.
- $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3 = 0$.
- $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$, suy ra $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{\vec{a}^2} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.
- $\cos\left(\vec{a};\vec{b}\right) = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|} = \dfrac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}.\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$ với $\vec{a} \neq \vec{0}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$.

2. Tọa độ của điểm

a) Định nghĩa: $M(x;\, y;\, z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (x;y;z)$ (x : hoành độ, y tung độ, z cao độ).

Chú ý: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(x;y;z)$ ta có các khẳng định sau:

- $M \equiv O \Leftrightarrow M(0;0;0)$.
- $M \in (Oxy) \Leftrightarrow z = 0$, tức là $M(x;y;0)$.
- $M \in (Oyz) \Leftrightarrow x = 0$, tức là $M(0;y;z)$.
- $M \in (Oxz) \Leftrightarrow y = 0$, tức là $M(x;0;z)$.

- $M \in Ox \Leftrightarrow y = z = 0$, tức là $M(x;0;0)$.
- $M \in Oy \Leftrightarrow x = z = 0$, tức là $M(0;y;0)$.
- $M \in Oz \Leftrightarrow x = y = 0$, tức là $M(0;0;z)$.

b) Tính chất: Cho bốn điểm không đồng phẳng

$A(x_A;y_A;z_A)$, $B(x_B;y_B;z_B)$, $C(x_C;y_C;z_C)$ và $D(x_D;y_D;z_D)$.

- $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.
- $AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$.
- Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $I\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$.
- Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right).$$

- Tọa độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$ là

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4}; \frac{y_A + y_B + y_C + y_d}{4}; \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4}\right).$$

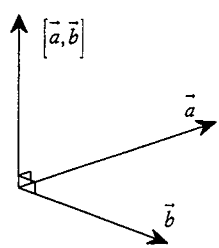
3. Tích có hướng của hai vectơ

a) Định nghĩa: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b} = (b_1;b_2;b_3)$. Tích có hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một vectơ, kí hiệu là $\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ và được xác định như sau:

$$\left[\vec{a},\vec{b}\right] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\right) = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1).$$

b) Tính chất

- $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b} \Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right] = \vec{0}$.
- $\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.
- $\left[\vec{b},\vec{a}\right] = -\left[\vec{a},\vec{b}\right]$.
- $\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right| = \left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\sin\left(\vec{a};\vec{b}\right)$.



c) Ứng dụng

- Xét sự đồng phẳng của ba vectơ:

  +) Ba véctơ $\vec{a}$; $\vec{b}$; $\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c} = 0$.

  +) Bốn điểm A, B, C, D tạo thành tứ diện $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} \neq 0$.

- Diện tích hình bình hành: $S_{\square ABCD} = \left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|$.

- Tính diện tích tam giác: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right|$.

- Tính thể tích hình hộp: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|$.

- Tính thể tích tứ diện: $V_{ABCD} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|$.

4. Phương trình mặt cầu

- Mặt cầu tâm $I(a;b;c)$, bán kính R có phương trình

$$(S):(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2.$$

- Xét phương trình $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$. (*)

Ta có (*) $\Leftrightarrow \left(x^2+2ax\right)+\left(y^2+2by\right)+\left(z^2+2cz\right)=-d$

$$\Leftrightarrow (x+a)^2+(y+b)^2+(z+c)^2=-d+a^2+b^2+c^2.$$

Để phương trình (*) là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2>d$. Khi đó (S) có

$$\begin{cases}\text{tâm } I(-a;-b;-c)\\ \text{bán kính } R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}\end{cases}.$$

- Đặc biệt: $(S):\ x^2+y^2+z^2=R^2$, suy ra (S) có $\begin{cases}\text{tâm } O(0;0;0)\\ \text{bán kính } R\end{cases}$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. TỌA ĐỘ CỦA VECTƠ

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ

$$\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}-5\vec{k},\ \vec{b}=-3\vec{j}+4\vec{k},\ \vec{c}=-\vec{i}-2\vec{j}.$$

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\vec{a}=(2;3;-5)$, $\vec{b}=(-3;4;0)$, $\vec{c}=(-1;-2;0)$.

B. $\vec{a}=(2;3;-5)$, $\vec{b}=(-3;4;0)$, $\vec{c}=(0;-2;0)$.

C. $\vec{a}=(2;3;-5)$, $\vec{b}=(0;-3;4)$, $\vec{c}=(-1;-2;0)$.

D. $\vec{a}=(2;3;-5)$, $\vec{b}=(1;-3;4)$, $\vec{c}=(-1;-2;1)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(0;1;3)$ và $\vec{b}=(-2;3;1)$.

Nếu $2\vec{x}+3\vec{a}=4\vec{b}$ thì tọa độ của vectơ $\vec{x}$ là:

A. $\vec{x}=\left(-4;\frac{9}{2};-\frac{5}{2}\right)$.

B. $\vec{x}=\left(4;-\frac{9}{2};\frac{5}{2}\right)$.

C. $\vec{x}=\left(4;\dfrac{9}{2};-\dfrac{5}{2}\right)$. D. $\vec{x}=\left(-4;-\dfrac{9}{2};\dfrac{5}{2}\right)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ

$$\vec{a}=(2;-1;3),\ \vec{b}=(1;-3;2) \text{ và } \vec{c}=(3;2;-4).$$

Gọi $\vec{x}$ là vectơ thỏa mãn: $\begin{cases}\vec{x}.\vec{a}=-5\\ \vec{x}.\vec{b}=-11\\ \vec{x}.\vec{c}=20\end{cases}$. Tọa độ của vectơ $\vec{x}$ là:

A. $(2;3;1)$. B. $(2;3;-2)$. C. $(3;2;-2)$. D. $(1;3;2)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ

$$\vec{a}=(-1;1;0),\ \vec{b}=(1;1;0) \text{ và } \vec{c}=(1;1;1).$$

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\left|\vec{a}\right|=\sqrt{2}$. B. $\left|\vec{c}\right|=\sqrt{3}$. C. $\vec{a}\perp\vec{b}$. D. $\vec{c}\perp\vec{b}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ

$$\vec{a}=(-1;1;0),\ \vec{b}=(1;1;0) \text{ và } \vec{c}=(1;1;1).$$

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\vec{a}.\vec{c}=1$. B. $\vec{a},\ \vec{b}$ cùng phương. C. $\cos\left(\vec{b},\vec{c}\right)=\dfrac{2}{\sqrt{6}}$. D. $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{p}=(3,-2,1)$, $\vec{q}=(-1,1,-2)$, $\vec{r}=(2,1,-3)$ và $\vec{c}=(11,-6,5)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

A. $\vec{c}=3\vec{p}-2\vec{q}+\vec{r}$. B. $\vec{c}=2\vec{p}-3\vec{q}+\vec{r}$. C. $\vec{c}=2\vec{p}+3\vec{q}+\vec{r}$. D. $\vec{c}=3\vec{p}-2\vec{q}-2\vec{r}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(2;3;1)$, $\vec{b}=(-1;5;2)$, $\vec{c}=(4;-1;3)$ và $\vec{x}=(-3,22,5)$. Đẳng thức nào **đúng** trong các đẳng thức sau?

A. $\vec{x}=2\vec{a}+3\vec{b}-\vec{c}$. B. $\vec{x}=-2\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}$. C. $\vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}$. D. $\vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}-\vec{c}$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(1;0;-2)$, $\vec{b}=(-2;1;3)$, $\vec{c}=(-4;3;5)$. Tìm hai số thực m, n sao cho $m.\vec{a}+n.\vec{b}=\vec{c}$ ta được:

A. $m=2;\ n=-3$. B. $m=-2;\ n=-3$. C. $m=2;\ n=3$. D. $m=-2;\ n=3$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;m+1;-1)$ và $\vec{b}=(1;-3;2)$. Với những giá trị nguyên nào của m thì $\left|\vec{b}\left(2\vec{a}-\vec{b}\right)\right|=4$?

A. -4. B. 4. C. -2. D. 2.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ

$$\vec{u}=(m;-2;m+1) \text{ và } \vec{v}=(0;m-2;1).$$

Tất cả giá trị của m có thể có để hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương là:

A. $m=-1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, để hai vectơ $\vec{a}=(m;2;3)$ và $\vec{b}=(1;n;2)$ cùng phương, ta phải có:

A. $\begin{cases} m=\frac{1}{2} \\ n=\frac{4}{3} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m=\frac{3}{2} \\ n=\frac{4}{3} \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m=\frac{3}{2} \\ n=\frac{2}{3} \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} m=\frac{2}{3} \\ n=\frac{4}{3} \end{cases}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;-2)$ và $\vec{b}=\left(0;-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$. Tất cả giá trị của m để hai vectơ $\vec{u}=2\vec{a}+3m\vec{b}$ và $\vec{v}=m\vec{a}-\vec{b}$ vuông góc là:

A. $\frac{\pm\sqrt{26}+\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{\pm 26+\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{26\pm\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\pm\frac{\sqrt{2}}{6}$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u}=(1;1;-2)$ và $\vec{v}=(1;0;m)$. Tìm tất cả các giá trị của m để góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ có số đo bằng 45^0:

Một học sinh giải như sau:

Bước 1: $\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right)=\frac{1-2m}{\sqrt{6}.\sqrt{m^2+1}}$.

Bước 2: Góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ có số đo bằng 45^0 nên suy ra

$$\frac{1-2m}{\sqrt{6}.\sqrt{m^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow 1-2m=\sqrt{3}.\sqrt{m^2+1}.\ (*)$$

Bước 3: Phương trình $(*)\Leftrightarrow(1-2m)^2=2\left(m^2+1\right)\Leftrightarrow m^2-4m-2=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l} m=2-\sqrt{6} \\ m=2+\sqrt{6} \end{array}\right.$.

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Đúng **B.** Sai ở bước 1 **C.** Sai ở bước 2 **D.** Sai ở bước 3

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right|=2\sqrt{3}$, $\left|\vec{b}\right|=3$ và $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=30^0$. Độ dài của vectơ $3\vec{a}-2\vec{b}$ bằng:

A. -54. **B.** 54. **C.** 9. **D.** 6.

C **15.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u}=(2;-1;2)$ và vectơ đơn vị $\vec{v}$ hỏa mãn $\left|\vec{u}-\vec{v}\right|=4$. Độ dài của vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ bằng:

. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

C **16.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right|=2$, $\left|\vec{b}\right|=5$ và $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=30^0$. Độ dài của vectơ $\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ bằng:

. 10. **B.** 5. **C.** 8. **D.** $5\sqrt{3}$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right| = 2\sqrt{3}$, $\left|\vec{b}\right| = 3$ và $\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 30^0$. Độ dài của vectơ $\left[5\vec{a},-2\vec{b}\right]$ bằng:

A. $3\sqrt{3}$. **B.** 9. **C.** $30\sqrt{3}$. **D.** 90.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ thỏa mãn $\left|\vec{u}\right| = 2$, $\left|\vec{v}\right| = 1$ và $\left(\vec{u},\vec{v}\right) = 60^0$. Góc giữa hai vectơ $\vec{v}$ và $\vec{u}-\vec{v}$ bằng:

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Vấn đề 2. TỌA ĐỘ CỦA ĐIỂM

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$ và $D(2;2;2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tọa độ trung điểm I của MN là:

A. $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};1\right)$. **B.** $I(1;1;0)$. **C.** $I(1;-1;2)$. **D.** $I(1;1;1)$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(1;1;-2)$, $\vec{b}=(-3;0;-1)$ và điểm $A(0;2;1)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = 2\vec{a}-\vec{b}$ là:

A. $M(-5;1;2)$. **B.** $M(3;-2;1)$. **C.** $M(1;4;-2)$. **D.** $M(5;4;-2)$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;-3;-5)$, trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là:

A. $(1;-3;5)$. **B.** $(1;-3;0)$. **C.** $(1;-3;1)$. **D.** $(1;-3;2)$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3;2;-1)$. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) là:

A. $M'(-3;2;1)$. **B.** $M'(3;2;1)$. **C.** $M'(3;2-1)$. **D.** $M'(3;-2;-1)$.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2016;-1;-2017)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên trục Oz có tọa độ:

A. $(0;0;0)$ **B.** $(2016;0;0)$ **C.** $(0;-1;0)$ **D.** $(0;0-2017)$

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3;2;-1)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua trục Oy là:

A. $A'(-3;2;1)$ **B.** $A'(3;2-1)$ **C.** $A'(3;2;1)$ **D.** $A'(3;-2;-1)$

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Khoảng cách từ A đến trục Oy bằng:

A. 10. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;2)$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

A. Tọa độ hình chiếu của M trên mặt phẳng (xOy) là $M'(3;-1;0)$.

B. Tọa độ hình chiếu của M trên trục Oz là $M'(0;0;2)$.

C. Tọa độ đối xứng của M qua gốc tọa độ O là $M'(-3;1;-2)$.

D. Khoảng cách từ M đến gốc tọa độ O bằng $\sqrt[3]{14}$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-5;4)$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

A. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (yOz) là $M(2;5;-4)$.

B. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua trục Oy là $M(-2;-5;-4)$.

C. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng tọa (xOz) bằng 5.

D. Khoảng cách từ M đến trục Oz bằng $\sqrt{29}$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

A. Tọa độ đối xứng của O qua điểm M là $O'(2;-4;6)$.

B. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua trục Ox là $M'(-1;-2;3)$.

C. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng tọa (yOz) bằng 1.

D. Khoảng cách từ M đến trục Oy bằng $\sqrt{10}$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-3;4;2)$, $B(-5;6;2)$, $C(-4;7;-1)$. Tìm tọa độ điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}$.

A. $D(-10;17;-7)$ B. $D(10;17;-7)$ C. $D(10;-17;7)$ D. $D(-10;-17;7)$

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho sáu điểm $A(1;2;3)$, $B(2;-1;1)$, $C(3;3;-3)$, A', B', C' thỏa mãn $\overrightarrow{A'A}+\overrightarrow{B'B}+\overrightarrow{C'C}=\vec{0}$. Nếu G' là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ thì G' có tọa độ là:

A. $\left(2;\frac{4}{3};-\frac{1}{3}\right)$ B. $\left(2;-\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$ C. $\left(2;\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$ D. $\left(-2;\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $M(2;-3;5)$, $N(4;7;-9)$, $P(3;2;1)$ và $Q(1;-8;12)$. Bộ ba điểm nào sau đây là thẳng hàng?

A. M, N, P B. M, N, Q C. M, P, Q D. N, P, Q

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;3)$, $B(-10;5;3)$ và $M(2m-1;2;n+2)$. Để A, B, M thẳng hàng thì giá trị của m, n là:

A. $m=1; n=\frac{3}{2}$ B. $m=-\frac{3}{2}, n=1$ C. $m=-1, n=-\frac{3}{2}$ D. $m=\frac{2}{3}, n=\frac{3}{2}$

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;5)$ và $(3;-2;4)$. Điểm M trên trục Ox cách đều hai điểm A, B có tọa độ là:

A. $M\left(\frac{3}{2};0;0\right)$. **B.** $M\left(-\frac{3}{2};0;0\right)$. **C.** $M(3;0;0)$. **D.** $M(-3;0;0)$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;1;0)$, $C(3;1;-1)$. Điểm M trên mặt phẳng (Oxz) cách đều ba điểm A, B, C có tọa độ là:

A. $\left(0;\frac{5}{6};\frac{7}{6}\right)$. **B.** $\left(\frac{7}{6};0;-\frac{5}{6}\right)$. **C.** $\left(\frac{5}{6};0;-\frac{7}{6}\right)$. **D.** $\left(\frac{6}{5};0;-\frac{6}{7}\right)$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $(1;0;-2)$, $B(2;1;-1)$, $C(1;-2;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G(4;-1;-1)$ **B.** $G\left(\frac{4}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$ **C.** $G\left(2;\frac{-1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ **D.** $G\left(\frac{4}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0;0;1)$, $B(-1;-2;0)$, $C(2;1;-1)$. Khi đó tọa độ chân đường cao H hạ từ A xuống BC là:

A. $H\left(\frac{5}{19};-\frac{14}{19};-\frac{8}{19}\right)$ **B.** $H\left(\frac{4}{9};1;1\right)$

C. $H\left(1;1;-\frac{8}{9}\right)$ **D.** $H\left(1;\frac{3}{2};1\right)$

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc $\widehat{B}$ của tam giác ABC là:

A. $\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right)$ **B.** $\left(\frac{2}{3};\frac{11}{3};\frac{1}{3}\right)$ **C.** $\left(\frac{11}{3};-2;1\right)$ **D.** $(-2;11;1)$

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;-1;3)$, $B(4;0;1)$, $C(-10;5;3)$. Độ dài đường phân giác trong góc $\widehat{B}$ của tam giác ABC bằng:

A. $2\sqrt{3}$ **B.** $2\sqrt{5}$ **C.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$ **D.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0;-4;0)$, $B(-5;6;0)$, $C(3;2;0)$. Tọa độ chân đường phân giác ngoài góc $\widehat{A}$ của tam giác ABC là:

A. $(15;-14;0)$ **B.** $(15;4;0)$ **C.** $(-15;4;0)$ **D.** $(-15;-14;0)$

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$, $P(1;m-1;2)$. Với những giá trị nào của m thì tam giác MNP vuông tại N?

A. $m=3$ **B.** $m=2$ **C.** $m=1$ **D.** $m=0$

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có đỉnh $C(-2;2;2)$ và trọng tâm $G(-1;1;2)$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B của tam giác ABC, biết A thuộc mặt phẳng (Oxy) và điểm B thuộc trục tung.

A. $A(-1;-1;0)$, $B(0;0;4)$

B. $A(-1;1;0)$, $B(0;0;4)$

C. $A(-1;0;1)$, $B(0;0;4)$

D. $A(-4;4;0)$, $B(0;0;1)$

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-4;-1;2)$, $B(3;5;-10)$. Trung điểm cạnh AC thuộc trục tung, trung điểm cạnh BC thuộc mặt phẳng (Oxz). Tọa độ đỉnh C là:

A. $C(4;-5;-2)$. **B.** $C(4;5;2)$. **C.** $C(4;-5;2)$. **D.** $C(4;5;-2)$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;-1;6)$, $B(-3;-1;-4)$, $C(5;-1;0)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

tam giác ABC là

A. Tam giác cân.

B. Tam giác đều.

C. Tam giác vuông.

D. Cả A và C.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;0;-1)$ và $C(0;-1;2)$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

B. Ba điểm A, B, C tạo thành tam giác cân.

C. Ba điểm A, B, C tạo thành tam giác có một góc bằng 60^0.

D. Ba điểm A, B, C tạo thành tam giác vuông.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;1)$, $B(0;2;0)$ và $C(1;0;2)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

B. Ba điểm A, B, C tạo thành tam giác cân ở A.

C. Ba điểm A, B, C tạo thành tam giác cân ở B.

D. Ba điểm A, B, C tạo thành tam giác vuông.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm A, B, C có tọa độ thỏa mãn $\overrightarrow{OA}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$, $\overrightarrow{OB}=5\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$, $\overrightarrow{BC}=2\vec{i}+8\vec{j}+3\vec{k}$. Tọa độ điểm D để tức giác $ABCD$ là hình bình hành là:

A. $D(3;1;5)$ **B.** $D(1;2;3)$ **C.** $D(-2;8;6)$ **D.** $D(3;9;4)$

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-3;0)$, $P(0;0;4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình thành thì tọa độ của điểm Q là:

A. $(-2;-3;4)$ **B.** $(3;4;2)$ **C.** $(2;3;4)$ **D.** $(-2;-3;-4)$

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;3;-2)$, $C(6;0;1)$. Trong các điểm sau đây, điểm nào là đỉnh thứ tư của hình bình hành có ba đỉnh là A,B,C.

$$M(4;3;-2)\ ;\ N(-2;-1;0)\ ;\ P(2;1;-1)$$

A. Chỉ có điểm M

B. Chỉ có điểm N

C. Chỉ có điểm P

D. Cả hai điểm M và N

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $OABD$, có $\overrightarrow{OA}=(-1;1;0)$ và $\overrightarrow{OB}=(1;1;0)$ với O là gốc tọa độ. Khi đó tọa độ của D là:

A. $(0;1;0)$. **B.** $(2;0;0)$. **C.** $(1;0;1)$. **D.** $(1;1;0)$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;-2)$, $B(2;1;-1)$, $C(1;-2;2)$ và $D(4;5;-7)$. Trọng tâm G của tứ diện $ABCD$ có tọa độ là:

A. $(-2;1;2)$ **B.** $(8;2;-8)$ **C.** $(8;-1;2)$ **D.** $(2;1;-2)$

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là:

A. $(10;8;6)$ **B.** $(6;12;0)$ **C.** $(13;0;17)$ **D.** $(8;4;10)$

Vấn đề 3. TÍCH CÓ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Kết luận nào sau đây sai?

A. $\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ **B.** $\left[\vec{a},3\vec{b}\right]=3\left[\vec{a};\vec{b}\right]$

C. $\left[2\vec{a},\vec{b}\right]=2\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ **D.** $\left[2\vec{a},2\vec{b}\right]=2\left[\vec{a},\vec{b}\right]$

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ khác $\vec{0}$. Phát biểu nào sau đây là sai?

A. $\left[\vec{u},\vec{v}\right]$ có độ dài là $|\vec{u}||\vec{v}|\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right)$ **B.** $\left[\vec{u},\vec{v}\right]=\vec{0}$ khi hai vecto $\vec{u}$, $\vec{v}$ cùng phương

C. $\left[\vec{u},\vec{v}\right]$ vuông góc với hai vecto $\vec{u}$, $\vec{v}$ **D.** $\left[\vec{u},\vec{v}\right]$ là một vectơ

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ khác $\vec{0}$. Điều kiện cần và đủ để ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng là:

A. $\vec{a}.\vec{b}.\vec{c}=\vec{0}$ **B.** $\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=\vec{0}$

C. Ba vectơ đôi một vuông góc với nhau **D.** Ba vectơ có độ lớn bằng nhau

Câu 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, trong các bộ ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ sau đây, bộ nào thỏa mãn tính chất $\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=0$ (hay còn gọi là ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng).

A. $\vec{a}=(1;-1;1)$, $\vec{b}=(0;1;2)$, $\vec{c}=(4;2;3)$. **B.** $\vec{a}=(4;3;4)$, $\vec{b}=(2;-1;2)$, $\vec{c}=(1;2;1)$.

C. $\vec{a}=(2;1;0)$, $\vec{b}=(1;-1;2)$, $\vec{c}=(2;2;-1)$. **D.** $\vec{a}=(1;-7;9)$, $\vec{b}=(3;-6;1)$, $\vec{c}=(2;1;-7)$.

Câu 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn vectơ $\vec{a}=(2,3,1)$, $\vec{b}=(5,7,0)$, $\vec{c}=(3,-2,4)$ và $\vec{d}=(4,12,-3)$.

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\vec{d}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$

B. $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ là ba vectơ không đồng phẳng.

C. $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{d}+\vec{c}\right|$

D. $2\vec{a}+3\vec{b}=\vec{d}-2\vec{c}$

Câu 57. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Gọi $\vec{c}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$. Mệnh đề sau đây là **đúng**?

A. $\vec{c}$ cùng phương với $\vec{a}$.

B. $\vec{c}$ cùng phương với $\vec{b}$.

C. $\vec{c}$ vuông góc với hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

D. Cả A và B đều đúng.

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(1;2;-1)$, $\vec{b}=(3;-1;0)$ và $\vec{c}=(1;-5;2)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$.

B. $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng.

C. $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng.

D. $\vec{a}$ vuông góc $\vec{b}$.

Câu 59. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(3;-1;-2)$, $\vec{b}=(1;2;m)$ và $\vec{c}=(5;1;7)$. Giá trị của m để $\vec{c}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ là:

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2.

Câu 60. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{u}=(2;-1;1)$, $\vec{v}=(m;3;-1)$ và $\vec{w}=(1;2;1)$. Để ba vectơ đã cho đồng phẳng khi m nhận giá trị nào sau đây?

A. -8 B. 4 C. $-\dfrac{7}{3}$ D. $-\dfrac{8}{3}$

Câu 61. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(1;m;2)$, $\vec{b}=(m+1;2;1)$ và $\vec{c}=(0;m-2;2)$. Để ba vectơ đã cho đồng phẳng khi m nhận giá trị nào sau đây?

A. $m=\dfrac{2}{5}$ B. $m=\dfrac{5}{2}$ C. $m=-2$. D. $m=0$.

Câu 62. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(-2,0,3)$, $\vec{b}=(0,4,-1)$ và $\vec{c}=\left(m-2,m^2,5\right)$. Để ba vectơ đã cho đồng phẳng khi m nhận giá trị nào sau đây?

A. $m=-2$ hoặc $m=-4$

B. $m=2$ hoặc $m=4$

C. $m=1$ hoặc $m=6$

D. $m=2$ hoặc $m=5$

Câu 63. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(1;0;-1)$, $C(0;-1;2)$ và $D(0;m;p)$. Hệ thức giữa m và p để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng là:

A. $2m+p=0$ B. $m+p=1$ C. $m+2p=3$ D. $2m-3p=0$

Câu 64. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;4)$, $B(2;1;0)$, $C(1;4;0)$ và $D(a;b;0)$. Điều kiện cần và đủ của a, b để hai đường thẳng AD và BC cùng thuộc một mặt phẳng là:

A. $3a+b=7$. B. $3a-5b=0$. C. $4a+3b=2$. D. $a-2b=1$.

Câu 65. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(5;0;3)$ và $C(7,2,2)$. Tọa độ giao điểm M của trục Ox với mặt phẳng đi qua điểm A, B, C là:

A. $M(-1;0;0)$. **B.** $M(1;0;0)$. **C.** $M(2;0;0)$. **D.** $M(-2;0;0)$.

Câu 66. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm

$$A(0;2;-1),\ B(-3;1;-1),\ C(4;3;0) \text{ và } D(1;2;m).$$

Tìm m để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng. Một học sinh giải như sau:

Bước 1: $\overrightarrow{AB}=(-3;-1;1)$, $\overrightarrow{AC}=(4;1;2)$, $\overrightarrow{AD}=(1;0;m+2)$.

Bước 2: $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(\begin{vmatrix}-1 & 1\\ 1 & 2\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1 & -3\\ 2 & 4\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-3 & -1\\ 4 & 1\end{vmatrix}\right)=(-3;10;1)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=3+m+2=m+5$.

Bước 3: A, B, C, D đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0 \Leftrightarrow m+5=0 \Leftrightarrow m=-5$.

Đáp án: $m=-5$.

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Đúng **B.** Sai ở Bước 1. **C.** Sai ở Bước 2. **D.** Sai ở Bước 3.

Câu 67. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\left[\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right),\overrightarrow{AC}\right]=\vec{0}$ là:

A. Đường thẳng qua C và song song với cạnh AB.

B. Đường thẳng qua trung điểm I của AB và song song với cạnh AC.

C. Đường thẳng qua trung điểm I của AB và vuông góc với cạnh AC.

D. Đường thẳng qua B và song song với cạnh AC.

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$, $C(2;1;1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{11}}{2}$

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$, $C(2;1;1)$. Độ dài đường cao kẻ từ A của tam giác ABC bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{30}}{5}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$ **C.** $2\sqrt{5}$ **D.** $3\sqrt{6}$

Câu 70. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $C(4;0;0)$ và $B(2;0;0)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục tung sao cho diện tích tam giác MBC bằng 3.

A. $M(0;3;0)$, $M(0;-2;0)$. **B.** $M(0;3;0)$, $M(0;-3;0)$.

C. $M(0;4;0)$, $M(0;-3;0)$. **D.** $M(0;3;0)$, $M(0;-1;0)$.

Câu 71: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm

$$A(1;2;-1),\ B(2;1;1),\ C(0;1;2).$$

Gọi $H(a;b;c)$ là trực tâm của tam giác ABC. Giá trị của $a+b+c$ bằng:

A. 4 B. 5 C. 7 D. 6

Câu 72. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$, $C(1;1;3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là:

A. $2\sqrt{87}$ B. $\sqrt{349}$ C. $\sqrt{87}$ D. $\frac{\sqrt{349}}{2}$

Câu 73. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$ và giao điểm của hai đường chéo là $I\left(\frac{3}{2};0;\frac{3}{2}\right)$. Diện tích của hình bình hành $ABCD$ bằng:

A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$, $D(-2;1;-1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng:

A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 75. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(2;1;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;-1;3)$, điểm D thuộc Oy và thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ của đỉnh D là:

A. $D(0;-7;0)$

B. $D(0;8;0)$

C. $D(0;-7;0)$ hoặc $D(0;8;0)$.

D. $D(0;7;0)$ hoặc $D(0;-8;0)$.

Câu 76. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(-1;-2;4)$, $B(-4;-2;0)$, $C(3;-2;1)$ và $D(1;1;1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ kẻ từ đỉnh D bằng:

A. 3 B. 1 C. 2 D. $\frac{1}{2}$

Câu 77. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-2;2;0)$, $B(2;4;0)$, $C(4;0;0)$ và $D(0;-2;0)$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng?**

A. Bốn điểm A, B, C, D tạo thành tứ diện.

B. Bốn điểm A, B, C, D tạo thành hình vuông.

C. Bốn điểm A, B, C, D tạo thành hình chóp đều.

D. Diện tích ΔABC bằng diện tích ΔDBC.

Câu 78. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$ và $D(1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. Bốn điểm A, B, C, D tạo thành một tứ diện.

B. Ba điểm A, B, D tạo thành tam giác đều.

C. $AB \perp CD$.

D. Ba điểm B, C, D tạo thành tam giác vuông.

Câu 79. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hãy xác định ba vectơ nào sau đây đồng phẳng?

A. $\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{CC'}$ **B.** $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$

C. $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{CC'}$ **D.** $\overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DD'}$

Câu 80. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;1;-6)$, $B(0;0;-2)$, $C(-5;1;2)$ và $D'(2;1;-1)$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng:

A. 36 **B.** 38 **C.** 40 **D.** 42

Vấn đề 4. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

Câu 81. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tính tọa độ tâm I và bán kính R của (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R = 3$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R = 3$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R = 9$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R = 9$.

Câu 82. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$. Tính tọa độ tâm I và bán kính R của (S).

A. Tâm $I(-1;2;-3)$ và bán kính $R = 4$. **B.** Tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R = 4$.

C. Tâm $I(-1;2;3)$ và bán kính $R = 4$. **D.** Tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R = 16$.

Câu 83. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu nào sau đây có tâm nằm trên trục Oz?

A. (S_1): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2 = 0$. **B.** (S_2): $x^2 + y^2 + z^2 + 6z - 2 = 0$.

C. (S_3): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 6z = 0$. **D.** (S_4): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$.

Câu 84. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu nào sau đây có tâm nằm trên mặt phẳng tọa độ (Oxy)?

A. (S_1): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2 = 0$ **B.** (S_2): $x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 6z - 2 = 0$

C. (S_3): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6z - 2 = 0$ **D.** (S_4): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$

Câu 85. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(6,3,-4)$ tiếp xúc với Ox có bán kính R bằng:

A. $R = 6$ **B.** $R = 5$ **C.** $R = 4$ **D.** $R = 3$

Câu 86. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,

cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+5=0$.

Trong các số dưới đây, số nào là diện tích của mặt cầu (S) ?

A. 12π B. 9π C. 36π D. 36

Câu 87: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của mặt cầu:

A. $x^2+y^2+z^2-10xy-8y+2z-1=0$ B. $3x^2+3y^2+3z^2-2x-6y+4z-1=0$

C. $2x^2+2y^2+2z^2-2x-6y+4z+9=0$ D. $x^2+(y-z)^2-2x-4(y-z)-9=0$

Câu 88. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, giả sử tồn tại mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-4x+8y-2az+6a=0$. Nếu (S) có đường kính bằng 12 thì a nhận những giá trị nào?

A. $\left[\begin{array}{l}a=-2\\a=8\end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l}a=2\\a=-8\end{array}\right.$ C. $\left[\begin{array}{l}a=-2\\a=4\end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l}a=2\\a=-4\end{array}\right.$

Câu 89. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, giả sử tồn tại mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2az+10a=0$. Với những giá trị nào của a thì (S) có chu vi đường tròn lớn bằng 8π ?

A. $\{1;-11\}$ B. $\{1;10\}$ C. $\{-1;11\}$ D. $\{-10;2\}$

Câu 90. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-(2m-2)x+3my+(6m-2)z-7=0$. Gọi R là bán kính của (S), giá trị nhỏ nhất của R bằng:

A. 7 B. $\dfrac{\sqrt{377}}{7}$ C. $\sqrt{377}$ D. $\dfrac{\sqrt{377}}{4}$

Câu 91. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,

cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$.

Mặt phẳng (Oxy) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Đường tròn giao tuyến này có bán kính r bằng:

A. $r=\sqrt{5}$ B. $r=2$ C. $r=\sqrt{6}$ D. $r=4$

Câu 92. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;0)$, bán kính $R=5$. Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=25$. B. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=5$.

C. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=25$. D. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=5$.

Câu 93. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-2;2;-3)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $x^2+(y-3)^2+(z-1)^2=9$ B. $x^2+(y+3)^2+(z-1)^2=9$

C. $x^2+(y-3)^2+(z+1)^2=3$ D. $x^2+(y-3)^2+(z+1)^2=9$

Câu 94. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;2)$ và có thể tích $V = 972\pi$. Khi đó phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=81$ **B.** $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=9$

C. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=9$ **D.** $(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=81$

Câu 95. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$, tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz). Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=4$ **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=1$

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$ **D.** $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=2$

Câu 96. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua $A(0,2,0)$, $B(2;3;1)$, $C(0,3;1)$ và có tâm ở trên mặt phẳng (Oxz). Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $x^2+(y-6)^2+(z-4)^2=9$ **B.** $x^2+(y-3)^2+z^2=16$

C. $x^2+(y-7)^2+(z-5)^2=26$ **D.** $(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=14$

Câu 97. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có bán kính bằng 2, tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) và có tâm nằm trên tia Ox. Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(S):(x+2)^2+y^2+z^2=4$. **B.** $(S):x^2+(y-2)^2+z^2=4$.

C. $(S):(x-2)^2+y^2+z^2=4$. **D.** $(S):x^2+y^2+(z-2)^2=4$.

Câu 98. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2,0,0)$, $B(0,4,0)$, $C(0,0,4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ (O là gốc tọa độ).

A. $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z=0$ **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9$

C. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=20$ **D.** $x^2+y^2+z^2+2x-4y+4z=9$

Câu 99. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1,0,0)$, $B(0,2,0)$, $C(0,0,3)$. Tập hợp các điểm $M(x,y,z)$ thỏa mãn: $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính là:

A. $R=2$ **B.** $R=\sqrt{2}$ **C.** $R=3$ **D.** $R=\sqrt{3}$

Câu 100. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu có phương trình nào sau đây đi qua gốc tọa độ?

A. $(S_1):x^2+y^2+z^2+2x-4y-2=0$ **B.** $(S_2):x^2+y^2+z^2-4y+6z-2=0$

C. $(S_3):x^2+y^2+z^2+2x+6z=0$ **D.** $(S_4):x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-2=0$

Câu 101. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$$(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9.$$

Điểm nào sau đây nằm ngoài mặt cầu (S)?

A. $M(-1;2;5)$. **B.** $N(0;3;2)$. **C.** $P(-1;6;-1)$. **D.** $Q(2;4;5)$.

Câu 102. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x-4y-2z=0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt cầu (S)?

A. $M(0;1;-1)$. B. $N(0;3;2)$. C. $P(-1;6;-1)$. D. $Q(1;2;0)$.

Câu 103. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=25$. Điểm nào sau đây nằm bên trong mặt cầu (S).

A. $M(3;-2;-4)$. B. $N(0;-2;-2)$. C. $P(3;5;2)$. D. $Q(1;3;0)$.

Câu 104. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$. Trong ba điểm $O(0;0;0)$, $A(2;2;3)$, $B(2;-1;-1)$, có bao nhiêu điểm nằm trong mặt cầu (S)?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 105. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;a;1)$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2y+4z-9=0$. Tập các giá trị của a để điểm A nằm trong khối cầu là?

A. $(-1;3)$ B. $[-1;3]$ C. $(-3;1)$ D. $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$

Câu 106. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-4)^2+(z-1)^2=36$. Vị trí tương đối của mặt cầu (S) với mặt phẳng (Oxy) là:

A. (Oxy) cắt (S). B. (Oxy) không cắt (S).

C. (Oxy) tiếp xúc (S). D. (Oxy) đi qua tâm (S).

Câu 107. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$$(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=4.$$

Mặt phẳng nào sau đây cắt mặt cầu (S)?

A. (Oxy). B. (Oyz). C. (Oxz). D. Cả A, B, C.

Câu 108. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu nào sau đây tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) ?

A. $(S_1):(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=2$ B. $(S_2):(x-1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=2$

C. $(S_3):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$ D. $(S_4):x^2+y^2+(z+4)^2=16$

Câu 109. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+y^2+(z-2)^2=m^2+4$. Tập các giá trị của m để mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) là:

A. $m=\sqrt{5}$. B. $m=\pm\sqrt{5}$. C. $m=0$. D. $m=\pm2$.

Câu 110. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2+\left(y+\sqrt{5}\right)^2+z^2=m^2+2m+6$. Tập các giá trị của m để mặt cầu (S) cắt trục Oz tại hai điểm phân biệt là:

A. $m=1$. B. $m=-3$. C. $-3<m<1$. D. $m<-3$ hoặc $m>1$.

Câu 111. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=9$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. (S) tiếp xúc với trục Ox B. (S) không cắt trục Oy

C. (S) tiếp xúc với trục Oy D. (S) tiếp xúc với trục Oz

Câu 112. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu nào sau đây tiếp xúc với hai trục tọa độ Oy và Oz ?

A. $(S_1):(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=2$ B. $(S_2):(x-1)^2+y^2+z^2=1$

C. $(S_3):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$ D. $(S_4):(x-1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=2$

Câu 113. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S):(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=14$ và điểm $A(1;-1;-6)$.

Tìm trên trục Oz điểm B sao cho đường thẳng AB tiếp xúc với (S).

A. $B\left(0;0;-\dfrac{19}{3}\right)$. B. $B\left(0;0;\dfrac{19}{3}\right)$. C. $B\left(0;0;-\dfrac{3}{19}\right)$. D. $B\left(0;0;\dfrac{3}{19}\right)$.

Câu 114. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,

cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x-4y-4z=0$ và điểm $A(4;4;0)$.

Tìm tọa độ điểm B thuộc (S) sao cho tam giác OAB đều (O là gốc tọa độ).

A. $\left[\begin{array}{l}B(0;-4;4)\\B(4;0;4)\end{array}\right.$. B. $\left[\begin{array}{l}B(0;4;-4)\\B(4;0;4)\end{array}\right.$. C. $\left[\begin{array}{l}B(0;-4;-4)\\B(4;0;4)\end{array}\right.$. D. $\left[\begin{array}{l}B(0;4;4)\\B(4;0;4)\end{array}\right.$.

O Bài 02

PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

1. Phương trình mặt phẳng

a) Vectơ pháp tuyến – Cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng

• Vectơ $\vec{n}\neq\vec{0}$ là vectơ pháp tuyến (VTPT) của (α) nếu giá của $\vec{n}$ vuông góc với (α).

• Hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ không cùng phương là cặp vectơ chỉ phương (VTCP) của (α) nếu các giá của chúng song song hoặc nằm trên (α).

Chú ý:

• Nếu $\vec{n}$ là một VTPT của (α) thì $k\vec{n}$ $(k\neq0)$ cũng là VTPT của (α).

• Nếu $\vec{a}$, $\vec{b}$ là một cặp VTCP của (α) thì $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ là một VTPT của (α).

b) Phương trình tổng quát của mặt phẳng

$Ax+By+Cz+D=0$ với $A^2+B^2+C^2>0$.

• Nếu (α) có phương trình $Ax+By+Cz+D=0$ thì $\vec{n}=(A;B;C)$ là một VTPT của (α).

• Phương trình mặt phẳng đi qua $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có một VTPT $\vec{n}=(A;B;C)$ là:

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0.$$

) Các trường hợp đặc biệt

Các hệ số	Phương trình mặt phẳng (α)	Tính chất mặt phẳng (α)
$D=0$	$Ax+By+Cz=0$	(α) đi qua gốc tọa độ O.
$A=0$	$By+Cz+D=0$	$(\alpha)\parallel Ox$ hoặc $(\alpha)\supset Ox$.
$B=0$	$Ax+Cz+D=0$	$(\alpha)\parallel Oy$ hoặc $(\alpha)\supset Oy$.
$C=0$	$Ax+By+D=0$	$(\alpha)\parallel Oz$ hoặc $(\alpha)\supset Oz$.
$A=B=0$	$Cz+D=0$	$(\alpha)\parallel(Oxy)$ hoặc $(\alpha)\equiv(Oxy)$.
$A=C=0$	$By+D=0$	$(\alpha)\parallel(Oxz)$ hoặc $(\alpha)\equiv(Oxz)$.
$B=C=0$	$Ax+D=0$	$(\alpha)\parallel(Oyz)$ hoặc $(\alpha)\equiv(Oyz)$.

Chú ý:

• Nếu trong phương trình (α) không chứa ẩn nào thì (α) song song hoặc chứa trục ương ứng.

• Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn $(\alpha):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. Ở đây (α) cắt các trục oạ độ tại các điểm $(a;0;0)$, $(b;0;0)$, $(c;0;0)$ với $abc\neq 0$.

2. Khoảng cách từ một điểm tới mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(x_A;y_A;z_A)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$.

Khi đó khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (α) được tính theo công thức

$$d[A,(\alpha)]=\frac{|Ax_A+By_A+Cz_A+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}.$$

3. Vị trí tương đối

) Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng

$$(\alpha): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 \text{ và } (\beta): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$$

• $(\alpha)\equiv(\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}=\frac{D_1}{D_2}$.

• $(\alpha)\parallel(\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}\neq\frac{D_1}{D_2}$.

• $(\alpha)\cap(\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2}\neq\frac{B_1}{B_2}$ hoặc $\frac{B_1}{B_2}\neq\frac{C_1}{C_2}$.

• $(\alpha)\perp(\beta) \Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$.

b) Vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng và mặt cầu

$$(\alpha): Ax+By+Cz+D=0 \text{ và } (S):(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2.$$

Để xét vị trí của (α) và (S) ta làm như sau:

•*Bước 1.* Tính khoảng cách từ tâm I của (S) đến (α).

•*Bước 2.*

+ Nếu $d[I,(\alpha)]>R$ thì (α) không cắt (S).

+ Nếu $d[I,(\alpha)]=R$ thì (α) tiếp xúc (S) tại H. Khi đó H được gọi là tiếp điểm, là hình chiếu vuông góc của I lên (α) và (α) được gọi là tiếp diện.

+ Nếu $d[I,(\alpha)]<R$ thì (α) cắt (S) theo đường tròn có phương trình

$$(C):\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2+z-c)^2=R^2\\ Ax+By+Cz+D=0\end{cases}.$$

Bán kính của (C) là $r=\sqrt{R^2-d[I,(\alpha)]}$.

Tâm J của (C) là hình chiếu vuông góc của I trên (α).

4. Góc giữa hai mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng

$$(\alpha): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 \text{ và } (\beta): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0.$$

Góc giữa (α) và (β) bằng hoặc bù với góc giữa hai VTPT $\vec{n}_\alpha$, $\vec{n}_\beta$. Tức là

$$\cos((\alpha),(\beta))=\left|\cos\widehat{\vec{n}_\alpha,\vec{n}_\beta}\right|=\frac{|\vec{n}_\alpha.\vec{n}_\beta|}{|\vec{n}_\alpha|.|\vec{n}_\beta|}=\frac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}.$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

Câu 115. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-z+2=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(-1;0;-1)$. **B.** $\vec{n}=(3;-1;2)$. **C.** $\vec{n}=(3;-1;0)$. **D.** $\vec{n}=(3;0;-1)$.

Câu 116. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Mệnh đề này sau đây **đúng**?

A. $\begin{cases}\vec{a} \parallel (P)\\ \vec{b} \parallel (P)\end{cases} \Rightarrow [\vec{a},\vec{b}]$ là một vectơ pháp tuyến của (P).

B. $\begin{cases}\vec{a} \parallel (P), \vec{b} \parallel (P) \\ \vec{a} = k\vec{b},\ k \neq 0\end{cases} \Rightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right]$ là một vectơ pháp tuyến của (P).

C. $\begin{cases}\vec{a} \parallel (P), \vec{b} \parallel (P) \\ \vec{a} = k\vec{b},\ k \neq 0\end{cases} \Rightarrow k\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ là một vectơ pháp tuyến của (P).

D. $\begin{cases}\vec{a} \parallel (P), \vec{b} \parallel (P) \\ \vec{a} \neq k\vec{b},\ k \neq 0\end{cases} \Rightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right]$ là một vectơ pháp tuyến của (P).

Câu 117. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Nếu $D = 0$ thì (α) song song với mặt phẳng (Oyz)

B. Nếu $D = 0$ thì (α) đi qua gốc tọa độ.

C. Nếu $\begin{cases} BC \neq 0 \\ A = D = 0 \end{cases}$ thì (α) song song với trục Ox.

D. Nếu $\begin{cases} BC \neq 0 \\ A = D = 0 \end{cases}$ thì (α) chứa trục Oy.

Câu 118. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 2x - y + 5z - 15 = 0$ và điểm $E(1;2;-3)$. Mặt phẳng (P) qua E và song song với (Q) có phương trình là:

A. $(P): x + 2y - 3z + 15 = 0$ B. $(P): x + 2y - 3z - 15 = 0$

C. $(P): 2x - y + 5z + 15 = 0$ D. $(P): 2x - y + 5z - 15 = 0$

Câu 119. **(ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $(P): x + y + 2z - 3 = 0$. B. $(P): x + y + 2z - 6 = 0$.

C. $(P): x + 3y + 4z - 7 = 0$. D. $(P): x + 3y + 4z - 26 = 0$.

Câu 120. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) qua điểm $G(1;1;1)$ và vuông góc với đường thẳng OG có phương trình là:

A. $(P): x + y + z - 3 = 0$ B. $(P): x + y + z = 0$

C. $(P): x - y + z = 0$ D. $(P): x + y - z - 3 = 0$

Câu 121. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(-1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC?

A. $x - 2y - 5z + 5 = 0$ B. $x - 2y - 5z = 0$

C. $x - 2y - 5z - 5 = 0$ D. $2x - y + 5z - 5 = 0$

Câu 122. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;1;-2)$ và $B(5;9;3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là:

A. $2x+6y-5z+40=0$ B. $x+8y-5z-41=0$

C. $x-8y-5z-35=0$ D. $x+8y+5z-47=0$

Câu 123. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 4x-3y-7z+3=0$ và điểm $I(1;-1;2)$. Phương trình mặt phẳng (β) đối xứng với (α) qua I là:

A. $(\beta): 4x-3y-7z-3=0$ B. $(\beta): 4x-3y-7z+11=0$

C. $(\beta): 4x-3y-7z-11=0$ D. $(\beta): 4x-3y-7z+5=0$

Câu 124. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-1;2)$, $B(4;-1;-1)$ và $C(2;0;2)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình :

A. $3x-3y+z-14=0$ B. $3x+3y+z-8=0$

C. $3x-2y+z-8=0$ D. $2x+3y-z+8=0$

Câu 125. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) chứa trục Oz và đi qua điểm $P(2;-3;5)$ có phương trình là:

A. $(\alpha): 2x+3y=0$ B. $(\alpha): 2x-3y=0$

C. $(\alpha): 3x+2y=0$ D. $(\alpha): y+2z=0$

Câu 126. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-1;5)$ và $N(0;0;1)$. Mặt phẳng (α) chứa M, N và song song với trục Oy có phương trình là:

A. $(\alpha): 4x-z+1=0$ B. $(\alpha): x-4z+2=0$

C. $(\alpha): 2x+z-3=0$ D. $(\alpha): x+4z-1=0$

Câu 127. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(0;0;-1)$ và song song với giá của hai vectơ $\vec{a}=(1;-2;3), \vec{b}=(3;0;5)$. Phương trình của mặt phẳng (α) là:

A. $(\alpha): -5x+2y+3z+3=0$ B. $(\alpha): 5x-2y-3z-21=0$

C. $(\alpha): 10x-4y-6z+21=0$ D. $(\alpha): 5x-2y-3z+21=0$

Câu 128. Trong không gian với hệ tọa độ mặt phẳng (α) đi qua $A(2;-1;1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P): 2x-z+1=0$ và $(Q): y=0$. Phương trình của mặt phẳng (α) là:

A. $(\alpha): 2x+y-4=0$ B. $(\alpha): x+2z-4=0$

C. $(\alpha): x+2y+z=0$ D. $(\alpha): 2x-y+z=0$

Câu 129. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $P(2;0;-1)$, $Q(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x+2y-z+5=0$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua P, Q và vuông góc với (P), phương trình của mặt phẳng (α) là:

A. $(\alpha): -7x+11y+z-3=0$ B. $(\alpha): 7x-11y+z-1=0$

C. $(\alpha): -7x+11y+z+15=0$ D. $(\alpha): 7x-11y-z+1=0$

âu 130. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $M(8;0;0)$, $N(0;-2;0)$ và $P(0;0;4)$. Phương trình của mặt phẳng (α) là:

A. $(\alpha):\dfrac{x}{8}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{4}=0$ B. $(\alpha):\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$

C. $(\alpha):x-4y+2z=0$ D. $(\alpha):x-4y+2z-8=0$

âu 131. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;-3;2)$. Hình chiếu vuông góc của A lên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz theo thứ tự lần lượt là M, N, P. Phương trình mặt phẳng (MNP) là:

A. $4x-3y+2z-5=0$ B. $3x-4y+6z-12=0$

C. $2x-3y+4z-1=0$ D. $\dfrac{x}{4}-\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{2}+1=0$

âu 132. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) cắt trục Oz tại điểm có cao độ bằng 2 và song song với mặt phẳng (Oxy). Phương trình của mặt phẳng (P) là:

A. $(P):z-2=0$ B. $(P):x-2=0$

C. $(P):y+z-2=0$ D. $(P):x-y-2=0$

âu 133. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;2;3)$. Mặt phẳng (α) đi qua G, cắt Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC. Phương trình của mặt phẳng (α) là:

A. $(\alpha):2x+3y+6z-18=0$ B. $(\alpha):3x+2y+6z-18=0$

C. $(\alpha):6x+3y+2z-18=0$ D. $(\alpha):6x+3y+3z-18=0$

âu 134. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;1)$. Mặt phẳng (α) đi qua H, cắt Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC. Phương trình của mặt phẳng (α) là:

A. $(\alpha):2x+y+z-6=0$ B. $(\alpha):x+2y+z-6=0$

C. $(\alpha):x+y+2z-6=0$ D. $(\alpha):2x+y+z-6=0$

âu 135. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $S(-1;6;2)$, $A(0;0;6)$, $B(0;3;0)$, $C(-2;0;0)$. Gọi H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (SBH):

A. $x+5y-7z-15=0$ B. $5x-y+7z+15=0$

C. $7x+5y+z-15=0$ D. $x-7y+5z+15=0$

Vấn đề 2. KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MẶT PHẲNG

Câu 136. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $d=\frac{5}{9}$. **B.** $d=\frac{5}{29}$. **C.** $d=\frac{5}{\sqrt{29}}$. **D.** $d=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 137. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-1;-1)$ trên mặt phẳng $(\alpha): 16x-12y-15z-4=0$. Tính độ dài đoạn thẳng AH.

A. 55. **B.** $\frac{11}{5}$. **C.** $\frac{11}{25}$. **D.** $\frac{22}{5}$.

Câu 138. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;3)$, $B(-1;3;2)$, $C(-1;2;3)$. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C.

A. $\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 139. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-2y+6z+14=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2(x+y+z)-22=0$. Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) tới mặt phẳng (P) là:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 140. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y-z+3=0$. Bán kính của (S) bằng:

A. 2 **B.** $\frac{2}{3}$ **C.** $\frac{4}{3}$ **D.** $\frac{2}{9}$

Câu 141. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3,-2,-2)$, $B(3,2,0)$, $C(0,2,1)$ và $D(-1,1,2)$. Mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD) có bán kính bằng:

A. 9 **B.** 5 **C.** $\sqrt{14}$ **D.** $\sqrt{13}$

Câu 142. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+y-3z+6=0$ và mặt cầu $(S): (x-4)^2+(y+5)^2+(z+2)^2=25$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Đường tròn giao tuyến này có bán kính r bằng:

A. $r=6$ **B.** $r=5$ **C.** $r=\sqrt{6}$ **D.** $r=\sqrt{5}$

Câu 143. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x+4y-12=0$. Mặt phẳng nào sau đây cắt (S) theo một đường tròn có bán kính $r=3$?

A. $x+y+z+\sqrt{3}=0$ **B.** $2x+2y-z+12=0$

C. $4x-3y-z-4\sqrt{26}=0$ **D.** $3x-4y+5z-17+20\sqrt{2}=0$

Câu 144. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z+2=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=8$. B. $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=10$.

C. $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=8$. D. $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$.

Câu 145. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2y-2z-1=0$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-2z+15=0$. Khoảng cách ngắn nhất giữa điểm M trên (S) và điểm N trên (P) là:

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

Câu 146. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) lần lượt có phương trình $2x-y+z=0$ và $2x-y+z-7=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng:

A. 7. B. $6\sqrt{7}$. C. $7\sqrt{6}$. D. $\frac{7}{\sqrt{6}}$.

Câu 147. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y-z+5=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y-7}{1}=\frac{z-3}{4}$. Gọi (β) là mặt phẳng chứa Δ và song song với mặt phẳng (α). Tính khoảng cách giữa (α) và (β).

A. $\frac{9}{14}$. B. $\frac{9}{\sqrt{14}}$. C. $\frac{3}{14}$. D. $\frac{3}{\sqrt{14}}$.

Vấn đề 3. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

Câu 148. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x-3y+4z+20=0$ và $(Q): 4x-13y-6z+40=0$. Vị trí tương đối của (P) và (Q) là:

A. Song song. B. Trùng nhau.

C. Cắt nhưng không vuông góc. D. Vuông góc.

Câu 149. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-14=0$ và $(Q): -x-2y-2z-16=0$. Vị trí tương đối của (P) và (Q) là:

A. Song song. B. Trùng nhau.

C. Cắt nhưng không vuông góc. D. Vuông góc.

Câu 150. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cặp mặt phẳng nào sau đây song song với nhau?

A. $(P): 2x - y + z - 5 = 0$ và $(Q): -4x + 2y - 2z + 10 = 0$.

B. $(R): x - y + z - 3 = 0$ và $(S): 2x - 2y + 2z + 6 = 0$.

C. $(T): x + y + z = 0$ và $(U): \frac{x}{2} - \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 0$.

D. $(X): 3x - y + 2z - 3 = 0$ và $(Y): 6z - 2y - 6 = 0$.

Câu 151. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(\alpha): x + y + 2z + 1 = 0$, $(\beta): x + y - z + 2 = 0$ và $(\gamma): x - y + 5 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $(\alpha) \perp (\beta)$ B. $(\gamma) \perp (\beta)$ C. $(\alpha) \parallel (\beta)$ D. $(\alpha) \perp (\gamma)$

Câu 152. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x + 4y - 6z - 5 = 0$, $(Q): x + 2y - 3z = 0$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với (P).

B. Mặt phẳng (Q) không đi qua A và song song với (P).

C. Mặt phẳng (Q) đi qua A và không song song với (P).

D. Mặt phẳng (Q) không đi qua A và không song song với (P).

Câu 153. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z + 1 = 0$ và $(Q): (2m-1)x + m(1-2m)y + (2m-4)z + 14 = 0$. Để (P) và (Q) vuông góc với nhau khi m?

A. $m = 1$ hoặc $m = -\frac{3}{2}$ B. $m = -1$ hoặc $m = -\frac{3}{2}$

C. $m = 2$ D. $m = \frac{3}{2}$

Câu 154. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - y + nz - 3 = 0$ và $(\beta): 2x + my + 2z + 6 = 0$. Với giá trị nào sau đây của m, n thì (α) song song với (β)?

A. $m = -2$ và $n = 1$ B. $m = 1$ và $n = -2$

C. $m = -\frac{1}{2}$ và $n = 1$ D. $m = 1$ và $n = -\frac{1}{2}$

Câu 155. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;2;2)$, $B(2;2;-2)$ và vectơ $\vec{v} = (2;-1;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa AB và song song với vectơ $\vec{v}$. Xác định m, n để mặt phẳng $(Q): 4x + my + 5z + 1 - n = 0$ trùng với (P).

A. $m = 23$, $n = 45$. B. $m = -23$, $n = 45$.

C. $m = 45$, $n = 23$. D. $m = 45$, $n = -23$.

Câu 156. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - my + 3z - 6 + m = 0$ và $(\beta): (m+3)x - 2y + (5m+1)z - 10 = 0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó cắt nhau?

A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m \neq 1$. D. $m \neq \frac{1}{2}$.

Câu 157. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 4x-3y+7z-7=0$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng** ?

A. Trục Oz cắt (α) tại $M(0;0;1)$.

B. Trục Oz chứa trong mặt phẳng (α).

C. Trục Oz song song với (α).

D. Trục Oz vuông góc với (α).

Câu 158. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2y+z=0$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau :

A. $(\alpha) \parallel Ox$

B. $(\alpha) \parallel (yOz)$

C. $(\alpha) \parallel Oy$

D. $(\alpha) \supset Ox$

Câu 159. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây cắt các trục tọa độ?

A. $(P): 3x-2y+6z-6=0$.

B. $(Q): x+2=0$

C. $(R): x+2z-2=0$

D. $(S): y-3z+3=0$

Câu 160. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2;6;-3)$ và các mặt phẳng $(\alpha): x-2=0$, $(\beta): y-6=0$, $(\gamma): z+3=0$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. (α) đi qua I

B. $(\gamma) \parallel (Oz)$

C. $(\beta) \parallel (xOz)$

D. $(\alpha) \perp (Oz)$

Câu 161. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu $(S): x^2+(y-4)^2+(z-1)^2=36$. Vị trí tương đối của (P) và (S) là:

A. (P) đi qua tâm của (S).

B. (P) không cắt (S).

C. (P) tiếp xúc với (S).

D. (P) cắt (S).

Câu 162. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z+24=0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$. Vị trí tương đối của (P) và (S) là:

A. (P) đi qua tâm của (S).

B. (P) không cắt (S).

C. (P) tiếp xúc với (S).

D. (P) cắt (S).

Câu 163. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+y+2z+1=0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=14$. Vị trí tương đối của (P) và (S) là:

A. (P) đi qua tâm của (S).

B. (P) không cắt (S).

C. (P) tiếp xúc với (S).

D. (P) cắt (S).

Câu 164. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$$(S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4.$$

Mặt phẳng nào sau đây cắt mặt cầu (S)?

A. $(P_1): x-y+z-2=0$

B. $(P_2): x+y+z+2=0$

C. $(P_3): x+y-z-2=0$

D. $(P_4): x+y+z-2=0$

Câu 165. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,

cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=49$.

Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S)?

A. $(\alpha):6x+2y+3z=0$ **B.** $(\alpha):2x+3y+6z-5=0$

C. $(\alpha):6x+2y+3z-55=0$ **D.** $(\alpha):x+2y+2z-7=0$

Câu 166. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$ và mặt phẳng $(\alpha):2x-y+2z-4=0$.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) và song song với (α).

Phương trình của mặt phẳng (P) là:

A. $(P):2x-y+2z+4=0$ **B.** $(P):2x-y+2z+8=0$

C. $(P):2x-y+2z-4=0$ **D.** $(P):2x-y+2z-8=0$

Câu 167. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(3;4;0)$ thuộc (S).

Phương trình mặt phẳng tiếp diện với (S) tại A là:

A. $2x-2y-z+2=0$ **B.** $2x-2y+z+2=0$

C. $2x+2y+z-14=0$ **D.** $x+y+z-7=0$

Câu 168. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S):(x-1)^2+(y+3)^2+(z+1)^2=3$ và mặt phẳng $(\alpha):3x+(m-4)y-3mz+2m-8=0$.

Với giá trị nào của m thì (α) tiếp xúc với (S)?

A. $m=1$ **B.** $m=0$ **C.** $m=-1$ **D.** $m=2$

Vấn đề 4. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẲNG

Câu 169. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x-y-z-3=0$ và $(Q):x-z-2=0$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. 30^0 **B.** 45^0 **C.** 60^0 **D.** 90^0

Câu 170. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x-y-2z-9=0$ và $(Q):x-y-6=0$. Số đo góc tạo bởi hai mặt phẳng bằng:

A. 30^0 **B.** 45^0 **C.** 60^0 **D.** 90^0

Câu 171. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(0;2;0)$, $B(2;0;0)$, $C(0;0;\sqrt{2})$ và $D(0;-2;0)$. Số đo góc của hai mặt phẳng (ABC) và (ACD) là :

A. 30^0 **B.** 45^0 **C.** 60^0 **D.** 90^0

Câu 172. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;1;0)$, $P(0;0;1)$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và mặt phẳng (Oxy) bằng:

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

Câu 173. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-y-6=0$ và (Q). Biết rằng điểm $H(2;-1;-2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O(0;0;0)$ xuống mặt phẳng (Q). Số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng:

A. 30^0 B. 45^0 C. 60^0 D. 90^0

Câu 174. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;m)$. Để mặt phẳng (ABC) hợp với mặt phẳng (Oxy) một góc 60^0 thì giá trị của m là:

A. $m=\pm\frac{12}{5}$ B. $m=\pm\frac{2}{5}$ C. $m=\pm\sqrt{\frac{12}{5}}$ D. $m=\pm\frac{5}{2}$

Vấn đề 5. TÌM ĐIỂM THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Câu 175. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm trên trục Oy điểm M cách mặt phẳng $(\alpha): x+2y-2z-2=0$ một khoảng bằng 4.

A. $M(0;6;0)$ hoặc $M(0;-6;0)$. B. $M(0;5;0)$ hoặc $M(0;-5;0)$.

C. $M(0;4;0)$ hoặc $M(0;-4;0)$. D. $M(0;3;0)$ hoặc $M(0;-3;0)$.

Câu 176. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+y-z+1=0$ và $(Q): x-y+z-5=0$. Điểm M nằm trên trục Oy cách đều (P) và (Q) là:

A. $M(0;2;0)$. B. $M(0;3;0)$. C. $M(0;-3;0)$. D. $M(0;-2;0)$.

Câu 177. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm trên trục Oz điểm M cách đều điểm $A(2;3;4)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x+3y+z-17=0$.

A. $M(0;0;0)$. B. $M(0;0;1)$. C. $M(0;0;3)$. D. $M(0;0;2)$.

Câu 178. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm E thuộc mặt phẳng (Oxy), có hoành độ bằng 1, tung độ nguyên và cách đều hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y+z-1=0$ và $(\beta): 2x-y-z+2=0$. Tọa độ của E là:

A. $E(1;4;0)$. B. $E(1;-4;0)$. C. $E(1;0;4)$. D. $E(1;0;-4)$.

Câu 179. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=36$, điểm $I(1;2;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{4}=\frac{z}{-1}$.

Tìm tọa độ điểm M thuộc d, N thuộc (S) sao cho I là trung điểm MN.

A. $\left[\begin{array}{l} N(3;2;1) \\ N(3;6;-1) \end{array}\right.$. B. $\left[\begin{array}{l} N(-3;-2;1) \\ N(3;6;-1) \end{array}\right.$. C. $\left[\begin{array}{l} N(-3;2;1) \\ N(3;6;1) \end{array}\right.$. D. $\left[\begin{array}{l} N(-3;-2;1) \\ N(3;6;1) \end{array}\right.$.

Câu 180. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;4)$, $B'(2;-5;-5)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $MA+MB$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $M(2;1;1)$. B. $M(2;-1;1)$. C. $M(1;2;1)$. D. $M(-1;1;2)$.

Câu 181. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$, $B(2;0;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-z+3=0$. Điểm M thuộc (P) thỏa mãn $|MA-MB|$ có giá trị lớn nhất có tọa độ:

A. $M(-1;-3;4)$. B. $M(2;-1;1)$. C. $M(1;2;1)$. D. $M(-1;1;2)$.

Câu 182. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-1)$, $B(0;3;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $\left|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right|$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $M(-4;-1;0)$. B. $M(-1;-4;0)$. C. $M(4;1;0)$. D. $M(1;-4;0)$.

Câu 183. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-3y-2z-15=0$ và ba điểm $A(1;4;5)$, $B(0;3;1)$, $C(2;-1;0)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $MA^2+MB^2+MC^2$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $M(-4;-1;0)$. B. $M(4;-1;0)$. C. $M(4;1;0)$. D. $M(1;-4;0)$.

Câu 184. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;5;-5)$, $B(5;-3;7)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho MA^2-2MB^2 có giá trị lớn nhất.

A. $M(-6;-18;12)$. B. $M(6;18;12)$.

C. $M(6;-18;12)$. D. $M(-6;18;+12)$.

O Bài 03

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương trình đường thẳng

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ. Vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ gọi là véc tơ chỉ phương (VTCP) của đường thẳng Δ nếu giá của nó song song hoặc trùng với Δ.

Chú ý:

- Nếu $\vec{u}$ là VTCP của Δ thì $k.\vec{u}$ $(k \neq 0)$ cũng là VTCP của Δ.
- Nếu đường thẳng Δ đi qua hai điểm A, B thì $\overrightarrow{AB}$ là một VTCP.

b) Phương trình tham số của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và có VTCP $\vec{u}=(a;b;c)$. Khi đó phương trình đường thẳng Δ có dạng: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ (1).

(1) được gọi là phương trình tham số của đường thẳng Δ, t được gọi là tham số.

Chú ý: Cho đường thẳng Δ có phương trình (1)

- $\vec{u}=(a;b;c)$ là một VTCP của Δ.
- Điểm $M \in \Delta$, suy ra $M(x_0+at;y_0+bt;z_0+ct)$.

c) Phương trình chính tắc

Cho đường thẳng Δ đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và có VTCP $\vec{u}=(a;b;c)$ với $abc \neq 0$. Khi đó phương trình đường thẳng Δ có dạng: $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ (2).

(2) được gọi là phương trình chính tắc của đường thẳng Δ.

2. Khoảng cách

a) Khoảng cách từ điểm đến đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua M_0, có VTCP $\vec{u}$ và điểm $M \notin \Delta$. Khi đó để tính khoảng cách từ M đến Δ ta có các cách sau:

- **Cách 1:** Sử dụng công thức $d[M,d]=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MM_0},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}$.
- **Cách 2:** Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua M vuông góc với Δ. Tìm giao điểm H của (P) với Δ. Khi đó độ dài MH là khoảng cách cần tìm.
- **Cách 3:** Gọi $N \in d$, suy ra tọa độ N theo tham số t. Tính MN^2 theo t. Sau đó tìm giá trị nhỏ nhất của tam thức bậc hai.

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

Cho hai đường thẳng chéo nhau Δ đi qua M_0 có VTCP $\vec{u}$ và Δ' đi qua M_0' có VTCP $\vec{u'}$. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ và Δ' được tính theo các cách sau:

- **Cách 1:** Sử dụng công thức $d(\Delta,\Delta')=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right].\overrightarrow{M_0M'_0}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right]\right|}$.
- **Cách 2:** Tìm đoạn vuông góc chung MN. Khi đó độ dài MN là khoảng cách cần tìm.
- **Cách 3:** Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa qua Δ và song song với Δ'. Khi đó khoảng cách cần tìm là khoảng cách từ một điểm bất kì trên Δ' đến (P).

3. Vị trí

a) Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-x_0}{a} = \dfrac{y-y_0}{b} = \dfrac{z-z_0}{c}$ đi qua $M_1(x_0;y_0;z_0)$ có VTCP $\overrightarrow{u_1} = (a;b;c)$ và $d_2: \dfrac{x-x_0'}{a'} = \dfrac{y-y_0'}{b'} = \dfrac{z-z_0'}{c'}$ đi qua $M_2(x_0';y_0';z_0')$ có VTCP $\overrightarrow{u_2} = (a';b';c')$.

Để xét vị trí tương đối của d_1 và d_2, ta sử dụng hai phương pháp sau:

Phương pháp hình học:

• $d_1 \equiv d_2 \Leftrightarrow \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{M_1M_2}\right] = \vec{0}$ hoặc $\begin{cases} \overrightarrow{u_1} \parallel \overrightarrow{u_2} \\ M_1 \in d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a_2}{b_2} = \dfrac{a_3}{b_3} \\ M_1 \in d_2 \end{cases}$.

• $d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = \vec{0} \\ \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{M_1M_2}\right] \neq \vec{0} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} \overrightarrow{u_1} \parallel \overrightarrow{u_2} \\ M_1 \notin d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a_2}{b_2} = \dfrac{a_3}{b_3} \\ M_1 \notin d_2 \end{cases}$.

• d_1 cắt $d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] \neq \vec{0} \\ \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{M_1M_2} = 0 \end{cases}$.

• d_1 chéo $d_2 \Leftrightarrow \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{M_1M_2} \neq 0$.

Phương pháp đại số:

Dựa vào số nghiệm của hệ phương trình các đường thẳng.

b) Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho

Mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha} = (A;B;C)$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$, có VTCP $\overrightarrow{u_d} = (a;b;c)$.

Để xét vị trí tương đối của d và (α), ta sử dụng hai phương pháp sau:

Phương pháp hình học:

• Nếu $\begin{cases} \overrightarrow{u_d} \perp \overrightarrow{n_\alpha} \\ M(x_0;y_0;z_0) \in (\alpha) \end{cases}$ thì $d \subset (\alpha)$.

• Nếu $\begin{cases} \overrightarrow{u_d} \perp \overrightarrow{n_\alpha} \\ M(x_0;y_0;z_0) \notin (\alpha) \end{cases}$ thì $d \parallel (\alpha)$.

• Nếu $\overrightarrow{u_d}$ không cùng phương với $\overrightarrow{n_\alpha}$ thì d cắt (α).

• $d \perp (\alpha) \Leftrightarrow \overrightarrow{u_d}$ và $\overrightarrow{n_\alpha}$ cùng phương $\overrightarrow{u_d} = k.\overrightarrow{n_\alpha}$ với $k \neq 0$.

Phương pháp đại số:

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x = x_o + at & (1) \\ y = y_o + bt & (2) \\ z = z_o + ct & (3) \\ Ax + By + Cz + D = 0 & (4) \end{cases}$.

Thay (1), (2), (3) vào (4), ta được

$$A(x_o + at) + B(y_o + bt) + C(z_o + ct) + D = 0$$

$$\Leftrightarrow (Aa + Bb + Cc)t = -(D + Ax_0 + By_0 + Cz_0). \qquad (*)$$

Phương trình $(*)$ là phương trình bậc nhất, ẩn t. Ta có

- Nếu phương trình $(*)$ vô nghiệm t thì $d \parallel (\alpha)$.
- Nếu phương trình $(*)$ có nghiệm t duy nhất thì d cắt (α).
- Nếu phương trình $(*)$ có vô số nghiệm t thì $d \subset (\alpha)$.

Chú ý: Để tìm điểm chung của đường thẳng và mặt phẳng ta giải phương trình bậc nhất theo t, sau đó thay giá trị của t vào phương trình tham số của d để tìm $(x;y;z)$.

c) Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt cầu

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng và mặt cầu $d: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

và $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

Để xét vị trí tương đối của d và (α), ta sử dụng hai phương pháp sau:

Phương pháp hình học:

- **Bước 1.** Tính khoảng cách từ tâm I của (S) đến d.
- **Bước 2.** + Nếu $d[I,d] > R$ thì d không cắt (S).

  + Nếu $d[I,d] = R$ thì d tiếp xúc (S).

  + Nếu $d[I,d] < R$ thì d cắt (S).

Phương pháp đại số:

- Bước 1. Thay x, y, z từ phương trình tham số của d vào phương trình (S), khi đó ta được phương trình bậc hai theo t.
- Bước 2. + Nếu phương trình bậc hai vô nghiệm t thì d không cắt (S).

  + Nếu phương trình bậc hai có một nghiệm t thì d tiếp xúc (S).

  + Nếu phương trình bậc hai có hai nghiệm t thì d cắt (S).

Chú ý : Để tìm điểm chung của đường thẳng và mặt cầu ta giải phương trình bậc hai theo t, sau đó thay giá trị của t vào phương trình tham số của d để tìm $(x;y;z)$.

4. Góc

a) Góc giữa hai đường thẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có các VTPT là $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{u_2}$.

Góc giữa d_1 và d_2 bằng hoặc bù với góc giữa $\overrightarrow{u_1}$ và $\overrightarrow{u_2}$.

Tức là: $\cos(d_1,d_2)=\left|\cos\left(\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}\right)\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}\right|}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|.\left|\overrightarrow{u_2}\right|}$.

b) Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có VTCP $\overrightarrow{u_d}$ và mặt phẳng (α) có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha}$.

Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) bằng góc giữa đường thẳng d với hình chiếu d' của nó trên (α).

Tức là: $\sin(d,(\alpha))=\left|\cos\left(\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_\alpha}\right)\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_\alpha}\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|.\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|}$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Câu 185. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{-8}=\dfrac{z+3}{7}$.

Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;2;-3)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-1;-2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(5;-8;7)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(7;-8;5)$.

Câu 186. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các đường thẳng có phương trình sau:

$(\mathrm{I}):\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-3+5t\end{cases}$. $(\mathrm{II}):\begin{cases}x=2-4t\\y=6t\\z=-3-10t\end{cases}$. $(\mathrm{III}):\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-3}{-6}=\dfrac{z-2}{5}$.

Trong các phương trình trên phương trình nào là phương trình của đường thẳng qua $M(2;0;-3)$ và nhận $\vec{a}=(2;-3;5)$ làm một VTCP:

A. Chỉ có (I) **B.** Chỉ có (III) **C.** (I) và (II) **D.** (I) và (III)

Câu 187. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-1)$, $B(1;2;4)$ và ba đường thẳng có phương trình sau:

$(\mathrm{I}):\begin{cases}x=2-t\\y=3-t\\z=-1+5t\end{cases}$. $(\mathrm{II}):\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{-5}$. $(\mathrm{III}):\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=4+5t\end{cases}$.

Mệnh đề nào sau đây là **đúng?**

A. Chỉ có (I) là phương trình của đường thẳng AB.

B. Chỉ có (III) là phương trình của đường thẳng AB.

C. Chỉ có (I) và (II) là phương trình của đường thẳng AB.

D. Cả (I), (II), (III) đều là phương trình của đường thẳng AB.

Câu 188. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+8}{7} = \frac{z+4}{4}$.

Xét các khẳng định sau:

(I). d có một VTCP là $\vec{a} = (2;7;4)$.

(II). Điểm $M(0;-8;-4)$ thuộc đường thẳng (d).

(III). Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = -8 + 7t \\ z = -4 + 4t \end{cases}$.

Trong các khẳng đinh trên, khẳng định nào **đúng?**

A. (I) **B.** (II) **C.** (III) **D.** Cả (I), (II) và (III).

Câu 189. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của d?

A. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-1}$ **B.** $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{1}$

C. $x - 2 = y = z + 3$ **D.** $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$

Câu 190. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, giao điểm của hai đường thẳng

$d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 6 + 4t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t' \\ z = 2 - 8t' \end{cases}$ có tọa độ là:

A. $(-3;-2;6)$ **B.** $(3;7;18)$ **C.** $(5;-1;20)$ **D.** $(3;-2;1)$

Câu 191. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4;-6;2)$. Phương trình tham số của Δ là:

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Câu 192. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;-1;3)$ và $B(0;2;1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của d?

A. $\begin{cases} x=4t \\ y=2+6t \\ z=1-4t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1+3t \\ z=3+2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=5-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$ **D.** Cả A, B, C đều sai.

Câu 193. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2-3)$ và $B(3;-1;1)$?

A. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{1}$ B. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+3}{4}$

C. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{-3}$ D. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-3}{4}$

Câu 194. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với trục Oy có phương trình tổng quát là:

A. $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$ B. $d:\begin{cases} x=1 \\ y=2+t \\ z=3 \end{cases}$ C. $d:\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3+t \end{cases}$ D. $d:\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=3-t \end{cases}$

Câu 195. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-7z+1=0$. Phương trình tham số của d là:

A. $\begin{cases} x=-1+4t \\ y=-2+3t \\ z=-3-7t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+3t \\ z=3-7t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-4t \\ z=3-7t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-1+8t \\ y=-2+6t \\ z=-3-14t \end{cases}$

Câu 196. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;1)$, $B(-1;-2;0)$ và $C(2;1;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=\frac{1}{3}-5t \\ y=-\frac{1}{3}-4t \\ z=3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=\frac{1}{3}+5t \\ y=-\frac{1}{3}-4t \\ z=3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=\frac{1}{3}+5t \\ y=-\frac{1}{3}+4t \\ z=3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=\frac{1}{3}-5t \\ y=-\frac{1}{3}-4t \\ z=-3t \end{cases}$

Câu 197. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O, vuông góc với trục Ox và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=1-3t \end{cases}$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases} x=t \\ y=3t \\ z=-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1 \\ y=-3t \\ z=-t \end{cases}$ C. $\frac{x}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z}{-1}$ D. $\begin{cases} x=0 \\ y=-3t \\ z=t \end{cases}$

Câu 198. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 4t \\ z = 6 + 6t \end{cases} \text{ và } d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}.$$

Trong các phương trình sau đây, phương trình nào là phương trình của đường thẳng d_3 qua $M(1;-1;2)$ và vuông góc với cả d_1, d_2.

A. $\frac{x+4}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{7}$

B. $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9}$

C. $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{3}$

D. $d_3: \frac{x-1}{7} = \frac{y+1}{-14} = \frac{z-2}{9}$

Câu 199. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = -\frac{9}{5} - t \\ y = 5t \\ z = \frac{7}{5} + 3t \end{cases} \text{ và mặt phẳng } (P): 3x - 2y + 3z - 1 = 0.$$

Gọi d' là hình chiếu của d trên mặt phẳng (P). Trong các vectơ sau, vectơ nào không phải là vectơ chỉ phương của d'?

A. $(5;-51;-39)$ B. $(10;-102;-78)$ C. $(-5;51;39)$ D. $(5;51;39)$

Câu 200. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc và cắt d?

A. $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 - t \end{cases}$ B. $d_2: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -t \\ z = -4 + 2t \end{cases}$ C. $d_3: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ D. $d_4: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Câu 201. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = -5 + t \end{cases} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 - 2t' \\ z = 5 + 3t' \end{cases}.$$

Phương trình đường vuông góc chung của d_1 và d_2 là:

$\frac{x-4}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{-2}$

B. $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases}$

C. $\frac{x+4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{2}$

D. $\frac{x-4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{2}$

Câu 202. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;1)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$, $d_2:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B sao cho M là trung điểm của AB có phương trình:

A. $\begin{cases}x=2\\y=1+t\\z=1\end{cases}$ B. $\begin{cases}x=-2\\y=1+t\\z=-1\end{cases}$ C. $\begin{cases}x=2\\y=-1+t\\z=1\end{cases}$ D. $\begin{cases}x=2\\y=1+t\\z=-1\end{cases}$

Câu 203. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1:\frac{x-2}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{1},\ d_2:\begin{cases}x=1-t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases}\text{ và điểm } A(1;2;3).$$

Đường thẳng Δ qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là:

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-5}$ B. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-5}$

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{5}$ D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-5}$

Câu 204. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. B. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

C. $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. D. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 205. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=-1\end{cases}$, điểm $M(1;2;1)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-2z-1=0$. Đường thẳng Δ đi qua M, song song với (P) và vuông góc với d có phương trình:

A. $\Delta:\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-1}{-3}$ B. $\Delta:\dfrac{x-1}{-4}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$

C. $\Delta:\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{3}$ D. $\Delta:\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$

Câu 206. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y=0$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng qua $A(-1;3;-4)$ cắt trục Ox và song song với mặt phẳng (P):

A. $\begin{cases} x=5+6t \\ y=-3t \\ z=4t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=3+t \\ z-4-t \end{cases}$

C. $\frac{x+1}{6}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+4}{4}$

D. $\frac{x+1}{6}=\frac{y-3}{-5}=\frac{z+4}{4}$

Câu 207. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}$, mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2-1)$. Đường thẳng Δ đi qua A cắt d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$

B. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{1}$

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$

D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$

Câu 208. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-3z+4=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}$. Đường thẳng Δ nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình:

A. $\Delta:\frac{x-3}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-1}$

B. $\Delta:\frac{x+3}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-1}{-1}$

C. $\Delta:\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-1}$

D. $\Delta:\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{-1}$

Câu 209. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$

Vấn đề 2. HÌNH CHIẾU – KHOẢNG CÁCH

Câu 210. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-6;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+3t \\ y=-2-2t \\ z=t \end{cases}$.

Tọa độ hình chiếu vuông góc của M lên d là:

A. $(1;-2;0)$

B. $(-8;4;-3)$

C. $(1;2;1)$

D. $(4;-4;1)$

Câu 211. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và điểm $A(1;2;3)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua d là:

A. $A'(3;1;-5)$ **B.** $A'(-3;0;5)$ **C.** $A'(3;0;-5)$ **D.** $A'(3;1;5)$

Câu 212. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho cho điểm $A(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x-5y+4z-36=0$. Tọa độ hình chiếu H của A trên (P) là.

A. $H(-1;-2;6)$ **B.** $H(1;2;6)$ **C.** $H(1;-2;6)$ **D.** $H(1;-2;-6)$

Câu 213. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3;0;0)$, $B(0;-6;0)$, $C(0;0;6)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-4=0$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của trọng tâm tam giác ABC lên mặt phẳng (α) là:

A. $(2;-1;3)$. **B.** $(2;1;3)$. **C.** $(-2;-1;3)$. **D.** $(2;-1;-3)$.

Câu 214. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y-z-7=0$ và điểm $A(3;5;0)$. Gọi A' là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (P). Điểm A' có tọa độ là:

A. $A'(1;-1;2)$ **B.** $A'(-1;-1;2)$ **C.** $A'(1;1;2)$ **D.** $A'(-1;-1;-2)$

Câu 215. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x-2y-z-4=0$. Mặt cầu (S) có tâm I tiếp xúc với (α) tại H. Tọa độ điểm H là:

A. $\left(\frac{23}{9};\frac{4}{9};\frac{20}{9}\right)$ **B.** $\left(-\frac{23}{9};\frac{4}{9};-\frac{20}{9}\right)$ **C.** $\left(\frac{23}{9};-\frac{4}{9};\frac{20}{9}\right)$ **D.** $\left(\frac{23}{9};\frac{20}{9};\frac{4}{9}\right)$

Câu 216. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết rằng mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-3=0$ cắt mặt cầu (S) có tâm $I(3,-1,-4)$ theo giao tuyến là một đường tròn. Tâm H của đường tròn giao tuyến là điểm nào sau đây:

A. $H(1,1,3)$ **B.** $H(1,1,-3)$ **C.** $H(-1,1,3)$ **D.** $H(-3,1,1)$

Câu 217. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=8+4t \\ z=3+2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Phương trình đường thẳng Δ' là hình chiếu vuông góc của Δ trên (P) là:

A. $\begin{cases} x=8+4t \\ y=15-5t \\ z=t. \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-8-4t \\ y=15-5t \\ z=t. \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-8+4t \\ y=5-5t \\ z=t. \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-8+4t \\ y=15-5t \\ z=t. \end{cases}$

Câu 218. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2 \\ z=-t \end{cases}$.

Khoảng cách từ $A(0;-1;3)$ đến đường thẳng Δ bằng:

A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{14}$. C. $\sqrt{6}$. D. $\sqrt{8}$.

Câu 219. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{2}$.

Khoảng cách từ $A(1;0;3)$ đến Δ bằng:

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $\frac{6}{5}$.

Câu 220. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-1;0)$, $B(1;0;-2)$, $C(3;-1;-1)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BC.

A. $\frac{\sqrt{21}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{14}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

Câu 221. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, bán kính của mặt cầu tâm $I(1;3;5)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: \frac{x}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{-1}$ bằng:

A. $\sqrt{14}$ B. 14 C. $\sqrt{7}$ D. 7

Câu 222. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, để tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d cho trước, một học sinh đã trình bày bài giải theo thứ tự các bước như sau:

Bước 1. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa A và vuông góc với d.

Bước 2. Tìm tọa độ giao điểm H của (α) và d.

Bước 3. Tính toán và kết luận $d[A,d]=AH$.

Bài giải trên **sai** ở bước nào?

A. Bước 1. B. Bước 2. C. Bước 3. D. Không sai

Câu 223. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y-7}{1}=\frac{z-3}{4}$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y-z+5=0$. Khoảng cách giữa d và (P) bằng:

A. $\frac{9\sqrt{14}}{14}$. B. $\frac{14\sqrt{14}}{9}$. C. $\sqrt{14}$. D. $\frac{6}{\sqrt{14}}$.

Câu 224. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+3}{2}$ và $d_2: \frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. $4\sqrt{2}$. B. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}}{2}$.

Câu 225. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-3+t \\ z=4-2t \end{cases} \text{ và } \Delta': \frac{x+2}{-4}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{4}.$$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ và Δ' bằng:

A. $\frac{\sqrt{79}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{386}$. C. $\frac{11\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{386}}{3}$.

Câu 226. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-1}{-5} \text{ và } d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{2}.$$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ và d bằng:

A. $\sqrt{5}$. B. 3. C. $\frac{45}{\sqrt{14}}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 227. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = -t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 + t \\ z = t \end{cases}.$$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng d và d' là:

A. $\sqrt{14}$. B. $\frac{1}{\sqrt{14}}$. C. $\sqrt{7}$. D. $\frac{1}{\sqrt{7}}$.

Câu 228. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-1;-1;-2)$ và $D(-3;5;-3)$.

Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD.

A. $\frac{15}{\sqrt{113}}$. B. $\frac{20}{\sqrt{113}}$. C. $\frac{10}{\sqrt{113}}$. D. $\frac{5}{\sqrt{113}}$.

Câu 229. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;2)$, $B(1;0;0)$, $C(2;2;0)$ và $D(0;m;0)$. Điều kiện cần và đủ của m để khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 2 là:

A. $\left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = -2 \end{array}\right.$. B. $\left[\begin{array}{l} m = -4 \\ m = 2 \end{array}\right.$. C. $\left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = 2 \end{array}\right.$. D. $\left[\begin{array}{l} m = -4 \\ m = -2 \end{array}\right.$.

Câu 230. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng lần lượt có phương trình là

$$d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -t \end{cases} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 + t \\ z = 4 \end{cases}.$$

Độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng:

A. $2\sqrt{6}$. B. $\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 4.

Vấn đề 3. VỊ TRÍ

Câu 231. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-1}{3}$ đi qua điểm $M(2;m;n)$. Khi đó giá trị của m, n lần lượt là:

A. $m=-2;n=1$ B. $m=2;n=-1$ C. $m=-4;n=7$ D. $m=0;n=7$

Câu 232. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1:\begin{cases}x=-1+3t\\ y=-t\\ z=1-2t\end{cases} \text{ và } d_2: \frac{x-1}{-3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{2}.$$

Vị trí tương đối của d_1 và d_2 là:

A. Song song. B. Trùng nhau. C. Cắt nhau. D. Chéo nhau.

Câu 233. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1:\begin{cases}x=-1+2t\\ y=-t\\ z=1+t\end{cases} \text{ và } d_2: \frac{x-1}{-2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-1}.$$

Vị trí tương đối của d và d' là:

A. Song song. B. Trùng nhau. C. Cắt nhau. D. Chéo nhau.

Câu 234. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-3}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{1} \text{ và } d_2:\begin{cases}x=t\\ y=2\\ z=2+t\end{cases}.$$

Vị trí tương đối của d và d' là:

A. Song song. B. Trùng nhau. C. Cắt nhau. D. Chéo nhau.

Câu 235. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{-3} \text{ và } d_2:\begin{cases}x=2t\\ y=-3-t\\ z=0\end{cases}.$$

Mệnh đề nào sau đây đúng:

A. d_1 song song d_2.

B. d_1 và d_2 chéo nhau.

C. d_1 cắt d_2 và vuông góc với nhau.

D. d_1 vuông góc d_2 và không cắt nhau.

Câu 236. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1:\begin{cases}x=t\\ y=-2+3t\\ z=6-4t\end{cases} \text{ và } d_2: \frac{x+4}{6}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+5}{3}.$$

Mệnh đề nào sau đây đúng:

A. d_1 song song d_2.

B. d_1 và d_2 chéo nhau.

C. d_1 cắt d_2 và vuông góc với nhau.

D. d_1 vuông góc d_2 và không cắt nhau.

Câu 237. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=-t\\z=-2-t\end{cases}$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào vuông góc với d ?

A. $d_1:\begin{cases}x=3t\\y=1+t\\z=5t\end{cases}$.

B. $d_2:\begin{cases}x=2\\y=2+t\\z=1+t\end{cases}$.

C. $d_3:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-5}$.

D. $d_4:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Câu 238. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào song song với d ?

A. $d_1:\begin{cases}x=2+3t\\y=2-t\\z=1+4t\end{cases}$.

B. $d_2:\begin{cases}x=3t\\y=1+t\\z=5t\end{cases}$.

C. $d_3:\dfrac{x+2}{-4}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{-4}$.

D. $d_4:\dfrac{x}{6}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{6}$.

Câu 239. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=2\\z=2+t\end{cases}$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào cắt d ?

A. $d_1:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

B. $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

C. $d_3:\begin{cases}x=2-t\\y=1\\z=-t\end{cases}$.

D. $d_4:\begin{cases}x=1+2t\\y=2\\z=3+2t\end{cases}$.

Câu 240. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d:\begin{cases}x=1+at\\y=-2+t\\z=-2t\end{cases} \text{ và } d':\frac{x}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+2}{2}.$$

Với giá trị nào sau đây của a thì d và d' song song với nhau?

A. $a=0$ B. $a=1$ C. $a=-2$ D. Không tồn tại.

Câu 241. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+1}{1} \text{ và } d_2:\begin{cases}x=n+2t\\y=-1-2t\\z=3+mt\end{cases}.$$

Với giá trị nào của m, n thì hai đường thẳng đó trùng nhau?

A. $m=2, n=5$. B. $m=-2, n=5$. C. $m=5, n=2$. D. $m=-5, n=2$.

Câu 242. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng lần lượt có phương trình

$$d_1: \begin{cases} x=1+at \\ y=t \\ z=-1+2t \end{cases} \text{ và } d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3-t \end{cases}.$$

Với giá trị nào của a thì d_1 và d_2 cắt nhau?

A. $a=0$. B. $a=1$. C. $a=\frac{1}{2}$. D. $a=2$.

Câu 243. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z-1=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{1}$.

Khẳng định nào sau đây **đúng:**

A. Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P).

B. Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P).

C. Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P).

D. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P).

Câu 244. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-1=0$. Vị trí tương đối của d và (α) là:

A. Đường thẳng d cắt mặt phẳng (α).

B. Đường thẳng d song song với mặt phẳng (α).

C. Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (α).

D. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α).

Câu 245. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng

$$(P): 9x+3y-10z+26=0 \text{ và đường thẳng } d: \frac{x+1}{4}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-2}{3}.$$

Mệnh đề nào sau đây là **đúng?**

A. $d \parallel (P)$. B. $d \subset (P)$. C. $d \perp (P)$.

D. d chỉ cắt (P) nhưng không vuông góc.

Câu 246. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-10}{5}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P): 10x+2y+mz+11=0$ với m là tham số thực.

Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ.

A. $m=-2$. B. $m=2$ C. $m=-52$. D. $m=52$.

Câu 247. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-z+3=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+mt \\ y=n+3t \\ z=1-2t \end{cases}$. Với giá trị nào của m, n thì d nằm trong (P)?

A. $m=-\frac{5}{2}, n=6$. B. $m=\frac{5}{2}, n=6$.

C. $m=\frac{5}{2}, n=-6$. D. $m=-\frac{5}{2}, n=-6$.

Câu 248. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-n=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=3+(2m-1)t \end{cases}$. Với giá trị nào của m, n thì d song song (P)?

A. $\begin{cases} m=-\frac{1}{2} \\ n=7 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m\neq-\frac{1}{2} \\ n=7 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m=-\frac{1}{2} \\ n\neq 7 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m\neq-\frac{1}{2} \\ n\neq 7 \end{cases}$.

Câu 249. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=2t \\ z=1 \end{cases}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **đúng** nhất ?

A. d không cắt (S) B. d cắt (S)

C. d là tiếp tuyến của (S) D. d cắt (S) và đi qua tâm của (S).

Câu 250. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$. Đường thẳng nào sau đây cắt mặt cầu (S)?

A. $d_1: \frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{3}$ B. $d_2: \frac{x}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$

C. $d_3: \begin{cases} x=2-3t \\ y=2t \\ z=t \end{cases}$ D. $d_4: \begin{cases} x=-2+3t \\ y=-2t \\ z=-t \end{cases}$

Câu 251. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=-3 \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$ và mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-2)$, đi qua gốc tọa độ O. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. d là tiếp tuyến của mặt cầu (S).

B. d cắt (S) tại hai điểm.

C. d và (S) không cắt nhau.

D. d song song với đường thẳng qua I và O.

Câu 252. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$$(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25 \text{ và đường thẳng } d:\begin{cases}x=2+4t\\y=5+3t\\z=4+t\end{cases}.$$

Khẳng định nào sau đây là **đúng** nhất:

A. (d) tiếp xúc với (S) tại $M(-2;2;3)$.

B. (d) và (S) không cắt nhau.

C. (d) cắt (S) tại hai điểm.

D. (d) cắt (S) và đi qua tâm của (S).

Vấn đề 4. GÓC

Câu 253. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1:\begin{cases}x=-t\\y=-1+4t\\z=3t\end{cases} \text{ và } d_2:\frac{x}{1}=\frac{y+8}{-4}=\frac{z+3}{-3}.$$

Xác định góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. 0^0

B. 30^0

C. 60^0

D. 90^0

Câu 254. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$\Delta:\begin{cases}x=t\\y=5-2t\\z=14-3t\end{cases} \text{ và } \Delta':\begin{cases}x=1-4t\\y=2+t\\z=-1+5t\end{cases}.$$

Xác định góc giữa hai đường thẳng Δ và Δ'.

A. 30^0

B. 45^0

C. 60^0

D. 90^0

Câu 255. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$ và $D(-2;1;-1)$. Góc giữa hai cạnh AB và CD có số đo là:

A. 30^0

B. 45^0

C. 60^0

D. 90^0

Câu 256. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1} \text{ và } d_2:\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+3}{1}.$$

Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 257. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = -1+t \\ y = -\sqrt{2}t \\ z = 2+t \end{cases} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+\sqrt{2}t \\ z = 2+mt \end{cases}.$$

Để hai đường thẳng hợp với nhau một góc bằng 60^0 thì giá trị của m bằng:

A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = \frac{1}{2}$ D. $m = -\frac{1}{2}$

Câu 258. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 6+5t \\ y = 2+t \\ z = 1 \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 1 = 0$. Tính góc hợp bởi giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. 30^0 B. 45^0 C. 60^0 D. 90^0

Câu 259. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4y + 5z + 8 = 0$. Góc giữa đường thẳng (d) và mặt phẳng (α) có số đo là:

A. 30^0 B. 45^0 C. 60^0 D. 90^0

Câu 260. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$. Tính sin của góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

Vấn đề 5. TÌM ĐIỂM THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Câu 261. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-3}$ và điểm $A(2;-5;-6)$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên Δ sao cho $AM = \sqrt{35}$.

A. $M(1;0;-1)$ hoặc $M(5;0;-7)$. B. $M(1;-2;-1)$ hoặc $M(5;0;-7)$.

C. $M(1;-2;0)$ hoặc $M(5;0;-7)$. D. $M(1;-2;-1)$ hoặc $M(-3;-4;5)$.

Câu 262. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - 2z + 5 = 0$. Tìm điểm A trên d sao cho khoảng cách từ A đến (α) bằng 3.

A. $A(0;0;-1)$ B. $A(-2;1;-2)$ C. $A(2;-1;0)$ D. $A(4;-2;1)$

Câu 263. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y-2z=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+2}{2}$. Tìm tọa độ điểm A thuộc Ox sao cho A cách đều d và (P).

A. $A(2;0;0)$. **B.** $A(3;0;0)$. **C.** $A(4;0;0)$. **D.** $A(5;0;0)$.

Câu 264. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;2)$, $B(-1;2;4)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=40$.

A. $M(0;1;2)$ hoặc $M(-2;1;6)$. **B.** $M(0;-1;2)$ hoặc $M(2;1;6)$.

C. $M(0;-1;2)$ hoặc $M(-2;1;6)$. **D.** $M(0;1;2)$ hoặc $M(2;1;6)$.

Câu 265. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=0 \end{cases}$ và điểm $M(4;0;4)$. Tìm trên đường thẳng d hai điểm A, B sao cho tam giác MAB đều.

A. $A(4;4;0)$, $B(0;0;0)$.

B. $A(0;0;0)$, $B(4;4;0)$.

C. $A(4;4;0)$, $B(0;0;0)$ hoặc $A(0;0;0)$, $B(4;4;0)$.

D. Không có điểm thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 266. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;-1;3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2 \\ z=-t \end{cases}$. Tìm trên đường thẳng d điểm H sao cho AH có độ dài nhỏ nhất.

A. $H(1;2;-1)$. **B.** $H(-1;2;1)$. **C.** $H(5;2;-2)$. **D.** $H(3;2;-1)$.

Câu 267. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{2}$ và hai điểm $A(0;1;1)$, $B(-5;0;5)$. Điểm M thuộc d thỏa mãn MA^2+MB^2 có giá trị nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất đó bằng:

A. 28. **B.** 76. **C.** $2\sqrt{7}$. **D.** 4.

Câu 268. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$, $B(-5;0;5)$ và đường thẳng đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho $\left|\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right|$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1;-2;0)$. **B.** $M(-1;2;0)$. **C.** $M(-3;2;8)$. **D.** $M(0;-1;2)$.

Câu 269. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-5;2)$, $B(3;-1;-2)$ và đường thẳng $d: \frac{x+3}{4}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{2}$.

Điểm M thuộc d thỏa mãn $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$ có giá trị nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất đó bằng:

A. $\sqrt{21}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** 21. **D.** 29.

Câu 270. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$, $B(1;2;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{-2}$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho diện tích tam giác MAB có giá trị nhỏ nhất.

A. $M(2;-3;-2)$. **B.** $M(0;-1;2)$. **C.** $M(1;-2;0)$. **D.** $M(-1;0;4)$.

Vấn đề 6. TỔNG HỢP

Câu 271. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x}{3}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+3}{1}$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua A và chứa d là :

A. $23x+17y-z+14=0$ **B.** $23x-17y-z+14=0$

C. $23x+17y+z-60=0$ **D.** $23x-17y-z-14=0$

Câu 272. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+2}{-1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O, vuông góc với (P) và song song với d là:

A. $2x+4y+5z=0$ **B.** $4x+2y+5z=0$

C. $2x+5y+4z=0$ **D.** $5x+2y+4z=0$

Câu 273. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=8+t\\z=-1-3t\end{cases}$ và điểm $M(1;-1;10)$. Tọa độ điểm N thuộc (P) sao cho MN song song với d là:

A. $N(2;2;-1)$. **B.** $N(2;-2;3)$. **C.** $N(-2;-2;7)$. **D.** $N(3;1;-1)$.

Câu 274. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;2)$, $B(-1;1;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$. Tìm tọa độ điểm C thuộc (P) sao cho tam giác ABC vuông cân tại B.

A. $\left[\begin{array}{l}C(-3;1;1)\\C\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3};-\frac{2}{3}\right)\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}C(3;1;1)\\C\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3};-\frac{2}{3}\right)\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}C(-3;1;1)\\C\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}C(-3;-1;-1)\\C\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3};-\frac{2}{3}\right)\end{array}\right.$.

Câu 275. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;0)$, $B(2;0;3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y-2z+4=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $AM=\sqrt{61}$ và MB vuông góc với AB.

A. $\left[\begin{array}{l} M(6;5;0) \\ M(2;5;6) \end{array}\right.$.
B. $\left[\begin{array}{l} M(6;5;0) \\ M(-2;-5;6) \end{array}\right.$.
C. $\left[\begin{array}{l} M(6;5;0) \\ M(-2;5;-6) \end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l} M(-6;-5;0) \\ M(2;5;6) \end{array}\right.$.

Câu 276. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $\overrightarrow{AB}=(1;1;3)$ và $\overrightarrow{BC}=(-4;2;-2)$. Độ dài đường trung tuyến AI của tam giác ABC bằng:

A. 6.
B. $2\sqrt{6}+\sqrt{11}$.
C. 3.
D. $\sqrt{19}$.

Câu 277. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;0;0)$, $N(1;1;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua M, N cắt các trục Oy, Oz lần lượt tại $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ $(b \neq 0,\ c \neq 0)$. Hệ thức nào dưới đây là đúng?

A. $bc=2(b+c)$.
B. $bc=\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$.
C. $bc=b+c$.
D. $bc=b-c$.

Câu 278. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a, b, c>0$. Mặt phẳng (ABC) qua ba điểm $I(1;2;3)$ và thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $x+2y+3z-14=0$.
B. $x+2y+3z=0$.
C. $6x+3y+2z=0$.
D. $6x+3y+2z-18=0$.

Câu 279. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;1)$, $B(1;0;1)$, $C(1;1;0)$ và $D(2;3;4)$. Hỏi có bao nhiêu điểm P cách đều các mặt phẳng (ABC), (BCD), (CDA) và (DAB).

A. 5.
B. 0.
C. 1.
D. 4.

Câu 280. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(0;-1;1)$, $C(2;1;-1)$ và $D(3;1;4)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó.

A. 1 mặt phẳng.
B. 4 mặt phẳng.
C. 7 mặt phẳng.
D. Có vô số mặt phẳng.

Phần II ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

CHỦ ĐỀ 1. HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

Câu 1. Hàm số xác định khi: $\begin{cases} 3-x\geqslant 0 \\ x+8\geqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\leqslant 3 \\ x\geqslant -8 \end{cases} \Leftrightarrow -8\leqslant x\leqslant 3$. Chọn B.

Câu 2. Hàm số xác định khi:

$$\begin{cases} -x^2+4x-3\geqslant 0 \\ -x^2+6x-8\geqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x-3)\leqslant 0 \\ (x-2)(x-4)\leqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1\leqslant x\leqslant 3 \\ 2\leqslant x\leqslant 4 \end{cases} \Leftrightarrow 2\leqslant x\leqslant 3.$$ Chọn C.

Câu 3. Hàm số xác định khi $x+\sqrt{x^2-x+1}\geqslant 0$

$$x+\sqrt{x^2-x+1}\geqslant 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-x+1}\geqslant -x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x<0 \\ \begin{cases} -x\geqslant 0 \\ x^2-x+1\geqslant (-x)^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>0 \\ x\leqslant 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}.$$ Chọn D.

Câu 4. Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x-\sqrt{2x+3}>0 \\ 2x+3\geqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x+3}<x \\ x\geqslant -\dfrac{3}{2} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ 2x+3<x^2 \\ x\geqslant -\dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ (x+1)(x-3)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \left[\begin{array}{l} x>3 \\ x<-1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x>3.$$ Chọn D.

Câu 5. Hàm số xác định khi $|x^2-1|>0 \Leftrightarrow x^2-1\neq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)\neq 0 \Leftrightarrow x\neq \pm 1$. Chọn C.

Câu 6. Hàm số xác định khi $x^2-9\geqslant 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3)\geqslant 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\geqslant 3 \\ x\leqslant -3 \end{array}\right.$. Chọn C.

Câu 7. Hàm số xác định khi $|x|>x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0 \\ \begin{cases} x\geqslant 0 \\ (|x|)^2>x^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0 \\ \begin{cases} x\geqslant 0 \\ x^2>x^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow x<0$. Chọn C.

Câu 8. Hàm số xác định khi: $\sin^2 x-1\geqslant 0 \Leftrightarrow \sin^2 x\geqslant 1$ (1)

Mà $\forall x\in\mathbb{R}$, ta luôn có:

$\sin^2 x\leqslant 1$ nên (1) $\Leftrightarrow \sin^2 x=1 \Leftrightarrow \cos x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. Chọn B.

Câu 9. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow x^2-2x+m+3\geqslant 0, \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta'=(-1)^2-(m+3)\leqslant 0 \Leftrightarrow -m-2\leqslant 0 \Leftrightarrow m\geqslant -2$. Chọn C.

Câu 10. Hàm số $y=\sqrt{m+\sin x}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên

$m+\sin x\geqslant 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m\geqslant 1$ do $\sin x+1\geqslant 0, \forall x\in\mathbb{R}$. Chọn C.

Câu 11.

- Theo các quy tắc tính đạo hàm, ta thấy ngay hai mệnh đề

$$\left(f(x).g(x)\right)' = f'(x).g'(x) \text{ và } \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ sai.}$$

Khi đó A và B là mệnh đề sai.

- Giả sử có hai hàm số $f(x)=x^3+1$ và $g(x)=x^3+5$.

Suy ra: $\begin{cases} f'(x)=3x^2 \\ g'(x)=3x^2 \end{cases} \Rightarrow f'(x)=g'(x)$. Tuy nhiên: $f(x)\neq g(x)$. Vậy mệnh đề C sai.

- Nếu $f(x)=g(x)+c$ thì $f'(x)=\left(g(x)+c\right)'=g'(x)+(c)'=g'(x)$ do c là hằng số bất kì.

Vậy mệnh đề D đúng.

Chọn D.

Câu 12. Chọn B.

Câu 13. Chọn B. Vì $\left(3x^2+2x+5\right)'=\left(3x^2\right)'+(2x)'+5'=6x+2=2(3x+1)$.

Câu 14. Chọn A. Vì $y'=\left(x^3-5\right)'.\sqrt{x}+\left(x^3-5\right).\left(\sqrt{x}\right)'=3x^2\sqrt{x}+\left(x^3-5\right).\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$=\frac{7}{2}x^2\sqrt{x}-\frac{5}{2\sqrt{x}}=\frac{7}{2}\sqrt{x^5}-\frac{5}{2\sqrt{x}}.$$

Câu 15. Chọn B. Vì $y'=\dfrac{(x-1)'.\sqrt{x^2+1}-(x-1).\left(\sqrt{x^2+1}\right)'}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{x^2+1}-(x-1).\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}$

$$=\frac{\sqrt{x^2+1}-\dfrac{x^2-x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=\frac{x+1}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}}=\frac{1+x}{\sqrt{\left(x^2+1\right)^3}}.$$

Câu 16. Chọn D. Vì

$$y'=-\frac{1}{2}.\left(\frac{\pi}{3}-x^2\right)'.\cos\left(\frac{\pi}{3}-x^2\right)=-\frac{1}{2}.(-2x).\cos\left(\frac{\pi}{3}-x^2\right)=x\cos\left(\frac{\pi}{3}-x^2\right).$$

Câu 17. Chọn D. Vì $y'=2.\left[-\left(x^2\right)'.\sin x^2\right]=2.\left(-2x\sin x^2\right)=-4x\sin x^2$.

Câu 18. Chọn C . Vì $y'=-\dfrac{(3x)'}{\sin^2 3x}-\dfrac{1}{2}.\left[-\dfrac{(2x)'}{\cos^2 2x}\right]==-\dfrac{3}{\sin^2 3x}+\dfrac{1}{\cos^2 2x}$.

Câu 19. Chọn D . Vì $y'=-(\tan x)'.\sin(\tan x)=-\left[-\dfrac{1}{\cos^2 x}.\sin(\tan x)\right]=\sin(\tan x).\dfrac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 20. Chọn D .

Vì $y' = \dfrac{(\cos x)'.2\sin^2 x - \cos x.(2\sin^2 x)'}{(2\sin^2 x)^2} = \dfrac{-\sin x.2\sin^2 x - \cos x.(2.2\sin x.\cos x)}{4\sin^4 x}$

$= \dfrac{-2\sin^3 x - 4\sin x\cos^2 x}{4\sin^4 x} = -\dfrac{\sin^2 x + 2\cos^2 x}{2\sin^3 x}$.

$= -\dfrac{(\sin^2 x + \cos^2 x) + \cos^2 x}{2\sin^3 x} = -\dfrac{1+\cos^2 x}{2\sin^3 x}$.

Câu 21. Chọn A.

Vì $y' = \dfrac{(\sin x - x\cos x)'.(\cos x + x\sin x) - (\sin x - x\cos x).(\cos x + x\sin x)'}{(\cos x + x\sin x)^2}$

Ta có: $(\sin x - x\cos x)' = (\sin x)' - (x\cos x)' = \cos x - \left[(x)'.\cos x + x.(\cos x)'\right]$

$= \cos x - (\cos x - x\sin x) = x\sin x$.

Và $(\cos x + x\sin x)' = (\cos x)' + (x\sin x)' = -\sin x + \left[(x)'.\sin x + x.(\sin x)'\right]$

$= -\sin x + (\sin x + x\cos x) = x\cos x$. Suy ra:

$y' = \dfrac{x\sin x(\cos x + x\sin x) - x\cos x(\sin x - x\cos x)}{(\cos x + x\sin x)^2} = \dfrac{x^2(\sin^2 x + \cos^2 x)}{(\cos x + x\sin x)^2} = \dfrac{x^2}{(\cos x + x\sin x)^2}$.

Câu 22. Ta có $y' = \sin(\cos^2 x) = (\cos^2 x)'.\cos(\cos^2 x)$.

Mà $(\cos^2 x)' = 2(\cos x)'.\cos x = 2(-\sin x).\cos x = -\sin 2x$.

Vậy $y' = -\sin 2x.\cos(\cos^2 x)$. **Chọn A.**

Câu 23. Chọn B. Vì $y' = \left(\dfrac{x^4}{4} - \cos x + x + 1\right)' = \dfrac{4x^3}{4} - (-\sin x) + 1 + 0 = x^3 + \sin x + 1$.

Câu 24. Ta có: $g(x) = f(\sin x) = 2\sin^2 x - \sin x + 2$

Suy ra: $g'(x) = (2\sin^2 x - \sin x + 2)' = 2(\sin^2 x)' - (\sin x)' + (2)'$

$= 2.2\sin x.\cos x - \cos x = 2\sin 2x - \cos x$. **Chọn C.**

Câu 25. Ta có:

$$y = \frac{x^2 - 2x + m}{x+1} = \frac{x^2 - 2x - 3 + m + 3}{x+1} = \frac{(x+1)(x-3) + m + 3}{(x+1)} = x - 3 + \frac{m+3}{x+1}$$

Suy ra: $y' = 1 - \dfrac{m+3}{(x+1)^2}$

Để $y' > 0, \forall x \neq -1 \Leftrightarrow 1 - \dfrac{m+3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1 \Leftrightarrow (x+1)^2 > m+3, \forall x \neq -1$

$\Leftrightarrow m + 3 < 0 \Leftrightarrow m < -3$. **Chọn D.**

Câu 26. Ta có $y'=\dfrac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$, suy ra $y'(0)=0$. **Chọn C.**

Câu 27. Ta có: $y=\dfrac{a}{a+b}.x+\dfrac{b}{a+b}\Rightarrow y'=\dfrac{a}{a+b}$ không phụ thuộc vào giá trị của x. **Chọn B.**

Câu 28. Ta có: $y'=-\sqrt{2}.\dfrac{(\cos 3x)'}{\cos^2 3x}=-\sqrt{2}.\dfrac{(-3\sin 3x)}{\cos^2 3x}=\dfrac{3\sqrt{2}\sin 3x}{\cos^2 3x}$.

Suy ra: $y'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{3\sqrt{2}.\sin\pi}{\cos^2\pi}=0$. **Chọn D.**

Câu 29. Ta có:

$$f'(x)=-\frac{1}{3}.\left(\frac{\cos x}{\sin^3 x}\right)'+\frac{4}{3}.(\cot x)'=-\frac{1}{3}.\frac{(\cos x)'.\sin^3 x-\cos x.(\sin^3 x)'}{\sin^6 x}+\frac{4}{3}.\left(-\frac{1}{\sin^2 x}\right)$$

$$=-\frac{1}{3}.\left(\frac{-\sin^4 x-\cos x.3.\cos x\sin^2 x}{\sin^6 x}\right)-\frac{4}{3\sin^2 x}=\frac{1}{3}.\frac{\sin^4 x+3\sin^2 x.\cos^2 x}{3\sin^6 x}-\frac{4}{3\sin^2 x}$$

$$=\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{\sin^4 x}=\frac{\cos 2x}{\sin^4 x}.$$

Khi đó: $f'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)}{\sin^4\left(\dfrac{\pi}{3}\right)}=\dfrac{-\dfrac{1}{2}}{\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^4}=-\dfrac{8}{9}$. **Chọn D.**

Câu 30. Ta có: $f'(x)=\dfrac{(\cos^2 x)'.(1+\sin^2 x)-\cos^2 x.(1+\sin^2 x)'}{(1+\sin^2 x)^2}$

$$=\frac{2\cos x(-\sin x).(1+\sin^2 x)-\cos^2 x.2\sin x.\cos x}{(1+\sin^2 x)^2}$$

$$=\frac{-\sin 2x.(1+\sin^2 x)-\sin 2x.\cos^2 x}{(1+\sin^2 x)^2}=\frac{-2\sin 2x}{(1+\sin^2 x)^2}$$

Suy ra: $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)-3f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\cos^2\left(\dfrac{\pi}{4}\right)}{1+\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}\right)}-3.\dfrac{-2\sin\left(\dfrac{\pi}{2}\right)}{\left[1+\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}\right)\right]^2}=3$. **Chọn C.**

Câu 31. Ta có: $f'(x)=\dfrac{(\cos x)'(1+2\sin x)-\cos x(1+2\sin x)'}{(1+2\sin x)^2}$

$$=\frac{-\sin x(1+2\sin x)-2\cos^2 x}{(1+2\sin x)^2}=\frac{-\sin x-2}{(1+2\sin x)^2}$$

Ta có $f'(0)=f'(\pi)=-2;\ f'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=-\dfrac{5}{8};\ f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{1}{3}$. **Chọn D.**

Câu 32. Ta có: $f'(x) = a\cos x - b\sin x$.

Do $\begin{cases} f'(0) = \dfrac{1}{2} \\ f\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ -\dfrac{\sqrt{2}}{2}a + \dfrac{\sqrt{2}}{2}b + 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{1}{2} \\ a = \dfrac{1}{2} \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 33. Ta có: $f'(x) = 3ax^2 - \dfrac{b}{x^2}$

Do $\begin{cases} f'(1) = 1 \\ f'(-2) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - b = 1 \\ 12a - \dfrac{1}{4}b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{1}{5} \\ b = -\dfrac{8}{5} \end{cases}$

Suy ra: $f(x) = -\dfrac{1}{5}x^3 - \dfrac{8}{5x} \Rightarrow f'(x) = -\dfrac{3}{5}x^2 + \dfrac{8}{5x^2}$

Vậy $f'\left(\sqrt{2}\right) = -\dfrac{3}{5}\left(\sqrt{2}\right)^2 + \dfrac{8}{5\left(\sqrt{2}\right)^2} = -\dfrac{2}{5}$. **Chọn B.**

Câu 34. Ta có: $f'(x) = \dfrac{1}{4}(-4\sin 4x) = -\sin 4x$

Lại có: $g'(x) = 4\sin^3 x.\cos x + 4\cos^3 x(-\sin x) = 4\sin x\cos x.\left(\sin^2 x - \cos^2 x\right) = -\sin 4x$

Suy ra: $f'(x) = g'(x), \forall x$. Mặt khác: $f'(\pi) = g'(\pi) = -\sin(4\pi) = 0$. **Chọn D.**

Câu 35. Ta có: $f'(x) = x^2 - 4\sqrt{2}x + 8$

Để $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 2.2\sqrt{2}x + \left(2\sqrt{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(x - 2\sqrt{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}$. **Chọn D.**

Câu 36. TXĐ: $D = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$. Ta có: $y' = \dfrac{2x}{2\sqrt{x^2 - 1}} = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$

Để $y'.y = 2x + 3 \Leftrightarrow \dfrac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}.\sqrt{x^2 - 1} = 2x + 3 \Leftrightarrow x = 2x + 3 \Leftrightarrow x = -3$. **Chọn D.**

Câu 37. Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$

Để $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 3x(x - 2) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$. **Chọn D.**

Câu 38. Ta có: $y' = -2.\dfrac{1}{2\sqrt{x}} + 3 = -\dfrac{1}{\sqrt{x}} + 3$

Để $y' > 0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{\sqrt{x}} + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > \dfrac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow x > \dfrac{1}{9}$. **Chọn C.**

Câu 39. Ta có: $f'(x) = 2m - 3mx^2$

Yêu cầu bài toán tương đương với $f'(1) \leqslant 1 \Leftrightarrow 2m - 3m \leqslant 1 \Leftrightarrow m \geqslant -1$. **Chọn D.**

Câu 40. TXĐ: $D = \left(-\infty; -\sqrt{2}\right] \cup \left[\sqrt{2}; +\infty\right)$.

Ta có: $f'(x)=\left(\sqrt{x^2-2}\right)'=\dfrac{\left(x^2-2\right)'}{2\sqrt{x^2-2}}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-2}}$ với $x\in\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

Để $f'(x)\leqslant f(x)\Leftrightarrow \dfrac{x}{\sqrt{x^2-2}}\leqslant\sqrt{x^2-2}\Leftrightarrow x\leqslant x^2-2\Leftrightarrow (x+1)(x-2)\geqslant 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\geqslant 2\\ x\leqslant -1\end{array}\right.$

Đối chiếu với điều kiện ta được: $\left[\begin{array}{l}x\geqslant 2\\ x<-\sqrt{2}\end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 41. Hàm số viết lại $y=x^4-2x^2+1$.

Ta có $y'=4x^3-4x$, $y''=12x^2-4$, $y'''=24x$, $y^{(4)}=24$.

Do đó $y^{(4)}+2xy'''-4y''=24+2x.24x-4\left(12x^2-4\right)=40$. **Chọn C.**

Câu 42. Đạo hàm $y'=\dfrac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}=\dfrac{1-x}{y}$.

Suy ra $y''=(y')'=\left(\dfrac{1-x}{y}\right)'=\dfrac{-y+(x-1)y'}{y^2}$ hay $y^2y''=-y+(x-1)y'$. Do đó:

$y^3y''=-y^2+(x-1)y'y=-\left(2x-x^2\right)+(x-1)\left(\dfrac{1-x}{y}\right)y=-1$ hay $y^3y''+1=0$. **Chọn A.**

Câu 43. Ta có: $y'=2\cos 2x;\ y''=2.(-2\sin 2x)=-4\sin 2x$

A. $y^2+(y')^2=\sin^2 2x+(2\cos 2x)^2=\sin^2 2x+4\cos^2 2x=1+3\cos^2 2x\neq 4$

B. $4y+y''=4\sin 2x-4\sin 2x=0$

C. $y'.\tan 2x=2\cos 2x.\dfrac{\sin 2x}{\cos 2x}=2\sin 2x=\dfrac{y}{2}\neq y$

D. $4y-y''=4\sin 2x-(-4\sin 2x)=8\sin 2x\neq 0$. **Chọn B.**

Câu 44. Ta có: $y'=-\dfrac{1}{2\sin^2\dfrac{x}{2}}=-\dfrac{1}{2}\left(1+\cot^2\dfrac{x}{2}\right)$. Lại thấy:

$$y^2+2y'+1=\cot^2\frac{x}{2}-2.\frac{1}{2}\left(1+\cot^2\frac{x}{2}\right)+1=\cot^2\frac{x}{2}-\left(1+\cot^2\frac{x}{2}\right)+1=0.$$ **Chọn B.**

Câu 45. Ta có: $y'=2\tan x.(\tan x)'=2\tan x.\dfrac{1}{\cos^2 x}=2\tan x\left(1+\tan^2 x\right)$

Lại có: $y''=2\left[(\tan x)'.\left(1+\tan^2 x\right)+\tan x.\left(1+\tan^2 x\right)'\right]$

$$=2\left[\frac{1}{\cos^2 x}.\left(1+\tan^2 x\right)+\tan x.2\tan x.\frac{1}{\cos^2 x}\right]=2.\frac{1}{\cos^2 x}.\left(1+3\tan^2 x\right)$$

$$=2\left(1+\tan^2 x\right)\left(1+3\tan^2 x\right)$$

Suy ra: $y''=2\left(1+y^2\right)\left(1+3y^2\right)\Leftrightarrow y''-2\left(1+y^2\right)\left(1+3y^2\right)=0$. **Chọn A.**

Câu 46. Vận tốc của vật lúc t là: $v(t)=S'=\left(\frac{1}{2}gt^2\right)'=gt.$

Do đó $v(5)=9,8.5=49\text{m/s}$. **Chọn A.**

Câu 47. Vận tốc lúc t là: $v(t)=S'=\frac{1}{2}\left(t^4-3t^2\right)'=2t^3-3t.$

Do đó $v(4)=2.4^3-3.4=116\text{m/s}$. **Chọn D.**

Câu 48. Vận tốc của chất điểm lúc t là: $v(t)=S'=\left(t^3-3t^2+4t\right)'=3t^2-6t+4.$

Gia tốc của chất điểm lúc t là: $a(t)=v'=\left(3t^2-6t+4\right)'=6t-6.$

Do đó $a(2)=6.2-6=6\text{m/s}^2$. **Chọn B.**

Câu 49. Vận tốc của chuyển động lúc t là: $v(t)=S'=\left(t^3+3t^2-9t+27\right)'=3t^2+6t-9.$

Gia tốc của chất điểm lúc t là: $a(t)=v'=\left(3t^2+6t-9\right)'=6t+6.$

Vận tốc triệt tiêu khi $v(t)=0\Leftrightarrow 3t^2+6t-9=0$, suy ra $t=1.$

Do đó $a(1)=6.1+6=12\text{m/s}^2$. **Chọn D.**

Câu 50. Hệ số góc của tiếp tuyến là $k=f'(x_0)$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến là:

$$y=k(x-x_0)+f(x_0)\Leftrightarrow y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0).$$ **Chọn D.**

Câu 51. Do Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M_0\left(x_0;f(x_0)\right)$

Nên có hệ số góc là $k=f'(x_0)$

Suy ra phương trình tiếp tuyến Δ là:

$$y=k(x-x_0)+f(x_0)\Leftrightarrow y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$

$\Leftrightarrow y=f'(x_0).x-f'(x_0).x_0+f(x_0)$. Mà $y=ax+b$.

Vậy $\begin{cases}a=f'(x_0)\\ b=-f'(x_0).x_0+f(x_0)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=f'(x_0)\\ ax_0+b=f(x_0)\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 52. Ta có: $y'=3x^2-2$

Tiếp tuyến cần tìm có hệ số góc là: $k=y'(1)=1$

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y=(x-1)+2\Leftrightarrow y=x+1$. **Chọn C.**

Câu 53. Đạo hàm $y'=\sqrt{x}+\frac{1}{2}\sqrt{x}=\frac{3}{2}\sqrt{x}$. Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến: $k=y'(1)=\frac{3}{2}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến $y=\frac{3}{2}(x-1)+1=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$. **Chọn C.**

Câu 54. Với $x=-1\Rightarrow y=\frac{4}{-1-1}=-2$.

Ta có: $y' = -\dfrac{4}{(x-1)^2}$ với $x \neq 1$.

Tiếp tuyến cần tìm có hệ số góc là: $k = y'(-1) = -\dfrac{4}{(-1-1)^2} = -1$

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm tại điểm $(-1;-2)$ là:

$y = -(x+1) - 2 \Leftrightarrow y = -x - 3$. **Chọn A.**

Câu 55. Ta có: $y_0 = -1 = -x_0^2 + 5 \Leftrightarrow x_0^2 = 6 \Leftrightarrow x_0 = \pm\sqrt{6}$. Do $x_0 < 0$ nên $x_0 = -\sqrt{6}$

Lại có: $y' = -2x \Rightarrow$ Tiếp tuyến cần tìm có hệ số góc là: $k = y'\left(-\sqrt{6}\right) = 2\sqrt{6}$

Vậy PTTT cần tìm tại điểm $\left(-\sqrt{6};-1\right)$ là: $y = 2\sqrt{6}\left(x+\sqrt{6}\right) - 1$. **Chọn A.**

Câu 56. Đạo hàm: $y' = f'(x) = 2x + 5$

Hoành độ giao điểm của (C) với trục Ox thỏa mãn: $x^2 + 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -4 \\ x = -1 \end{array}\right.$

+ Với $x = -4; y = 0 \Rightarrow$ PTTT tại điểm $(-4;0)$ có hệ số góc là: $k = f'(-4) = -3$

Suy ra PTTT của (C) tại $(-4;0)$ là: $y = -3(x+4) \Leftrightarrow y = -3x - 12$.

+ Với $x = -1; y = 0 \Rightarrow$ PTTT tại điểm $(-1;0)$ có hệ số góc là: $k = f'(-1) = 3$

Suy ra PTTT của (C) tại $(-1;0)$ là: $y = 3(x+1) \Leftrightarrow y = 3x + 3$. **Chọn B.**

Câu 57. Đạo hàm: $y' = \dfrac{(2x+1)'.(x-1) - (2x+1).(x-1)'}{(x-1)^2} = \dfrac{-3}{(x-1)^2}$ với $x \neq 1$.

PTTT cần tìm có hệ số góc là: $k = y'(2) = \dfrac{-3}{(2-1)^2} = -3$. **Chọn B.**

Câu 58. Đạo hàm: $y' = 3x^2$

Giả sử tiếp tuyến cần tìm tiếp xúc với (C) tại điểm $M\left(x_0; x_0^3\right)$.

Suy ra tiếp tuyến có hệ số góc là $k = y'(x_0) = 3x_0^2 = 12 \Leftrightarrow x_0 = \pm 2$

+ Với $x_0 = -2 \Rightarrow M(-2;-8)$. Phương trình tiếp tuyến cần tìm tại điểm $M(-2;-8)$ là:

$y = 12(x+2) - 8 \Leftrightarrow y = 12x + 16$.

+ Với $x_0 = 2 \Rightarrow M(2;8)$. Phương trình tiếp tuyến cần tìm tại điểm $M(2;8)$ là:

$y = 12(x-2) + 8 \Leftrightarrow y = 12x - 16$. **Chọn A.**

Câu 59. Đạo hàm: $y' = 2x - 2$

Tiếp tuyến tại $M(x_0; y_0) \in (C)$ có hệ số góc bằng 2 nên: $2x_0 - 2 = 2 \Leftrightarrow x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 3$.

Vậy $x_0 + y_0 = 5$. **Chọn D**

Câu 60. Đạo hàm: $y' = -x^2 - 4x - 3$

Giả sử tiếp tuyến cần tìm tiếp xúc với (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$.

Suy ra tiếp tuyến có hệ số góc là $k = y'(x_0) = -x_0^2 - 4x_0 - 3$

Theo bài ra ta có: $k = y'(x_0) = -x_0^2 - 4x_0 - 3 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x_0^2 + 4x_0 + \frac{15}{4} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = -\frac{3}{2} \\ x_0 = -\frac{5}{2} \end{array}\right.$

+ Với $x_0 = -\frac{3}{2} \Rightarrow y_0 = \frac{17}{8} \Rightarrow M\left(-\frac{3}{2}; \frac{17}{8}\right)$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm tại điểm $M\left(-\frac{3}{2}; \frac{17}{8}\right)$ là:

$$y = \frac{3}{4}\left(x + \frac{3}{2}\right) + \frac{17}{8} \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}x + \frac{13}{4}.$$

+ Với $x_0 = -\frac{5}{2} \Rightarrow y_0 = \frac{29}{24} \Rightarrow M\left(-\frac{5}{2}; \frac{29}{24}\right)$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm tại điểm $M\left(-\frac{5}{2}; \frac{29}{24}\right)$ là:

$y = \frac{3}{4}\left(x + \frac{5}{2}\right) + \frac{29}{24} \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}x + \frac{37}{12}$. **Chọn C.**

Câu 61. Đạo hàm: $y' = 6x^2 + 6x - 4$

Giả sử đường thẳng Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$.

Suy ra đường thẳng Δ có hệ số góc là: $k = y'(x_0) = 6x_0^2 + 6x_0 - 4$.

Khi đó: $k = 6\left(x_0^2 + x_0 - \frac{2}{3}\right) = 6\left(x_0^2 + x_0 + \frac{1}{4} - \frac{11}{12}\right) = 6\left(x_0 + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{11}{2} \geqslant -\frac{11}{2}$.

Vậy trong các tiếp tuyến của (C), tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất là $k = -5,5$. **Chọn B.**

Câu 62. Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 12x + 9$

Giả sử Δ là tiếp tuyến cần tìm.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của Δ và (C).

Suy ra hệ số góc của Δ là: $k = y'(x_0) = 3x_0^2 - 12x_0 + 9$

Do $\Delta \parallel d: y = 9x + 1$ nên $k = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 12x_0 + 9 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ x_0 = 4 \end{array}\right.$

+ Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 0 \Rightarrow$ Phương trình Δ là: $y = 9x$ (loại vì trùng với d)

+ Với $x_0 = 4 \Rightarrow y_0 = 4 \Rightarrow$ Phương trình Δ là: $y = 9(x-4) + 4 \Leftrightarrow y = 9x - 32$. **Chọn D.**

Câu 63. Đạo hàm: $y' = 4x^3 + 1$

Đường thẳng $d: y = -\frac{1}{5}x$ có hệ số góc là $k_1 = -\frac{1}{5}$.

Gọi Δ là tiếp tuyến cần tìm có hệ số góc k_2, $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của (C) với Δ

Do $\Delta \perp d$ nên $k_1.k_2 = -1 \Leftrightarrow -\frac{1}{5}k_2 = -1 \Leftrightarrow k_2 = 5$.

Mặt khác: Δ có hệ số góc là $k_2 = y'(x_0) = 4x_0^3 + 1$.

Suy ra: $4x_0^3 + 1 = 5 \Leftrightarrow x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 2$.

Khi đó: $M(1;2)$. Vậy PTTT cần tìm là: $y = 5(x-1) + 2 \Leftrightarrow y = 5x - 3$. **Chọn A.**

Câu 64. Đạo hàm: $y' = 3x^2 + 6x$. Suy ra: Δ có hệ số góc là $k = y'(1) = 9$.

Phương trình tiếp tuyến Δ là: $y = 9(x-1) + 5 \Leftrightarrow y = 9x - 4 \Leftrightarrow 9x - y - 4 = 0$.

Hoành độ điểm B thỏa mãn:

$$x^3 + 3x^2 + 1 = 9x - 4 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 9x + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2(x+5) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -5 \\ x = 1 \end{array}\right. \Rightarrow B(-5;-49).$$

Suy ra: $AB = 6\sqrt{82}$ và $d[O;AB] = \dfrac{|-4|}{\sqrt{82}} = \dfrac{4}{\sqrt{82}}$.

Vậy diện tích tam giác OAB là: $S = \dfrac{1}{2}d[O;AB].AB = \dfrac{1}{2}.\dfrac{4}{\sqrt{82}}.6\sqrt{82} = 12$ (đvdt). **Chọn C.**

Câu 65. Gọi $M(a;4a^3 - 6a^2 + 1)$ là điểm thuộc (C). Đạo hàm $y' = 12x^2 - 12x$.

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại M là $k = y'(a) = 12a^2 - 12a$.

Phương trình tiếp tuyến $d: y = (12a^2 - 12a)(x - a) + 4a^3 - 6a^2 + 1$.

Do tiếp tuyến d đi qua $M(-1;-9)$ nên

$$-9 = (12a^2 - 12a)(-1 - a) + 4a^3 - 6a^2 + 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \\ a = \dfrac{5}{4} \end{array}\right..$$

Với $a = -1$, suy ra $d: y = 24x + 15$. Với $a = \dfrac{5}{4}$, suy ra $d: y = \dfrac{15}{4}x - \dfrac{21}{4}$. **Chọn C.**

Câu 66. Đạo hàm $y' = 4x^3 - 6x$.

Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(x_0;y_0)$, Δ có hệ số góc là

$$k = y'(x_0) = 4x_0^3 - 6x_0.$$

PTTT Δ là $y = (4x_0^3 - 6x_0)(x - x_0) + y_0$, do $M(x_0;y_0) \in (C) \Rightarrow y_0 = x_0^4 - 3x_0^2$

Suy ra: $y = (4x_0^3 - 6x_0)(x - x_0) + x_0^4 - 3x_0^2$.

Theo bài ra: $O(0;0) \in \Delta \Rightarrow 0 = -x_0(4x_0^3 - 6x_0) + x_0^4 - 3x_0^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ x_0 = \pm 1 \end{array}\right.$

+ Với $x_0 = 0 \Rightarrow$ PTTT Δ là: $y = 0$: không thỏa mãn giả thiết.

+ Với $x_0 = -1 \Rightarrow$ PTTT Δ là: $y = 2(x+1) - 2 \Leftrightarrow y = 2x$.

+ Với $x_0 = 1 \Rightarrow$ PTTT Δ là: $y = -2(x-1) - 2 \Leftrightarrow y = -2x$. **Chọn A.**

Câu 67. Đạo hàm: $y' = \frac{1}{2}x - 1$.

Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(x_0;y_0)$, Δ có hệ số góc là

$$k = y'(x_0) = \frac{1}{2}x_0 - 1.$$

PTTT Δ là $y = \left(\frac{1}{2}x_0 - 1\right)(x - x_0) + y_0$, do $M(x_0;y_0) \in (C) \Rightarrow y_0 = \frac{x_0^2}{4} - x_0 + 1$.

Suy ra: $y = \left(\frac{1}{2}x_0 - 1\right)(x - x_0) + \frac{x_0^2}{4} - x_0 + 1$.

Theo bài ra: $M(2;-1) \in \Delta \Rightarrow -1 = \left(\frac{1}{2}x_0 - 1\right)(2 - x_0) + \frac{x_0^2}{4} - x_0 + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ x_0 = 4 \end{array}\right.$

+ Với $x_0 = 0 \Rightarrow$ PTTT Δ là: $y = -x + 1$.

+ Với $x_0 = 4 \Rightarrow$ PTTT Δ là: $y = (x - 4) + 1 \Leftrightarrow y = x - 3$. **Chọn A.**

Câu 68. Đạo hàm: $y' = \frac{-3}{(x-1)^2}$

Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(x_0;y_0)$, Δ có hệ số góc là

$$k = y'(x_0) = -\frac{3}{(x_0 - 1)^2}.$$

PTTT Δ là $y = \left(\frac{-3}{(x_0-1)^2}\right)(x - x_0) + \frac{2x_0 + 1}{x_0 - 1}$. Do điểm Δ đi qua $A(4;-1)$ nên:

Ta có: $-1 = \frac{-3}{(x_0-1)^2}(4 - x_0) + \frac{2x_0 + 1}{x_0 - 1} \Leftrightarrow 3x_0^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 2 \\ x_0 = -2 \end{array}\right.$. **Chọn B**

Câu 69. Tọa độ giao điểm hai tiệm cận là $I(-1;1)$.

Gọi $M\left(a;\frac{a+2}{a+1}\right)$ với $a \neq -1$ là điểm thuộc (C). Đạo hàm $y' = \frac{-1}{(x+1)^2}$.

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại M là $k = y'(a) = -\frac{1}{(a+1)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến

$$\Delta: y = \frac{-1}{(a+1)^2}(x - a) + \frac{a+2}{a+1} \Leftrightarrow x + (a+1)^2 y - a^2 - 4a - 2 = 0.$$

Ta có $d[I,\Delta] = \frac{|-2a-2|}{\sqrt{1+(a+1)^4}} = \frac{2|a+1|}{\sqrt{1+(a+1)^4}} = \frac{2}{\sqrt{(a+1)^2 + \frac{1}{(a+1)^2}}}$.

Để $d[I,\Delta]$ lớn nhất $\Leftrightarrow (a+1)^2 + \frac{1}{(a+1)^2}$ nhỏ nhất. Mà $(a+1)^2 + \frac{1}{(a+1)^2} \geqslant 2$.

Dấu "=" xảy ra khi $(a+1)^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=-2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta: y=-x+2 \\ \Delta: y=-x-2 \end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 70. Đạo hàm: $y'=\frac{5}{2}x^2+m$

Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(x_0;y_0)$,

PTTT Δ là: $y=\left(\frac{5}{2}x_0^2+m\right)(x-x_0)+\frac{5}{6}x_0^3+mx_0-\frac{2m}{3}$. Vì Δ đi qua $A\left(\frac{2}{3};0\right)$ nên

$$0=\left(\frac{5}{2}x_0^2+m\right)\left(\frac{2}{3}-x_0\right)+\frac{5}{6}x_0^3+mx_0-\frac{2m}{3} \Leftrightarrow \frac{5}{3}x_0^2(x_0-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \\ x_0=1 \end{array}\right.$$

+ Với $x_0=0 \Rightarrow k_1=m$

+ Với $x_0=1 \Rightarrow k_2=\frac{5}{6}+m$

Do hai tiếp tuyến vuông góc nên: $k_1.k_2=-1 \Leftrightarrow 2m^2+5m+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-\frac{1}{2} \\ m=-2 \end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 71. Với $x=2 \Rightarrow y=4$.

Đạo hàm $y'=\frac{-3}{(x-1)^2}$. Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến $k=y'(2)=-3$.

Phương trình tiếp tuyến $d: y=-3(x-2)+4=-3x+10$.

Để d đi qua M thì $a=-3.0+10 \Leftrightarrow a=10$. **Chọn A.**

Câu 72. Tọa độ giao điểm của (C) và d là nghiệm của hệ

$$\left\{\begin{array}{l} y=x^4-2m^2x^2+2m+1 \\ x=1 \end{array}\right. \Rightarrow M(1;-2m^2+2m+2).$$

Đạo hàm: $y'=4x^3-4m^2x$. Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là $k=y'(1)=4-4m^2$.

Theo giả thiết, ta có $k=-12 \Leftrightarrow 4-4m^2=-12 \Leftrightarrow m=\pm 2$. **Chọn C.**

Câu 73. Điều kiện tiếp xúc: Hệ phương trình $\left\{\begin{array}{l} x^3+x+2=4x+m \\ 3x^2+1=4 \end{array}\right.$ có nghiệm

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m=x^3-3x+2 \\ x=\pm 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=0 \end{array}\right.$$. **Chọn A.**

Câu 74. Yêu cầu bài toán tương đương với hệ

$\left\{\begin{array}{l} x^4-(3m+5)x^2+4=-6x-3 \\ 4x^3-2(3m+5)x=-6 \end{array}\right.$ có nghiệm $x=-1$.

Thay $x=-1$ vào hệ, ta được

$\left\{\begin{array}{l} 1-(3m+5)+4=6-3 \\ -4+2(3m+5)=-6 \end{array}\right.$: không có giá trị của m. **Chọn D.**

Câu 75. Vì $M(-2;-4)\in(C)$ nên $-4=\dfrac{-2a+2}{-2b+3}\Leftrightarrow a+4b-7=0.$ (1)

Đạo hàm: $y'=\dfrac{3a-2b}{(bx+3)^2}$. Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là $k=y'(-2)=\dfrac{3a-2b}{(-2b+3)^2}$.

Đường thẳng $d:7x-y+5=0$ hay $d:y=7x+5$ có hệ số góc bằng 7.

Theo giả thiết, ta có $k=7\Leftrightarrow\dfrac{3a-2b}{(-2b+3)^2}=7$. (2)

Giải hệ (1) và (2), ta được $a=3;\ b=1$. Suy ra $a-3b=0$. **Chọn D.**

Câu 76. Vì $M(1;-2)\in(C)$ nên $\dfrac{1+b}{a-2}=-2\Leftrightarrow b=-2a+3.$ (1)

Đạo hàm: $y'=\dfrac{-2-ab}{(ax-2)^2}$. Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là $k=y'(1)=\dfrac{-2-ab}{(a-2)^2}$.

Đường thẳng $d:3x+y-4=0$ hay $d:y=-3x+4$ có hệ số góc bằng -3.

Theo giả thiết, ta có $k=-3\Leftrightarrow\dfrac{-2-ab}{(a-2)^2}=-3$. (2)

Giải hệ (1) và (2), ta được $a=1;\ b=1$. Suy ra $a+b=2$. **Chọn A.**

Câu 77. Vì $A(1;1)\in(C)$ nên $\dfrac{a+b}{2+3}=1\Leftrightarrow a+b=5.$ (1)

Đạo hàm: $y'=\dfrac{3a-2b}{(2x+3)^2}$.

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại B là $k=y'(-2)=3a-2b$.

Theo giả thiết, ta có $k=5\Leftrightarrow 3a-2b=5$. (2)

Giải hệ (1) và (2), ta được $a=3;\ b=2$. **Chọn B.**

Câu 78. Vì $A(3;1)\in(C)$ nên $\dfrac{3a+b}{3-1}=1\Leftrightarrow b=2-3a.$ (1)

Để (C) tiếp xúc với d khi và chỉ khi hệ $\begin{cases}\dfrac{ax+b}{x-1}=2x-4\\ \dfrac{-a-b}{(x-1)^2}=2\end{cases}$ có nghiệm.

Thay (1) vào hệ, ta được $\begin{cases}\dfrac{ax+(2-3a)}{x-1}=2x-4\\ \dfrac{-a-(2-3a)}{(x-1)^2}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}ax+2-3a=(2x-4)(x-1)\\ 2a-2=2(x-1)^2\\ x\neq 1\end{cases}$.

Giải hệ ta được $\left[\begin{array}{l}x=2;\ a=2\\ x=4;\ a=10\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}b=-4\\ b=-28\end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 79. Đạo hàm: $y' = \dfrac{ax^2 - 4ax + 2b}{(x-2)^2}$. Vì $A\left(-1;\dfrac{5}{2}\right) \in (C) \Rightarrow \dfrac{5}{2} = \dfrac{a+b}{-3} \Leftrightarrow 2(a+b) = -15$ (1)

Tiếp tuyến của (C) tại gốc tọa độ có hệ số góc bằng -3 nên:

$$y'(0) = -3 \Leftrightarrow \frac{2b}{(-2)^2} = -3 \Leftrightarrow b = -6 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}.$$ Suy ra $4a - b = 0$. **Chọn C.**

Câu 80. Chọn D. **Câu 81. Chọn B.** **Câu 82. Chọn C.** **Câu 83. Chọn D.**
Câu 84. Chọn D. **Câu 85. Chọn B.** **Câu 86. Chọn C.**

Câu 87. Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ sang trái 2 đơn vị, ta sẽ được đồ thị của hàm số $y = f(x+2)$. Khi đó, do hàm số $y = f(x)$ liên tục và đồng biến trên khoảng $(-1;2)$ nên hàm số $y = f(x+2)$ đồng biến trên $(-3;0)$. **Chọn C.**

Câu 88. Tổng quát: Hàm số $y = f(x)$ liên tục và đồng biến trên khoảng $(a;b)$ thì hàm số $y = f(nx)$ liên tục và đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{a}{n};\dfrac{b}{n}\right)$. **Chọn C.**

Câu 89. Chọn A.

Câu 90. Đạo hàm: $y' = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \geqslant 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Suy ra hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. **Chọn A.**

Câu 91. Ta có: $y' = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3)$

Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow y' = 3(x+1)(x-3) \leqslant 0 \Leftrightarrow -1 \leqslant x \leqslant 3$. **Chọn A.**

Câu 92. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$ có $y' = -3x^2 + 6x - 3 = -(x-1)^2 \leqslant 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Suy ra hàm số này luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$. **Chọn B.**

Câu 93. Nếu $a = b = 0$ thì $y = cx + d$. Để y đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $c > 0$.

Nếu $a \neq 0$, ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow y' \geqslant 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta_{y'} \leqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \leqslant 0 \end{cases}.$$ **Chọn C.**

Câu 94. Đạo hàm: $y' = 3x^2 + m$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' = 3x^2 + m \geqslant 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = -3m \leqslant 0 \Leftrightarrow m \geqslant 0$. **Chọn B.**

Câu 95. Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Đạo hàm $y' = x^2 - 2mx + 4m - 3$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geqslant 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4m + 3 \leqslant 0 \Leftrightarrow 1 \leqslant m \leqslant 3$.

Chọn D.

Câu 96. Đạo hàm: $y' = mx^2 - 4x + m + 3$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' \geqslant 0, \forall x \in \mathbb{R}$:

- $m = 0$ thì $y' = -4x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \dfrac{3}{4}$ (không thỏa mãn).
- $\begin{cases} a = m > 0 \\ \Delta'_{y'} = -m^2 - 3m + 4 \leqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geqslant 1$.

Suy ra giá trị m nhỏ nhất thỏa mãn bài toán là $m = 1$. **Chọn D.**

Câu 97. Ta có: $y' = -x^2 + m - 1$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' = -x^2 + m - 1 \leqslant 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m - 1 \leqslant 0 \Leftrightarrow m \leqslant 1$.

Chọn C.

Câu 98. Ta có $y' = (m+2)x^2 - 2(m+2)x + m - 8$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' \leqslant 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

- $m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$, khi đó $y' = -10 \leqslant 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ (thỏa mãn).
- $\begin{cases} a = m+2 < 0 \\ \Delta' = (m+2)^2 - (m+2)(m-8) \leqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 < 0 \\ 10(m+2) \leqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -2$.

Hợp hai trường hợp ta được $m \leqslant -2$. **Chọn C.**

Câu 99. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 2(m+1)x - (2m^2 - 3m + 2)$ là một tam thức bậc hai

Có $\Delta' = (m+1)^2 + 3(2m^2 - 3m + 2) = 7(m^2 - m + 1) > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Suy ra: Phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt $\forall m \in \mathbb{R}$, hay y' đổi dấu khi đi qua hai nghiệm đó. Vậy hàm số không đơn điệu trên $\mathbb{R}$. **Chọn C**

Câu 100. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 3x^2 - 2(m+1)x - (2m^2 - 3m + 2)$

Xét phương trình $y' = 0$ có:

$$\Delta' = (m+1)^2 + 3(2m^2 - 3m + 2) = 7(m^2 - m + 1) > 0, \forall m \in \mathbb{R}$$

Suy ra phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m. Giả sử $x_1 < x_2$

Để hàm số đồng biến trên $[2;+\infty) \Leftrightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm $x_1 < x_2 \leqslant 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - 2) + (x_2 - 2) < 0 \\ (x_1 - 2)(x_2 - 2) \geqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 < 4 \\ x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 \geqslant 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2(m+1)}{3} < 4 \\ \dfrac{-(2m^2 - 3m + 2)}{3} - 2.\dfrac{2(m+1)}{3} + 4 \geqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ -2 \leqslant m \leqslant \dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leqslant m \leqslant \frac{3}{2}.$$ **Chọn B.**

Câu 101. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = -x^2 + 2(m-1)x + m + 3$

Xét phương trình $y' = 0$ có: $\Delta' = (m-1)^2 + (m+3) = m^2 - m + 4 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$

Suy ra phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m. Giả sử $x_1 < x_2$

Để hàm số đồng biến trên $(0;3) \Leftrightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm $x_1 \leqslant 0 < 3 \leqslant x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -y'(0) \leqslant 0 \\ -y'(3) \leqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 3 \geqslant 0 \\ -9 + 6(m-1) + m + 3 \geqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geqslant -3 \\ m \geqslant \dfrac{12}{7} \end{cases} \Leftrightarrow m \geqslant \frac{12}{7}.$$ **Chọn C.**

Câu 102. Ta có $y' = x^2 + 6(m-1)x + 9$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 6\sqrt{3}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ |x_1 - x_2| = \dfrac{2\sqrt{\Delta'}}{|a|} = 6\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ \sqrt{\Delta'} = 3\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \Delta' = 27$$

$$\Leftrightarrow 9(m-1)^2 - 9 = 27 \Leftrightarrow (m-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = -1 \end{array}\right.$$ **Chọn D.**

Câu 103. Ta có $y' = 3x^2 + 6x + m$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $|x_1 - x_2| = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - 3m > 0 \\ 2\left|\dfrac{\sqrt{\Delta'}}{a}\right| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ 2.\dfrac{\sqrt{9-3m}}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m = \dfrac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m = \dfrac{9}{4}$$ **Chọn D.**

Câu 104. Ta có $y' = 8x^3 > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

Do vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **Chọn B.**

Câu 105. Ta có $y' = 8x^3 - 8x = 8x(x^2 - 1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$.

Vẽ phác họa bảng biến thiên và kết luận được rằng hàm số

- Đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.
- Nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$. **Chọn B.**

Câu 106. Dựa vào hình dáng của đồ thị, ta loại đáp án C và D.

Để hàm số nghịch biến thì đồ thị có hình dạng bên phải hướng xuống.

Suy ra hệ số $a < 0$. **Chọn B.**

Câu 107. Ta có $y' = 4x^3 - 4(m-1)x = 4x[x^2 - (m-1)]$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m-1 \end{array}\right.$.

- Nếu $m - 1 \leqslant 0 \Leftrightarrow m \leqslant 1$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(1;3)$.
- Nếu $m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$ thì hàm số có ba cực trị, vẽ bảng biến thiên ta thấy yêu cầu bài toán tương đương với $\sqrt{m-1} \leqslant 1 \Leftrightarrow m \leqslant 2$. Suy ra trong trường hợp này $1 < m \leqslant 2$.

Hợp các trường hợp ta được $m \in (-\infty;2]$. **Chọn B.**

Câu 108. Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$.

Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì hàm số chỉ có một cực trị $\Leftrightarrow m \leqslant 0$. **Chọn A.**

Câu 109. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Đạo hàm: $y' = \dfrac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 110. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Đạo hàm: $y'=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0,\forall x\neq 1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **Chọn D.**

Câu 111. A. $y'=\dfrac{4}{(x+2)^2}>0,\forall x\neq -2$ B. $y'=\dfrac{-4}{(x+2)^2}<0,\forall x\neq -2$

C. $y'=0,\forall x\neq 2$ D. $y'=\dfrac{4}{(x-2)^2}>0,\forall x\neq 2$

Vậy hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x+2}$ luôn nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Chọn B.

Câu 112. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{m}{2}\right\}$.

Ta có $y'=\dfrac{m^2-m-2}{(2x+m)^2}$. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y'=\dfrac{m^2-m-2}{(2x+m)^2}<0,\ \forall x\neq-\dfrac{m}{2}$

$\Leftrightarrow m^2-m-2<0\Leftrightarrow -1<m<2$. **Chọn D.**

Câu 113. Ta có $y'=\dfrac{-m+1}{(x-m)^2}$.

Với $-m+1<0\Leftrightarrow m>1$ thì hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;m)$ và $(m;+\infty)$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$ khi và chỉ khi $(-\infty;2)\subset(-\infty;m)\Leftrightarrow m\geqslant 2$. **Chọn C.**

Câu 114. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$. Ta có $y'=\dfrac{m^2-m-2}{(x+m)^2}$.

Để hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;+\infty)$ khi và chỉ khi

$\begin{cases}y'<0;\ \forall x\in D\\ x=-m\leqslant-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m\leqslant-1\\ m^2-m-2<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\geqslant1\\ (m+1)(m-2)<0\end{cases}\Leftrightarrow 2>m\geqslant1$. **Chọn C.**

Câu 115. Tập xác định $D=(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

Ta có $y'=\dfrac{-x^2+2x-m-1}{(1-x)^2},\ \forall x\neq1$.

Dấu của $f'(x)$ phụ thuộc vào dấu $g(x)=-x^2+2x-m-1$. Yêu cầu bài toán:

$\Leftrightarrow g(x)\leqslant0,\ \forall x\in D\Leftrightarrow -x^2+2x-m-1\leqslant0\Leftrightarrow x^2-2x+1+m\geqslant0,\ \forall x\in D$.

Ta thấy $\Delta'_{g(x)}=1-(1+m)=-m$. Do đó $\Delta'_{g(x)}=-m\leqslant0\Leftrightarrow m\geqslant0$. **Chọn B.**

Câu 116. Ta có $y'=2+a.\cos x-b.\sin x,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Để hàm số đã cho luôn luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geqslant 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 2 + a.\cos x - b.\sin x \geqslant 0 \Leftrightarrow b.\sin x - a.\cos x \leqslant 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}.\sin x - \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}.\cos x \leqslant \frac{2}{\sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow \sin(x-\alpha) \leqslant \frac{2}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

luôn đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\frac{2}{\sqrt{a^2+b^2}} \geqslant 1 \Leftrightarrow a^2+b^2 \leqslant 4$. **Chọn C.**

Câu 117. Ta có $f'(x) = \cos x - b$. Để hàm số nghịch biến:

$f'(x) = \cos x - b \Leftrightarrow f'(x) \leqslant 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \cos x \leqslant b, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow b \geqslant 1$. **Chọn A.**

Câu 118. Đặt $t = \tan x$, với $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ thì ta được $t \in (0;1)$.

Khi đó hàm số trở thành $y_{(t)} = \frac{t-2}{t-m}$.

Ta có $t' = \frac{1}{\cos^2 x} > 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ suy ra hàm t là hàm đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ hàm số $y_{(t)} = \frac{t-2}{t-m}$ đồng biến trên $(0;1)$. (*)

Đạo hàm $y'_{(t)} = \left(\frac{t-2}{t-m}\right)' = \frac{2-m}{(t-m)^2}$. Suy ra $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m>0 \\ m \neq t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2>m \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2>m\geqslant 1 \\ m \leqslant 0 \end{array}\right.$.

Chọn A.

Câu 119. Tập xác định $D = [-1;1]$. Ta có $y' = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Vẽ bảng biến thiên, suy ra được hàm số nghịch biến trên $[0;1]$. **Chọn C.**

Câu 120. Tập xác định $D = [0;2]$. Đạo hàm $y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Vẽ bảng biến thiên, suy ra được hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$. **Chọn C.**

Câu 121. Ta có các nhận xét sau:

- Hàm số $y = \sqrt{x^3-3x}$ xác định khi và chỉ khi $x^3 - 3x \geqslant 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geqslant \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} \leqslant x \leqslant 0 \end{array}\right.$.
- Ta có $y' = \frac{3x^2-3}{2\sqrt{x^3-3x}}$, $y' < 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow x \in (-1;1)$,

kết hợp với điều kiện $x^3 - 3x > 0$

Ta được $x \in \left(-\sqrt{3};0\right)$ là khoảng nghịch biến của hàm số đã cho.

Từ đây nhận xét được đáp án **B, C** sai.

- Tương tự, với lập luận như trên. Đáp án **D** cũng sai. **Chọn A.**

Câu 122. Chọn B. Vì $y' = 2 + 2\sin 2x = 2(\sin 2x + 1) \geqslant 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 123. Xét hàm số $y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ ta có $y'=\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}>0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. **Chọn B.**

Câu 124. Xét hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$. Ta có $y'=\frac{-1}{(x-1)^2}<0,\forall x\neq 1$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 125. Chọn A vì đúng theo lý thuyết SGK. Các mệnh đề sau sai vì:

Mệnh đề B thiếu điều kiện $f'(x)$ đổi dấu khi qua x_0.

Mệnh đề C sai, ví dụ hàm

$y=x^4$ có $\begin{cases} f'(0)=0 \\ f''(0)=0 \end{cases}$ nhưng $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Mệnh đề D sai. Sửa lại

"Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0".

Câu 126. Chọn D vì theo định lí trong SGK. Các mệnh đề sau sai vì:

Mệnh đề A sai, ví dụ hàm $y=|x|$ không có đạo hàm tại $x=0$ nhưng đạt cực tiểu tại $x=0$.

Mệnh đề B thiếu điều kiện $f'(x)$ đổi dấu khi qua x_0.

Mệnh đề C sai, ví dụ hàm:

$y=x^4$ có $\begin{cases} f'(0)=0 \\ f''(0)=0 \end{cases}$ nhưng $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 127. Các Mệnh đề A, B, D đều đúng theo định nghĩa trong SGK.

Mệnh đề C sai. Sửa lại "Nếu $y'(a)=0$ và $y''(a)>0$ thì $x=a$ là hoành độ điểm cực tiểu".

Chọn C.

Câu 128. Các Mệnh đề A, B, C đều đúng theo định nghĩa trong SGK.

Vì mệnh đề này chưa chỉ rõ ngoài $x_0\in(a;b)$ là cực đại của $f(x)$ thì còn có cực trị nào khác nữa hay không. Nếu có thêm điểm cực đại (hoặc cực tiểu khác) thì tính đơn điệu của hàm sẽ bị thay đổi theo. **Chọn D.**

Câu 129. Mệnh đề (1) sai vì thiếu điều kiện $f'(x)$ đổi dấu khi qua m.

Mệnh đề (2) sai, ví dụ cho hàm số $y=1$.

Mệnh đề (3) đúng theo định nghĩa cực trị trong SGK.

Mệnh đề (4) sai vì chưa chỉ ra $x_0\in(a;b)$ để $M=f(x_0)$.

Chọn B.

Câu 130. Ta có: $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow y = 4 \\ x = 1 \Rightarrow y = -1 \end{array}\right.$

Do đó giá trị cực đại của hàm số là $y_{CĐ} = 4$. **Chọn A.**

Câu 131. Ta có $y' = 3x^2 - 10x + 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 10x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = \frac{1}{3} \end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 132. Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

+ Với $x = 0 \Rightarrow y = 0$

+ Với $x = 2 \Rightarrow y = -4$. **Chọn C.**

Câu 133. Ta có $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y(-1) = 3 \\ y(1) = -1 \end{array}\right.$.

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = -1$. **Chọn A.**

Câu 134. Ta có $y' = 3x^2 + 8x - 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 8x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \Rightarrow y = 25 \\ x = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{175}{27} \end{array}\right. \Rightarrow x_{CT} = \frac{1}{3}$.

Chọn A.

Câu 135. Ta có $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y(1) = -2 \\ y(-1) = 2 \end{array}\right.$. Do đó $y_{CT} = -y_{CĐ}$. **Chọn D.**

Câu 136. Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y(3) = -23 \\ y(-1) = 9 \end{array}\right.$.

Suy ra $y(x_1).y(x_2) = -207$. **Chọn C.**

Câu 137. Ta có: $y' = (x-2)^2 + (x+1).2(x-2) = 3x(x-2)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Khi đó đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;4)$ và $B(2;0)$.

Suy ra: $AB = 2\sqrt{5}$. **Chọn A.**

Câu 138. Ta có $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;1)$ và $B(2;-3)$.

Khi đó trung điểm của AB là $I(1;-1)$.

Dễ thấy điểm đường thẳng $y = 2x - 3$ đi qua trung điểm $I(1;-1)$ của đoạn thẳng AB.

Chọn A.

Câu 139. Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 6m = 3(x^2 - 2mx + 2m)$.

Để hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 2m > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 2 \end{array}\right.. \text{ Chọn C.}$$

Câu 140. Nếu $m = 0$ thì $y = x^2 + x + 2017$: Hàm bậc hai luôn có cực trị.

Khi $m \neq 0$, ta có $y' = mx^2 + 2x + 1$.

Để hàm số có cực trị khi và chỉ khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = 1 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \neq m < 1.$$

Hợp hai trường hợp ta được $m < 1$. **Chọn D.**

Câu 141. Ta có $y' = 3(x+a)^2 + 3(x+b)^2 - 3x^2, \forall x \in \mathbb{R}$.

Có $y' = 0 \Leftrightarrow (x+a)^2 + (x+b)^2 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2(a+b)x + a^2 + b^2 = 0.$ $(*)$

Để hàm số đã cho đạt cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = (a+b)^2 - (a^2 + b^2) > 0 \Leftrightarrow ab > 0. \text{ Chọn A.}$$

Câu 142.

- Nếu $m = 3$ thì $y = -6x^2 + 3$. Đây là một Parabol nên có một cực trị.
- Nếu $m \neq 3$, ta có $y' = 3(m-3)x^2 - 4mx$.

Để hàm số có không có cực trị khi $y' = 0$ có nghiệm kép hoặc vô nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta' = 4m^2 \leqslant 0 \Leftrightarrow m = 0. \text{ Chọn C.}$$

Câu 143. Ta có $y' = x^2 - (3m+2)x + (2m^2 + 3m + 1)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm $x = 3$ và $x = 5$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 3(3m+2) + (2m^2 + 3m + 1) = 0 \\ 25 - 5(3m+2) + (2m^2 + 3m + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 - 6m + 4 = 0 \\ 2m^2 - 12m + 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2. \text{ Chọn C.}$$

Câu 144. Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \\ y(0) = 0 \\ y(2) = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \\ d = 0 \\ 8a + 4b + 2c + d = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 0 \end{cases}.$

Vậy phương trình hàm số cần tìm là: $y = x^3 - 3x^2$. **Chọn D.**

Câu 145. Ta có: $f'(x) = 6x^2 - 6x;\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} f(0) = -m \\ f(1) = -m - 1 \end{array}\right.$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m(m+1) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 0$.

Câu 146. Ta có $y' = 6x^2 - 6(m+1)x + 6m,\ y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (m+1)x + m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = m \end{array}\right.$.

Để hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow m \neq 1$.

Tọa độ các điểm cực trị là $A(1; m^3 + 3m - 1)$ và $B(m; 3m^2)$.

Suy ra $AB^2 = (m-1)^2 + (m^3 - 3m^2 + 3m - 1)^2 = (m-1)^2 + (m-1)^6$

Theo bài ra ta có

$$AB^2 = 2 \Leftrightarrow (m-1)^6 + (m-1)^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[(m-1)^2\right]^3 - 1 + \left[(m-1)^2 - 1\right] = 0$$

$\Leftrightarrow \left[(m-1)^2 - 1\right].\left[(m-1)^4 + (m-1)^2 + 2\right] = 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = 0 \end{array}\right.$ (thỏa mãn). **Chọn B.**

Câu 147. Ta có $y' = x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -1 \neq x_2$

$$\begin{cases} \Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 3) > 0 \\ y'(-1) = m^2 + 2m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 4 > 0 \\ m^2 + 2m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$$ **Chọn A.**

Câu 148. Ta có $y' = 9x^2 - 2mx + m$.

Để hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 9m > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 9.$ (*)

Theo giả thiết: $y'(-1) = 0 \Leftrightarrow 9 + 3m = 0 \Leftrightarrow m = -3$ (thỏa mãn (*)).

Với $m = -3$ thì $y' = 9x^2 + 6x - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \dfrac{1}{3} \end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 149. Ta có $y' = x^2 - 2mx + (m^2 - 4)$.

Vì $x = -1$ là điểm cực tiểu của hàm số nên $y'(-1) = 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -3 \end{array}\right.$.

Thử lại ta thấy chỉ có giá trị $m = -3$ thỏa mãn y' đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi qua $x = -1$.
Chọn B.

Câu 150. • Nếu $a = 0$ thì $y = 1$. Hàm hằng nên không có cực trị.

• Với $a \neq 0$, ta có $y' = 3ax^2 - 2ax = ax(3x - 2)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{2}{3} \end{array}\right.$.

- $a > 0$, dựa vào dáng điệu đồ thị suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = \dfrac{2}{3}$.
- $a < 0$, dựa vào dáng điệu đồ thị suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Chọn B.

Câu 151. Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1) = 3\left[x^2 - 2mx + (m^2 - 1)\right]$.

Do $\Delta' = m^2 - m^2 + 1 = 1 > 0$, $\forall m \in \mathbb{R}$ nên hàm số luôn có hai điểm cực trị x_1, x_2.

Theo Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow 4m^2 - 3(m^2 - 1) = 7 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

Chọn D.

Câu 152. Ta có $y' = 12x^2 + 2mx - 3$.

Do $\Delta' = m^2 + 36 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$ nên hàm số luôn có hai điểm cực trị x_1, x_2.

Theo Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{m}{6} \\ x_1x_2 = -\dfrac{1}{4} \end{cases}$. Mà $x_1 + 4x_2 = 0$.

Suy ra $\begin{cases} x_1 = -\dfrac{2}{9}m,\ x_2 = \dfrac{m}{18} \\ x_1x_2 = -\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \left(-\dfrac{2}{9}m\right).\dfrac{m}{18} = -\dfrac{1}{4} \Leftrightarrow m^2 = \dfrac{81}{4} \Leftrightarrow m = \pm\dfrac{9}{2}$. **Chọn A.**

Câu 153. Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow y = 5 + m \\ x = 3 \Rightarrow y = -27 + m \end{array}\right.$.

Suy ra tọa độ hai điểm cực trị là $A(-1;5+m)$ và $B(3;-27+m)$.

Suy ra đường thẳng đi qua hai điểm A, B có phương trình $y = -8x + m - 3$. **Chọn B.**

Câu 154. Đạo hàm $y' = x^2 - 2(m+2)x + (2m+3)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2m + 3 \end{array}\right.$.

Để hàm số có hai điểm cực trị x_1, $x_2 \Leftrightarrow 2m + 3 \neq 1 \Leftrightarrow m \neq -1$. (*)

Gọi $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$ là tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Khi đó $x_1 + x_2 = 2m + 4$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \dfrac{2m+4}{2} = 1 \Leftrightarrow m = -1$: không thỏa mãn (*). **Chọn D.**

Câu 155. Ta có $y' = 3x^2 + 3m$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = -m$.

Để hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m < 0$. (*)

Thực hiện phép chia y cho y' ta được phần dư $2mx + 1$, nên đường thẳng $\Delta : y = 2mx + 1$ chính là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.

Yêu cầu bài toán $d[M, \Delta] = \dfrac{2}{\sqrt{4m^2+1}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Đối chiếu điều kiện (*), ta chọn $m = -1$. **Chọn B.**

Câu 156. Ta có: $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 - m \end{array}\right.$

Để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow 2-m \neq -1 \Leftrightarrow m \neq 3$.

+ Nếu $-1 < 2-m \Leftrightarrow m < 3$, yêu cầu bài toán

$$\Leftrightarrow -2 < -1 < 2-m < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 3.$$

+ Nếu $2-m < -1 \Leftrightarrow m > 3$, yêu cầu bài toán

$$\Leftrightarrow -2 < 2-m < -1 < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 4.$$

Vậy $m \in (-1;3) \cup (3;4)$. **Chọn A.**

Câu 157. Ta có: $y' = 3x^2 + 12x + 3(m+2) = 3\left[x^2 + 4x + (m+2)\right]$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$x_1 < -1 < x_2 \Leftrightarrow y'(-1) < 0 \Leftrightarrow m < 1$. **Chọn B.**

Câu 158. Ta có: $y' = x^2 - 2mx + m + 2$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \\ S = x_1 + x_2 > 0 \\ P = x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)(m-2) > 0 \\ 2m > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -1 \end{array}\right. \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$ **Chọn A.**

Câu 159. Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + 3m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - 9m > 0 \\ (x_1 - 2) + (x_2 - 2) < 0 \\ (x_1 - 2)(x_2 - 2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ x_1 + x_2 < 4 \\ x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ 2 < 4 \\ m - 2.2 + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$ **Chọn D.**

Câu 160. Ta có: $y' = 6x^2 - 6(2a+1)x + 6a(a+1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = a \\ x_2 = a + 1 \end{array}\right.$

Vậy $|x_2 - x_1| = |(a+1) - a| = 1$. **Chọn D.**

Câu 161. Ta có $y' = 6x^2 + 2mx - 12$.

Do $\Delta' = m^2 + 72 > 0$, $\forall m \in \mathbb{R}$ nên hàm số luôn có hai điểm cực trị x_1, x_2.

Gọi $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ là tọa độ hai điểm cực trị.

Yêu cầu bài toán: $\Leftrightarrow |x_1| = |x_2| \Leftrightarrow x_1 = -x_2$ (do $x_1 \neq x_2$)

$x_1 + x_2 = -\dfrac{m}{3} = 0 \Leftrightarrow m = 0$. **Chọn D.**

Câu 162. Ta có $y' = -3x^2 + 6mx = -3x(x-2m)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2m \end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow m \neq 0$.

Khi đó gọi $A(0;-3m-1)$ và $B(2m;4m^3-3m-1)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Do đó trung điểm của AB là điểm $I(m;2m^3-3m-1) \in d$.

Suy ra : $\overrightarrow{AB} = (2m;4m^3) = 2m(1;m^2)$.

Và véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là : $\vec{u} = (8;-1)$

Vì A và B đối xứng với nhau qua d :

$$\begin{cases} I \in d \\ \overrightarrow{AB}.\vec{u} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 8(2m^3 - 3m - 1) - 74 = 0 \\ 8 - 2m^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

Nên $m + 8(2m^3 - 3m - 1) - 74 = 0 \Leftrightarrow m = 2$. **Chọn Câu D.**

Câu 163. Đạo hàm $y' = x^2 - 2(m+1)x + (2m+1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2m+1 \end{array}\right.$.

Với $m > 0$ thì $2m+1 \neq 1$ nên đồ thị hàm số luôn có hai điểm cực trị.

Do $m > 0$ nên $2m+1 > 1$, suy ra hoành độ điểm cực đại là

$x = 1$ nên $y_{CD} = y(1) = m - 1$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y_{CD} = 0 \Leftrightarrow m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$: thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 164. Đạo hàm $y' = 3x^2 + 6x + m$. Với $\Delta'_{y'} = 9 - 3m$

Đồ thì hàm số có cực đại và cực tiểu khi: $\Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow m < 3$

Ta có $y = \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}\right).y' + \left(\frac{2m}{3} - 2\right)x + \left(\frac{2m}{3} - 2\right)$

Gọi x_1, x_2 là hoành độ của hai điểm cực trị khi đó:

$$\begin{cases} y_1 = \left(\frac{2m}{3} - 2\right)x_1 + \left(\frac{2m}{3} - 2\right) \\ y_2 = \left(\frac{2m}{3} - 2\right)x_2 + \left(\frac{2m}{3} - 2\right) \end{cases}.$$

Hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành khi:

$$y_1.y_2 < 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2m}{3} - 2\right)^2 (x_1 + 1)(x_2 + 1) < 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2m}{3} - 2\right)^2 (x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1) < 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2m}{3} - 2\right)^2 \left(\frac{m}{3} - 1\right) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m \neq 3 \end{cases}$$. **Chọn C.**

Câu 165. Đạo hàm $y' = x^2 - 2mx + (2m-1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2m-1 \end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $2m - 1 \neq 1 \Leftrightarrow m \neq 1$. (*)

Để hai điểm cực trị nằm về cùng một phía đối với trục tung $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 cùng dấu $\Leftrightarrow 2m-1>0 \Leftrightarrow m>\frac{1}{2}$.

Kết hợp với (*), ta được $\frac{1}{2}<m\neq 1$. **Chọn C.**

Câu 166. Đạo hàm: $y'=3ax^2+2bx+c$.

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục tung khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 trái dấu. Suy ra a và c trái dấu. **Chọn B.**

Câu 167. Ta có: $y'=3x^2-6mx=3x(x-2m)$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=4m^2-2 \\ x=2m \Rightarrow y=4m^2-4m^3-2 \end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow m\neq 0$.

Khi đó tọa độ hai điểm cực trị là $A(0;4m^2-2)$ và $B(2m;4m^2-4m^3-2)$.

Do $I(1;0)$ là trung điểm của AB nên

$$\begin{cases} 0+2m=2 \\ (4m^2-2)+(4m^2-4m^3-2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=1.$$ **Chọn C.**

Câu 168. Ta có $y'=3x^2-6mx=3x(x-2m)$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2m \end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0\neq 2m \Leftrightarrow m\neq 0$.

Tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A(0;2)$ và $B(2m;2-4m^3)$.

Suy ra $\overrightarrow{MA}=(-1;4)$, $\overrightarrow{MB}=(2m-1;4-4m^3)$.

Theo giả thiết A, B và M thẳng hàng $\Leftrightarrow \frac{2m-1}{-1}=\frac{4-4m^3}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \text{ (loại)} \\ m=\pm\sqrt{2} \text{ (thỏa mãn)} \end{array}\right.$.

Chọn D.

Câu 169. Ta có $y'=-3x^2+3m=-3(x^2-m)$.

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow x^2-m=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0$.

Tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A(-\sqrt{m};1-2m\sqrt{m}) \text{ và } B(\sqrt{m};1+2m\sqrt{m}).$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0 \Leftrightarrow 4m^3+m-1=0 \Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$ (thỏa điều kiện). **Chọn C.**

Câu 170. Ta có $y'=-4x^3+4x=-4x(x^2-1)$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Suy ra đồ thị hàm số có ba điểm cực trị. Lại có hệ số của x^4 là $-1<0$ nên đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại. **Chọn D.**

Câu 171. Ta có: $y' = 4x^3 - 2x = 2x(2x^2 - 1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = \dfrac{3}{4} \\ x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = \dfrac{3}{4} \end{array}\right.$. **Chọn C.**

Câu 172. Ta có $f(x) = x^4 - 6x^2 + 9 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 12x$.

Tính $f''(x) = 12x^2 - 12$; $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Vẽ bảng biến thiên, ta thấy $f'(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$, giá trị cực đại là $f'(-1) = 8$.

Chọn A.

Câu 173. Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = -\dfrac{b}{2a} \end{array}\right.$.

Để hàm số có ba cực trị thì phương trình $x^2 = -\dfrac{b}{2a}$ có hai nghiệm phân biệt khác 0

$\Leftrightarrow -\dfrac{b}{2a} > 0 \Leftrightarrow ab < 0$. Khi đó a, b trái dấu và c bất kì. **Chọn B.**

Câu 174. Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = -\dfrac{b}{2a} \end{array}\right.$

Để hàm số có một cực tiểu và hai cực đại $\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \text{ (dạng đồ thị)} \\ -\dfrac{b}{2a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 175. Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = -\dfrac{b}{2a} \end{array}\right.$

Để hàm số có một cực trị thì $(*)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép bằng 0

$\Leftrightarrow -\dfrac{b}{2a} \leqslant 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \\ ab > 0 \end{array}\right.$.

Khi đó, để cực trị này là cực tiểu thì $a > 0$. Vậy $a > 0, b \geqslant 0$. **Chọn D.**

Câu 176. Ta có $y' = 4x^3 + 4mx = 4x(x^2 + m)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = -m \end{array}\right.$.

Để hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow$ $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -m > 0 \Leftrightarrow m < 0$. **Chọn C.**

Câu 177. Ta có $y' = 4x^3 - 6x + a$ và $y'' = 12x^2 - 6$.

Do $A(2; -2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số nên

$$\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \\ y(2) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 32 - 12 + a = 0 \\ 48 - 6 > 0 \\ 16 - 12 + 2a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -20 \\ b = 34 \end{cases} \Rightarrow a + b = -14.$$ **Chọn A.**

Câu 178. Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx$ và $y'' = 12ax^2 + 2b$.

Đồ thị có điểm cực đại $A(0;-3) \Leftrightarrow \begin{cases} y'(0) = 0 \\ y''(0) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow b < 0$

Đồ thị có điểm cực tiểu $B(-1;-5) \Leftrightarrow \begin{cases} y'(-1) = 0 \\ y''(-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ 6a + b > 0 \end{cases}$

Mặt khác $A, B \in (C): y = ax^4 + bx^2 + c \Leftrightarrow \begin{cases} c = -3 \\ a + b + c = -5 \end{cases}$

Vậy ta có hệ phương trình $\begin{cases} 2a + b = 0 \\ c = -3 \\ a + b + c = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = -2 \\ c = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = -3 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Chọn B.

Câu 179. Ta có $y' = 4x^3 - 4(m^2 - m + 1)x = 4x\left[x^2 - (m^2 - m + 1)\right]$;

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{m^2 - m + 1} \end{array}\right.$$

Suy ra đồ thị có hai điểm cực tiểu là $A\left(-\sqrt{m^2 - m + 1}; y_{CT}\right)$ và $B\left(\sqrt{m^2 - m + 1}; y_{CT}\right)$.

Khi đó $AB^2 = 4(m^2 - m + 1) = 4\left[\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right] \geqslant 3$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$. **Chọn B.**

Câu 180. Ta có $y' = -4x^3 + 4mx = -4x(x^2 - m)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$.

Để hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m > 0$.

Tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$A(0;-4) \in Oy$, $B\left(-\sqrt{m}; m^2 - 4\right)$ và $C\left(\sqrt{m}; m^2 - 4\right)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow B, C \in Ox \Leftrightarrow m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2\,(L) \\ m = 2\,(tm) \end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 181. Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$.

Suy ra tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$A(0;1)$, $B\left(\sqrt{m}; 1 - m^2\right)$ và $C\left(-\sqrt{m}; 1 - m^2\right)$.

Yêu cầu bài toán:

$BC = 4 \Leftrightarrow 2\sqrt{m} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{m} = 2 \Leftrightarrow m = 4$ (thỏa mãn điều kiện). **Chọn C.**

Câu 182. Ta có: $y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x(x^2 - m - 1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m + 1 \end{array}\right.$.

Để hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m+1>0 \Leftrightarrow m>-1$.

Suy ra tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A\left(0;m^2\right),\ B\left(\sqrt{m+1};-2m-1\right) \text{ và } C\left(-\sqrt{m+1};-2m-1\right).$$

Khi đó: $\overrightarrow{AB}=\left(\sqrt{m+1};-2m-1-m^2\right)$ và $\overrightarrow{AC}=\left(-\sqrt{m+1};-2m-1-m^2\right)$

Yêu cầu bài toán

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0 \Leftrightarrow -(m+1)+(m+1)^4=0 \Leftrightarrow (m+1)\left[(m+1)^3-1\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=0 \end{array}\right..$$

Đối chiếu điều kiện tồn tại cực trị, ta được $m=0$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 183. Ta có: $y'=4x^3+4mx=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=-m \end{array}\right.$

Điều kiện để hàm số có 3 điểm cực trị là: $-m>0 \Leftrightarrow m<0$.

Khi đó ta có toạ độ 3 điểm cực trị là: $A(0;1); B\left(\sqrt{-m};-m^2+1\right); C\left(-\sqrt{-m};-m^2+1\right)$

Do $AB^2=AC^2=-m+m^4$ nên tam giác ABC luôn cân tại A.

Do ABC luôn cân suy ra nó vuông cân tại A.

Do đó $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0 \Leftrightarrow m+m^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0\ \ (loại) \\ m=-1 \end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 184. Ta có $y'=x^3-2(3m+1)x=x\left[x^2-2(3m+1)\right];\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=2(3m+1) \end{array}\right.$.

Để hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow 2(3m+1)>0 \Leftrightarrow m>-\dfrac{1}{3}$.

Khi đó đồ thị có ba điểm cực trị là

$$A(0;2(m+1)),\ B\left(-\sqrt{2(3m+1)};-9m^2-4m+1\right) \text{ và } C\left(\sqrt{2(3m+1)};-9m^2-4m+1\right).$$

Suy ra tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G=\left(0;\dfrac{2(m+1)+2\left(-9m^2-4m+1\right)}{3}\right)$.

Yêu cầu bài toán: $G\equiv O \Leftrightarrow 2(m+1)+2\left(-9m^2-4m+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{1}{3}(tm) \\ m=-\dfrac{2}{3}(L) \end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 185. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Đạo hàm: $y'=\dfrac{x^2-2x-m+1}{(x-1)^2}$. Đặt $f(x)=x^2-2x-m+1$

Để hàm số có cực đại và cực tiểu khi: $\left\{\begin{array}{l} \Delta'_{f(x)}>0 \\ f(1)\neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m>0 \\ m\neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow m>0$. **Chọn D.**

Câu 186. TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Đạo hàm $y' = \dfrac{x^2 + 2mx + m^2 - 1}{(x+m)^2}$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ nên $y'(2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = -3 \end{array}\right.$.

Thử lại với $m = -1$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$: không thỏa mãn.

Thử lại với $m = -3$ thì hàm số đạt cực đại tại $x = 2$: thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 187. Đạo hàm cấp 1: $y' = 2\cos 2x - 1$

Đạo hàm cấp 2: $y'' = -4\sin 2x$

Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{\pi}{6} + k\pi \\ x_2 = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z})$

Do $y''\left(\dfrac{\pi}{6} + k\pi\right) = -4\dfrac{\sqrt{3}}{2} < 0$; $y''\left(-\dfrac{\pi}{6} + k\pi\right) = -4\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) > 0$. **Chọn C.**

Câu 188. Đạo hàm: $y' = 1 - 2\sin x$

Khi đó: $y' = 0 \Leftrightarrow \sin x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \ (k \in \mathbb{Z})$. Vì $x \in (0;\pi) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} \\ x = \dfrac{5\pi}{6} \end{array}\right.$

Mặt khác: $y'' = -2\cos x$. Do đó $\left\{\begin{array}{l} y''\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = -2.\dfrac{\sqrt{3}}{2} < 0 \\ y''\left(\dfrac{5\pi}{6}\right) = -2\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) > 0 \end{array}\right.$

Giá trị cực đại của hàm số là $y\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{\pi}{6} + \sqrt{3}$. **Chọn C.**

Câu 189. Ta có $y = \sin x - \sqrt{3}\cos x = 2\sin\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right)$

Đạo hàm cấp 1: $y' = 2\cos\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right)$; Đạo hàm cấp 2: $y'' = -2\sin\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right)$

Vì: $\left\{\begin{array}{l} y'\left(\dfrac{5\pi}{6}\right) = 2\cos\dfrac{\pi}{2} = 0 \\ y''\left(\dfrac{5\pi}{6}\right) = -2\sin\dfrac{\pi}{2} < 0 \end{array}\right.$. Suy ra $x = \dfrac{5\pi}{6}$ là điểm cực đại. **Chọn C.**

Câu 190. Đạo hàm cấp 1: $y' = 3\cos 3x + m\cos x$; Đạo hàm cấp 2: $y'' = -9\sin 3x - m\sin x$

Để hàm số đạt cực đại tại điểm $x=\frac{\pi}{3}$ khi:

$$\begin{cases} y'\left(\frac{\pi}{3}\right)=0 \\ y''\left(\frac{\pi}{3}\right)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\cos\pi + m\cos\frac{\pi}{3}=0 \\ -9\sin\pi - m\sin\frac{\pi}{3}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=6 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m=6.$$ **Chọn C.**

Câu 191. Đạo hàm: $y'=a\cos x-b\sin x+1$

Hàm số đạt cực trị tại $x=\frac{\pi}{3}; x=\pi$ nên:

$$\begin{cases} y'\left(\frac{\pi}{3}\right)=0 \\ y'(\pi)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a-\frac{\sqrt{3}}{2}b+1=0 \\ -a+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow a+b=\sqrt{3}+1.$$ **Chọn C.**

Câu 192. TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Đạo hàm $y'=\frac{3x^3+4x}{\sqrt{x^2+2}}$; $y'=0 \Leftrightarrow x=0$.

Vẽ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$. **Chọn B.**

Câu 193. Chọn D.

A sai vì hàm số có 2 điểm cực trị.

B sai vì hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1.

C. sai vì hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên R.

D. Đúng.

Câu 194. Đạo hàm: $G'(x)=0{,}05x(30-x)-0{,}025x^2=1{,}5x-0{,}075x^2$

Cho $G'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \ (loại) \\ x=20 \end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 195. Đạo hàm $y'=\frac{-3}{2\sqrt{4-3x}}<0,\ \forall x\in[-1;1]$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên đoạn $[-1;1]$. Do đó $\begin{cases} \max\limits_{[-1;1]} y=y(-1)=\sqrt{7} \\ \min\limits_{[-1;1]} y=y(1)=1 \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 196. Chọn D.

Câu 197. Chọn D.

Câu 198. Tập xác định: $D=[-2;2]$.

Đạo hàm $f'(x)=\sqrt{4-x^2}-\frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}=\frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}$.

Suy ra $f'(x)=0 \Leftrightarrow 4-2x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2}\in[-2;2] \\ x=-\sqrt{2}\in[-2;2] \end{array}\right.$.

Do hàm số liên tục trên đoạn $[-2;2]$

và có $f(-2)=0;\ f\left(-\sqrt{2}\right)=-2;\ f\left(\sqrt{2}\right)=2;\ f(2)=0$.

Vậy GTNN của hàm số bằng -2 và GTLN của hàm số bằng 2. **Chọn C.**

Câu 199. Ta có $y'=\dfrac{1-\dfrac{1}{x^2}}{2\sqrt{x+\dfrac{1}{x}}}=\dfrac{x^2-1}{2x^2\sqrt{x+\dfrac{1}{x}}};\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin(0;+\infty)\\x=1\in(0;+\infty)\end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên trên khoảng $(0;+\infty)$

Ta tìm được giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y(1)=\sqrt{2}$. **Chọn A.**

Câu 200. Đạo hàm $f'(x)=6x^2+6x;\ f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\notin\left[-2;-\dfrac{1}{2}\right]\\x=-1\in\left[-2;-\dfrac{1}{2}\right]\end{array}\right.$.

Do hàm số liên tục trên đoạn $\left[-2;-\dfrac{1}{2}\right]$ và có $f(-2)=-5;\ f(-1)=0;\ f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}$.

Suy ra $m=\min\limits_{\left[-2;-\frac{1}{2}\right]}f(x)=-5;\ M=\max\limits_{\left[-2;-\frac{1}{2}\right]}f(x)=0$ nên $M-m=5$. **Chọn D.**

Câu 201. Ta có $y=-4x^2-4x-1=-(2x+1)^2\leqslant 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên đoạn $[-1;1]$ nên có giá trị nhỏ nhất tại $x=1$ và giá trị lớn nhất tại $x=-1$. **Chọn B.**

Câu 202. Đạo hàm $y'=\dfrac{x^2-2x-3}{x-1}=0;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin[2;4]\\x=3\in[2;4]\end{array}\right.$.

Do hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[2;4]$ và có $y(2)=7;\ y(3)=6;\ y(4)=\dfrac{19}{3}$.

Suy ra $\min\limits_{[2;4]}y=6$. **Chọn A.**

Câu 203. Xét hàm số $g(x)=x^2+4x-5$ liên tục trên đoạn $[-6;6]$.

Đạo hàm $g'(x)=2x+4;\ g'(x)=0\Leftrightarrow x=-2\in[-6;6]$.

Lại có $g(x)=0\Leftrightarrow x^2+4x-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[-6;6]\\x=-5\in[-6;6]\end{array}\right.$.

Ta có $g(-6)=7;\ \ g(-2)=-9;\ \ g(6)=55;\ \ g(1)=\ g(-5)=0$.

Suy ra $\min\limits_{[-6;6]}f(x)=\min\limits_{[-6;6]}\left\{|g(-6)|;\ |g(-2)|;\ |g(6)|;\ |g(1)|;\ |g(-5)|\right\}=0$. **Chọn A.**

Câu 204. Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-4;4]$.

- Nếu $x\in[1;2]$ thì $x^2-3x+2\leqslant 0$ nên ta được $f(x)=-x^2+2x-2$.

Đạo hàm $f'(x)=-2x+2$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1\in[1;2]$.

Ta có $f(1)=-1$; $f(2)=-2$.

- Nếu $x\in[-4;1]\cup[2;4]$ thì $x^2-3x+2\geqslant 0$ nên ta được $f(x)=x^2-4x+2$.

  Đạo hàm $f'(x)=2x-4$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=2\in[-4;1]\cup[2;4]$.

  Ta có $f(-4)=34$; $f(1)=-1$; $f(2)=-2$; $f(4)=2$.

So sánh hai trường hợp, ta được $\max\limits_{[-4;4]} f(x)=34$ khi $x=-4$. **Chọn C.**

Câu 205. Ta có: $y'=2x-\dfrac{2}{x^2}=\dfrac{2x^3-2}{x^2}$; $y'=0 \Leftrightarrow x=1\in(0;+\infty)$.

Qua điểm $x=1$ thì hàm số đổi dấu từ âm sang dương trong khoảng $(0;+\infty)$.

Suy ra trên khoảng $(0;+\infty)$ hàm số chỉ có một cực trị và là giá trị cực tiểu nên đó cũng chính là giá trị nhỏ nhất của hàm số.

Vậy $\min\limits_{(0;+\infty)} y=y(1)=3$. **Chọn C.**

Câu 206. Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[3;5]$.

Đạo hàm $y'=2x-\dfrac{2}{x^2}=\dfrac{2(x^3-1)}{x^2}>0,\ \forall x\in[3;5]$.

Suy ra hàm số đồng biến trên $[3;5]$ nên $\min\limits_{[3;5]} y=y(3)=\dfrac{29}{3}$; $\max\limits_{[3;5]} y=y(5)=\dfrac{127}{5}$.

Vậy tập giá trị của hàm số là đoạn $\left[\dfrac{29}{3};\dfrac{127}{5}\right]$. **Chọn C.**

Câu 207. Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[2;4]$.

Đạo hàm $f'(x)=1-\dfrac{9}{x^2}=\dfrac{x^2-9}{x^2}$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3\in[2;4] \\ x=-3\notin[2;4] \end{array}\right.$.

Ta có $f(2)=\dfrac{13}{2}$; $f(3)=6$; $f(4)=\dfrac{25}{4}$.

Suy ra $\min\limits_{[2;4]} y=6$; $\max\limits_{[2;4]} y=\dfrac{13}{2}$ nên $T=\left[6;\dfrac{13}{2}\right]$. Suy ra $b-a=\dfrac{13}{2}-6=\dfrac{1}{2}$. **Chọn D.**

Câu 208. Vì $0\in[-1;2]$ và có $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^-} y=+\infty \\ \lim\limits_{x\to 0^+} y=-\infty \end{cases}$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất. **Chọn D.**

Câu 209. Đặt $t=\cos x, t\in[-1;1]$.

Xét hàm số $f(t)=2t^3-\dfrac{9}{2}t^2+3t+\dfrac{1}{2}$ xác định và liên tục trên $[-1;1]$

Ta có: $f'(t)=6t^2-9t+3$; $f'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\in[-1;1] \\ t=\dfrac{1}{2}\in[-1;1] \end{array}\right.$

Khi đó: $f(-1)=-9$; $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{9}{8}$; $f(1)=1$. Suy ra: $\min\limits_{[-1;1]} f(t)=-9$, hay $\min y=-9$. **Chọn D.**

Câu 210. Sai từ bước (III) do không chỉ ra được khi nào dấu "=" xảy ra. **Chọn C.**

Câu 211. Ta có: $f'(x)=3x^2+1+\sin x>0, \forall x\in\mathbb{R}$

Suy ra hàm số đồng biến trên $[0;+\infty)$

Khi đó hàm số không có giá trị lớn nhất, và có giá trị nhỏ nhất là

$\min\limits_{[0;+\infty)} f(x)=f(0)=-5$. **Chọn B.**

Câu 212. Ta có: $y'=3x^2-6x-9$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\notin[0;4] \\ x=3\in[0;4] \end{array}\right.$

Ta có: $y(0)=28$; $y(3)=1$; $y(4)=8$

Do hàm số xác định và liên tục trên $[0;4]$ nên $\min\limits_{[0;4]} y=1$ khi $x=3$. **Chọn B.**

Câu 213. Do $-1\in[-2;2]$ và có $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x-1}{x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x-1}{x+1}=+\infty$.

Do đó hàm số này không có giá trị nhỏ nhất và lớn nhất trên $[-2;2]$. **Chọn C.**

Câu 214. Ta có $y'=\dfrac{1+m^2}{(x+1)^2}>0, \forall x\in[0;1]$. Khi đó hàm số luôn đồng biến trên $[0;1]$.

Lại có hàm số liên tục trên $[0;1]$ nên $\max\limits_{[0;1]} y=y(1)=\dfrac{1-m^2}{2}$. **Chọn C.**

Câu 215. Ta có $y'=\dfrac{-1-m^2}{(x-1)^2}<0, \forall x\in[-1;0]$. Suy ra hàm số luôn nghịch biến trên $[-1;0]$.

Do hàm số liên tục trên $[-1;0]$ nên $\min\limits_{[-1;0]} y=y(0)=-m^2$. **Chọn B.**

Câu 216. Ta có $y'=-3x^2-6x=-3x(x+2)$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\,(tm) \\ x=-2\,(L) \end{array}\right.$

Ta thấy $y(-1)=a-2$; $y(0)=a$; $y(1)=a-4$.

Do $a-4<a-2<a$ và hàm số liên tục trên $[-1;1]$ nên $\min\limits_{[-1;1]} y=a-4=0 \Leftrightarrow a=4$.

Chọn D.

Câu 217. Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[0;3]$.

Ta có $y'=\dfrac{8+m^2}{x+8}>0, \forall x\in[0;3]$. Suy ra hàm số đồng biến trên $[0;3]$.

Do đó $\min\limits_{[0;3]} f(x) = f(0) = -\dfrac{m^2}{8} = -2 \Leftrightarrow m = \pm 4$. **Chọn A.**

Câu 218. Đạo hàm: $y' = \dfrac{m^2+1}{\left(x+m^2\right)^2} > 0, \forall x \in [2;5]$. Hàm số đồng biến trên $(2;5)$.

Do hàm số liên tục trên đoạn $[2;5]$ nên

$\min\limits_{[2;5]} y = y(2) = \dfrac{1}{2+m^2} = \dfrac{1}{6} \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$. **Chọn B.**

Câu 219. Đạo hàm $y' = -2x + 4$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in [-1;3]$

Lại có: $f(-1) = -5 - m$; $f(2) = 4 - m$; $f(3) = 3 - m$

Do $f(-1) < f(3) < f(2)$ và hàm số liên tục trên $[-1;3]$ nên $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(2) = 4 - m$.

Theo bài ra: $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = 10 \Leftrightarrow 4 - m = 10 \Leftrightarrow m = -6$. **Chọn B.**

Câu 220. Ta có: $f'(x) = \dfrac{m^2 - m + 1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in [0;1]$

Suy ra hàm số luôn đồng biến trên $[0;1]$. Do hàm số liên tục trên $[0;1]$

Khi đó: $\min\limits_{[0;1]} f(x) = f(0) = -m^2 + m$.

Theo bài ra: $\min\limits_{[0;1]} f(x) = -2 \Leftrightarrow -m^2 + m = -2 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 2 \end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 221. Gọi $a, b > 0$ lần lượt là chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật.

Diện tích của hình chữ nhật: $S = ab$.

Chu vi hình chữ nhật: $P = 2(a+b) \geq 2.2\sqrt{ab} = 4\sqrt{ab} = 4\sqrt{S}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b$.

Vậy $\min P = 4\sqrt{S}$. **Chọn B.**

Câu 222. Gọi $a, b > 0$ lần lượt là chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật.

Suy ra $2(a+b) = 16 \Leftrightarrow a + b = 8$.

Diện tích hình chữ nhật: $S = ab \leqslant \dfrac{(a+b)^2}{4} = \dfrac{8^2}{4} = 16\,cm^2$. **Chọn C.**

Câu 223. Ta có

$$f(t) = 45t^2 - t^3 \Rightarrow f'(t) = 90t - 3t^2 \xrightarrow{g(t)=90t-3t^2} g'(t) = 90 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 15.$$

Dựa vào bảng biến thiên của $g(t)$ ta được $t = 15$ là giá trị cần tìm. **Chọn D.**

Câu 224. Hộp có đáy là hình vuông cạnh bằng $12 - 2x$(cm) và chiều cao x(cm) với $0 < x < 6$.

Do đó thể tích khối hộp $V = (12-2x)^2.x = 4x^3 - 48x^2 + 144x$.

Xét hàm số $y = 4x^3 - 48x^2 + 144x$ trên khoảng $(0;6)$ ta tìm được

$V_{max} = \max\limits_{(0;6)} y = y(2) = 128$. Vậy với $x = 2(cm)$ thể tích khối hộp lớn nhất.

Cách khác.

$$V = x(12-2x)^2 = \frac{1}{4}.4x.(12-2x).(12-2x) \leqslant \frac{1}{4}\left(\frac{4x+12-2x+12-2x}{3}\right)^3 = 128.$$

Suy ra $V_{max} = 128 \Leftrightarrow 4x = 12 - 2x \Leftrightarrow x = 2$. **Chọn C.**

Câu 225. Đặc trưng của đồ thị là hàm bậc ba. Loại đáp án A và C.

Dáng điệu của đồ thị (bên phải hướng lên) nên $a > 0$. **Chọn D.**

Câu 226. Dựa vào đồ thị ta thấy phía bên phải hướng lên nên $a > 0$. Loại đáp án A, D.

Hàm số đạt cực trị tại $x = -2$ và $x = 0$. Do đó chỉ có B thỏa mãn vì

$y' = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 227. Dựa vào đồ thị thấy phía bên phải hướng xuống nên hệ số của x^3 phải âm. Loại đáp án B, D.

Để ý thấy khi $x = 0$ thì $y = 2$. Do đó chỉ có đáp án C phù hợp. **Chọn C.**

Câu 228. Để ý thấy khi $x = 0$ thì $y = 2$ nên ta loại đáp án A.

Dựa vào đồ thị thấy hàm số có một cực trị nên ta loại đáp án B vì $y' = -3x^2 + 3$ có hai nghiệm.

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1;1)$ nên chỉ có D thỏa mãn. **Chọn D.**

Câu 229. Dựa vào bảng biến thiên, ta để ý:

- Phía bên phải hướng lên nên loại đáp án C và D.
- Tọa độ các điểm cực trị là $(-1;2)$ và $(1;-2)$ nên đáp án A là phù hợp. **Chọn A.**

Câu 230. Đồ thị có bên phải hướng lên nên $a > 0$. Do đó đáp án A sai.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$. Do đó đáp án B đúng.

Hàm số có hai cực trị. Do đó đáp án C sai.

Vì đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên hệ số tự do của hàm số phải bằng 0.

Do đó đáp án D sai. **Chọn B.**

Câu 231. Dựa vào đồ thị thấy phía bên phải hướng lên nên hệ số của x^4 phải dương. Loại đáp án A.

Để ý thấy khi $x = 0$ thì $y = 2$ nên ta loại đáp án D.

Hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $x = \pm 1$ nên chỉ có B phù hợp vì

$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 232. Dựa vào dạng đồ thị thể hiện $a < 0$ nên loại A.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 nên thể hiện $c = -1$, loại D.

Ta thấy đồ thị tiếp xúc với đường $y=1$ nên thử thay $y=1$ vào B và C. Kết quả nào đưa về được bình phương của một tổng là nhận. Khi đó ta chọn được B, thật vậy:

$-2x^4+4x^2-1=1 \Leftrightarrow 2x^4-4x^2+2=0 \Leftrightarrow 2\left(x^2-1\right)^2=0.$

Cách khác. Nhìn thấy đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(1;1)$ nên thử thay vào B và C thì chỉ có B thỏa. **Chọn B.**

Câu 233. Dựa vào đồ thị thấy khi $x=0$ thì $y=3$ nên loại đáp án B.

Hàm số có một cực trị nên a, b cùng dấu. Loại C.

Hình dáng đồ thị có bên phải đi xuống nên $a<0$ nên loại D. **Chọn A.**

Câu 234. Dựa vào đồ thị ta thấy khi $x=0$ thì $y\neq 2$ nên loại A, B.

Hàm số có một cực trị nên a, b cùng dấu. Loại C. **Chọn D.**

Câu 235. Các phát biểu A, B, C đều đúng.

Đáp án D sai vì khi $x=0$ thì $y=-3$, điều này chứng tỏ hệ số $c=-3$. **Chọn D.**

Câu 236. Các chi tiết đồ thị hàm số có TCĐ: $x=-\frac{1}{2}$ và TCN: $y=\frac{1}{2}$ đều giống nhau.

Chỉ có chi tiết đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ là phù hợp cho đáp án C. **Chọn C.**

Câu 237. Nhắc lại lí thuyết: Đồ thị hàm số $y=f\left(|x|\right)$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ bằng cách

- Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y=f(x)$ với $x\geqslant 0$.
- Sau đó lấy đối xứng phần đồ thị vừa giữ ở trên qua trục Oy. **Chọn D.**

Câu 238. Nhắc lại lí thuyết: Đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ bằng cách

- Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y=f(x)$ với $y\geqslant 0$.
- Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y=f(x)$ với $y<0$ qua trục Ox. **Chọn B.**

Câu 239. Xét trên $(0;1)$ ta thấy đồ thị đi xuống (từ trái sang phải) nên hàm số nghịch biến. Do đó (I) đúng

Xét trên $(-1;2)$ ta thấy đồ thị đi lên, rồi đi xuống, rồi đi lên. Do đó (II) sai.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy có ba điểm cực trị. Do đó (III) đúng.

Hàm số không có giá trị lớn nhất. Do đó (IV) sai. **Chọn B.**

Câu 240. Chọn A. **Câu 241. Chọn B.**

Câu 242. Hàm số $y=x^3+bx^2+cx+d$ có hệ số của x^3 dương nên loại (II) và (IV).

Xét $y'=3x^2+2bx+c$ có $\Delta'_{y'}=b^2-3c$. Ta chưa xác định được $\Delta'_{y'}$ mang dấu gì nên có thể xảy ra trường hợp (I) và cũng có thể xảy ra trường hợp (III). **Chọn B.**

Câu 243. Hàm số $y=x^3+bx^2-x+d$ có hệ số của x^3 dương nên loại (II).

Xét $y'=3x^2+2bx-1$ có $\Delta'_{y'}=b^2+3>0, \forall b\in\mathbb{R}$. Do đó hàm số có hai cực trị nên loại (III). **Chọn A.**

Câu 244. Chọn C.

Câu 245. Theo lý thuyết $f(x)$ tịnh tiến sang phải 2 đơn vị biến thành $f(x-2)$.

Áp dụng, ta được $f(x-2)=\sqrt{1-(x-2)^2}=\sqrt{-x^2+4x-3}$. **Chọn B.**

Câu 246. Tịnh tiến đồ thị sang phải 1 đơn vị, ta được $y=\dfrac{(x-1)-4}{2(x-1)+3}=\dfrac{x-5}{2x+1}$.

Sau đó tiếp tục tịnh tiến lên trên 5 đơn vị, ta được $y=\dfrac{x-5}{2x+1}+5=\dfrac{11x}{2x+1}$. **Chọn A.**

Câu 247. Đặt $f(x)=x^3+3x+1$.

Giả sử $x^3-3x^2+6x-1=f(x+a)+b \Leftrightarrow x^3-3x^2+6x-1=(x+a)^3+3(x+a)+1+b$

$\Leftrightarrow x^3-3x^2+6x-1=x^3+3ax^2+3(a^2+1)x+a^3+3a+1+b$.

Đồng nhất hệ số, ta được $\begin{cases}1=1\\-3=3a\\6=3(a^2+1)\\-1=a^3+3a+1+b\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-1\\b=2\end{cases}$.

Suy ra $x^3-3x^2+6x-1=f(x-1)+2$.

Vậy đồ thị hàm số được suy ra bằng cách tịnh tiến sang phải 1 đơn vị, sau đó tiếp tục tịnh tiến lên trên 2 đơn vị. **Chọn C.**

Câu 248. Đặt $f(x)=\dfrac{x-2}{3x+4}$.

Ta có $\dfrac{-7x+6}{-3x+4}=\dfrac{7(-x)+6}{3(-x)+4}=\dfrac{(-x)-2}{3(-x)+4}+2=f(-x)+2$.

Vậy đồ thị hàm số được suy ra bằng cách lấy đối xứng qua trục tung, sau đó tịnh tiến lên trên 2 đơn vị. **Chọn A.**

Câu 249. Chọn D. **Câu 250. Chọn A.**

Câu 251. Theo định nghĩa về tiệm cận ta có

+) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1 \Rightarrow y=1$ là 1 đường tiệm cận ngang,

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1 \Rightarrow y=-1$ là một đường tiệm cận ngang. **Chọn đáp án C.**

Câu 252. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to1^+} y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x^2-x-1}{x-1}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-} y=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x^2-x-1}{x-1}=-\infty \Rightarrow$ Tiệm cận đứng: $x=1$

Lại có: $y=\dfrac{x(x-1)-1}{x-1}=x-\dfrac{1}{x-1}$

Khi đó: $\lim\limits_{x\to-\infty}(y-x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\dfrac{1}{x-1}\right)=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}(y-x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\dfrac{1}{x-1}\right)=0$

$\Rightarrow$ Tiệm cận xiên: $y=x$. **Chọn B.**

Câu 253. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x \to 2^-} y = \lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{3}{x-2} = -\infty$; $\lim\limits_{x \to 2^-} y = \lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{3}{x-2} = +\infty \Rightarrow$ Tiệm cận đứng: $x = 2$

Lại có: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{3}{x-2} = 0$; $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{3}{x-2} = 0 \Rightarrow$ Tiệm cận ngang: $y = 0$

Chọn C.

Câu 254. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. Ta có:

$$\lim_{x \to -2^-} y = \lim_{x \to -2^-} \frac{3}{x-2} = +\infty;\ \lim_{x \to -2^-} y = \lim_{x \to -2^-} \frac{3}{x-2} = -\infty \Rightarrow \text{Tiệm cận đứng: } x = -2.$$

Lại có: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 1$; $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 1 \Rightarrow$ Tiệm cận ngang: $y = 1$

Suy ra điểm $K(-2;1)$ là giao của hai tiệm cận. **Chọn D.**

Câu 255. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 3\}$.

Ta có:

$\lim\limits_{x \to 3^-} y = \lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x-2}{x^2-9} = -\infty$; $\lim\limits_{x \to 3^-} y = \lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{x-2}{x^2-9} = +\infty \Rightarrow$ Tiệm cận đứng: $x = 3$

$\lim\limits_{x \to -3^-} y = \lim\limits_{x \to -3^-} \dfrac{x-2}{x^2-9} = -\infty$; $\lim\limits_{x \to -3^-} y = \lim\limits_{x \to -3^+} \dfrac{x-2}{x^2-9} = +\infty \Rightarrow$ Tiệm cận ngang: $x = -3$

Lại có: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{9}{x^2}} = 0$; $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{9}{x^2}} = 0 \Rightarrow$ Tiệm cận ngang: $y = 0$

Chọn C.

Câu 256. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\frac{2}{x}}{1 + \frac{1}{x^2}} = 0$; $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\frac{2}{x}}{1 + \frac{1}{x^2}} = 0$

$\Rightarrow$ Tiệm cận ngang: $y = 0$. **Chọn C.**

Câu 257. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Giả sử đồ thị (C) có đường tiệm cận xiên dạng $y = ax + b$.

Ta có: $a = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{y}{x} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x + \sqrt{3x^2+1}}{x} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1 - \sqrt{3 + \frac{1}{x^2}}}{1} = 1 - \sqrt{3}$

$$b = \lim_{x \to -\infty} \left[y - \left(1 - \sqrt{3}\right)x\right] = \lim_{x \to -\infty} \left[x + \sqrt{3x^2+1} - \left(1 - \sqrt{3}\right)x\right] = \lim_{x \to -\infty} \left(\sqrt{3x^2+1} + \sqrt{3}x\right)$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{\sqrt{3x^2+1} - \sqrt{3}x} = 0$$

Suy ra đường thẳng $y = \left(1 - \sqrt{3}\right)x$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C) khi $x \to -\infty$.

Lại có: $a=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{y}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+\sqrt{3x^2+1}}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1+\sqrt{3+\frac{1}{x^2}}}{1}=1+\sqrt{3}$

$b=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[y-\left(1+\sqrt{3}\right)x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x+\sqrt{3x^2+1}-\left(1+\sqrt{3}\right)x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{3x^2+1}-\sqrt{3}x\right)$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{3x^2+1}+\sqrt{3}x}=0$

Suy ra đường thẳng $y=\left(1+\sqrt{3}\right)x$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C) khi $x\to+\infty$.

Chọn C.

Câu 258. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Ta có: $y=\frac{3x^2-4x+1}{x-1}=\frac{(x-1)(3x-1)}{x-1}=3x-1$.

Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận. **Chọn D.**

Câu 259. Ta có $y=\frac{(2x-1)^2}{x^2}=\frac{4x^2-4x+1}{x^2}$.

Khi đó $\lim\limits_{x\to0^-}y=\lim\limits_{x\to0^+}y=+\infty$, suy ra tiệm cận đứng $x=0$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}y=4$, suy ra tiệm cận ngang $y=4$. **Chọn B.**

Câu 260. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Ta có: $y=\frac{3x^2}{x^2-x}=\frac{3x^2}{x(x-1)}=\frac{3x}{x-1}$

Khi đó: $\lim\limits_{x\to1^-}y=\lim\limits_{x\to1^-}\frac{3x}{x-1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+}y=\lim\limits_{x\to1^+}\frac{3x}{x-1}=+\infty\Rightarrow$ Tiệm cận đứng: $x=1$

Lại có: $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3}{1-\frac{1}{x}}=3$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3}{1-\frac{1}{x}}=3\Rightarrow$ Tiệm cận ngang: $y=3$.

Chọn C.

Câu 261.

I. Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}{1-\frac{1}{x^2}}=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}{1-\frac{1}{x^2}}=0\Rightarrow$ Tiệm cận ngang: $y=0$

II và III chỉ có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên, không có tiệm cận ngang. **Chọn A.**

Câu 262. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{6}\right\}$. Hàm số viết lại: $y=x+2+\frac{\sin 3x}{6x-\pi}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}^-}y=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}^-}\left(x+2+\frac{\sin 3x}{6x-\pi}\right)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}^+}y=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}^+}\left(x+2+\frac{\sin 3x}{6x-\pi}\right)=+\infty$

$\Rightarrow$ Tiệm cận đứng: $x = \dfrac{\pi}{6}$.

Giả sử đồ thị hàm số có tiệm cận xiên dạng $y = ax + b$

Khi đó: $a = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{y}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+2+\dfrac{\sin 3x}{6x-\pi}}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[1+\dfrac{2}{x}+\dfrac{\sin 3x}{x(6x-\pi)}\right] = 1$

$b = \lim\limits_{x\to+\infty}(y-x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[\left(x+2+\dfrac{\sin 3x}{6x-\pi}\right)-x\right] = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(2+\dfrac{\sin 3x}{6x-\pi}\right) = 2+\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin 3x}{6x-\pi}$

Do $-\dfrac{1}{6x-\pi} \leqslant \dfrac{\sin 3x}{6x-\pi} \leqslant \dfrac{1}{6x-\pi}$ với $x \to +\infty$, và $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\dfrac{1}{6x-\pi}\right) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{6x-\pi}\right) = 0$

Theo định lý kẹp về giới hạn của dãy số ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin 3x}{6x-\pi} = 0$.

Suy ra: $b = 2 + \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin 3x}{6x-\pi} = 2+0 = 2$.

Khi đó tiệm cận xiên của đồ thị là $y = x+2$. **Chọn B.**

Câu 263. Ta có

- $\lim\limits_{x\to0^-} y = \lim\limits_{x\to0^-}\left(\dfrac{x}{2}+1+\dfrac{\sin x}{x}\right) = 2$; $\lim\limits_{x\to0^+} y = \lim\limits_{x\to0^+}\left(\dfrac{x}{2}+1+\dfrac{\sin x}{x}\right) = 2$.

  Suy ra đồ thị không có tiệm cận đứng.

- $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[y-\left(\dfrac{x}{2}+1\right)\right] = \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sin x}{x}$

Do $\left|\dfrac{\sin x}{x}\right| \leqslant \dfrac{1}{|x|} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{|x|} \leqslant \dfrac{\sin x}{x} \leqslant \dfrac{1}{|x|}$. Mà $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\dfrac{1}{|x|}\right) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{1}{|x|}\right) = 0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sin x}{x} = 0$.

Suy ra tiệm cận xiên: $y = \dfrac{x}{2}+1$. **Chọn D.**

Câu 264. Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^2}}{1-\dfrac{4}{x}+\dfrac{m}{x^2}} = 0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^2}}{1-\dfrac{4}{x}+\dfrac{m}{x^2}} = 0$

$\Rightarrow$ Tiệm cận ngang: $y = 0$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Phương trình $x^2-4x+m=0$ có một nghiệm, hoặc có hai nghiệm trong đó một nghiệm là $x=-2$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta' = 4-m = 0 \\ \begin{cases} \Delta' = 4-m \geqslant 0 \\ (-2)^2-4(-2)+m=0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ \begin{cases} m\leqslant 4 \\ m=-12 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-12 \end{array}\right.$$

Dựa vào đáp án: **Chọn D.**

Câu 265. $D = \mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

+ Xét $m=0$, hàm số có dạng $y=\dfrac{6x-2}{x+2}$. Khi đó đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$ và tiệm cận ngang là $y=6$, đồ thị không có tiệm cận xiên.

+ Xét $m\neq 0$, ta có: $y=mx+6-2m+\dfrac{4m-14}{x+2}$

Khi đó:

$$\lim_{x\to-\infty}\left[y-(mx+6-2m)\right]=\lim_{x\to-\infty}\frac{4m-14}{x+2}=0;\ \lim_{x\to+\infty}\left[y-(mx+6-2m)\right]=\lim_{x\to+\infty}\frac{4m-14}{x+2}=0$$

$\Rightarrow$ Đồ thị có tiệm cận xiên là đường thẳng dạng $y=mx+6-2m\ (m\neq 0)$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán). **Chọn D.**

Câu 266. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Phương trình $2x^2-3x+m=0$ có một nghiệm là $x=m$

$\Leftrightarrow 2m^2-3m+m=0\Leftrightarrow 2m(m-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=1\end{array}\right.$. **Chọn C.**

Câu 267. Khi $m>0$ ta có:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}=\frac{1}{\sqrt{m}}\Rightarrow y=\frac{1}{\sqrt{m}}\text{ là một tiệm cận ngang}$$

+) $$\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-1-\frac{1}{x}}{\frac{\sqrt{mx^2+1}}{-x}}=\frac{-1-\frac{1}{x}}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}}=\frac{-1}{\sqrt{m}}\Rightarrow y=\frac{-1}{\sqrt{m}}\text{ là một tiệm cận ngang}$$

Khi đó đồ thị hàm số có 2 tiệm cận

Với $m=0$ suy $y=\dfrac{x+1}{1}$ hàm số không có tiệm cận

Với $m<0$ đồ thị hàm số cũng không có tiệm cận. **Chọn D.**

Câu 268. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{m}{2}\right\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{m}{2}\right)^{-}} y=\lim\limits_{x\to\left(-\frac{m}{2}\right)^{-}}\dfrac{mx-1}{2x+m}=+\infty;\ \lim\limits_{x\to\left(-\frac{m}{2}\right)^{+}} y=\lim\limits_{x\to\left(-\frac{m}{2}\right)^{+}}\dfrac{mx-1}{2x+m}=-\infty$

$\Rightarrow$ Tiệm cận đứng: $x=-\dfrac{m}{2}$. Yêu cầu bài toán $-\dfrac{m}{2}=-1\Leftrightarrow m=2$. **Chọn A.**

Câu 269. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$. Ta có: $y=\dfrac{(m-1)x^2+2mx-1}{x}=(m-1)x+2m-\dfrac{1}{x}$

Lại có:

$$\lim_{x\to-\infty}\left[y-(m-1)x-2m\right]=\lim_{x\to-\infty}\left(-\frac{1}{x}\right)=0;\ \lim_{x\to+\infty}\left[y-(m-1)x-2m\right]=\lim_{x\to+\infty}\left(-\frac{1}{x}\right)=0$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=(m-1)x+2m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 4=3(m-1)+2m \Leftrightarrow m=\frac{7}{5}$. **Chọn C.**

Câu 270. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. Ta có: $y=mx+3+\frac{1}{x-1}$.

Lại có: $\lim\limits_{x\to-\infty}[y-(mx+3)]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{x-1}\right)=0;\ \lim\limits_{x\to+\infty}[y-(mx+3)]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x-1}\right)=0$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $d: y=mx+3 \Leftrightarrow mx-y+3=0$.

Đường tròn $(x-1)^2+(y-4)^2=2$ có tâm $I(1;4)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$. Theo bài ra:

$d[I;d]=R \Leftrightarrow \frac{|m-1|}{\sqrt{m^2+1}}=\sqrt{2} \Leftrightarrow (m-1)^2=2(m^2+1) \Leftrightarrow (m+1)^2=0 \Leftrightarrow m=-1$. **Chọn A.**

Câu 271. Phương trình hoành độ giao điểm là:

$$-2x+2=x^3+x+2 \Leftrightarrow x^3+3x=0 \Leftrightarrow x=0 \Rightarrow y=2.$$ **Chọn C.**

Câu 272. Đạo hàm $y'=3x^2-6x$. Cho $y'=0 \Leftrightarrow 3x(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow y=1 \\ x=2 \Rightarrow y=-3\end{array}\right.$

Vì $y_{CT}.y_{CD}<0$. Suy ra đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm. **Chọn C.**

Câu 273. Phương trình hoành độ giao điểm:

$$(x-1)(x^2+mx+m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2+mx+m=0 \quad (1)\end{array}\right.$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1^2+m.1+m\neq 0 \\ \Delta=m^2-4m>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1\neq 0 \\ m(m-4)>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -\frac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} m>4 \\ m<0\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>4 \\ \begin{cases} m\neq -\frac{1}{2} \\ m<0\end{cases}\end{array}\right.$$ **Chọn D.**

Câu 274. Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x^2=m$

Xét hàm số $y=x^3-3x^2$ trên $\mathbb{R}$. Ta có: $y'=3x^2-6x;\ y'=0 \Leftrightarrow 3x(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2\end{array}\right.$

Qua điểm $x=0$ và $x=2$ thì y' lần lượt đổi dấu từ dương sang âm và từ âm sang dương.

Khi đó ta có: $x_{CD}=0;\ y_{CD}=0$ và $x_{CT}=2;\ y_{CT}=-4$.

Lập bảng biến thiên, ta thấy để đường thẳng $y=m$ cắt đường cong $y=x^3-3x^2$ tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow y_{CT}<m<y_{CD}$, hay $-4<m<0$. **Chọn A.**

Câu 275. Phương trình trở thành: $2x^3-3x^2+2=2^{1-2m}$ (1)

Xét hàm số $f(x)=2x^3-3x^2+2$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đạo hàm: $f'(x)=6x^2-6x$.

Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow 6x(x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1\end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} f(0)=2 \\ f(1)=1\end{cases}$.

Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi $1<2^{1-2m}<2 \Leftrightarrow 0<m<\frac{1}{2}$. **Chọn C.**

Câu 276. Phương trình trở thành: $-\frac{1}{3}x^3+x^2+\frac{1}{3}=m\ (1)$

Xét hàm số $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+x^2+\frac{1}{3}$ liên tục trên $\mathbb{R}$

Đạo hàm: $f'(x)=-x^2+2x=-x(x-2)$. Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow f(0)=\frac{1}{3} \\ x=2 \Rightarrow f(2)=\frac{5}{3} \end{array}\right.$

Mặt khác: $f(1)=1$. Để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt trong đó có đúng 2 nghiệm lớn hơn 1 khi và chỉ khi: $1<m<\frac{5}{3}$. **Chọn B.**

Câu 277. Xét hàm số $f(x)=2x^3-3x^2$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Đạo hàm $f'(x)=6x^2-6x=6x(x-1)$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow f(0)=0 \\ x=1 \Rightarrow f(1)=-1 \end{array}\right.$.

Dựa vào dạng đặc trưng của đồ thị hàm bậc ba khi có hai cực trị ta khẳng định được phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt khi $\left[\begin{array}{l} 2m+1=0 \\ 2m+1=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-\frac{1}{2} \\ m=-1 \end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 278. Phương trình tương đương với $x^3+3x^2=m$.

Xét hàm số $f(x)=x^3+3x^2$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Đạo hàm $f'(x)=3x^2+6x=3x(x+2)$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow f(0)=0 \\ x=-2 \Rightarrow f(-2)=4 \end{array}\right.$.

Phương trình $(*)$ có 3 nghiệm phân biệt khi: $0<m<4$

Dựa vào dạng đặc trưng của đồ thị hàm bậc ba khi có hai cực trị ta khẳng định được phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt khi $0<m<4$. **Chọn B**

Câu 279. Đối với dạng bài này ta không cô lập được m nên bài toán được giải quyết theo hướng tích hai cực trị, cụ thể:

- Đồ thị cắt trục hoành đúng ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow y_{CĐ}.y_{CT}<0$.
- Đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm $\Leftrightarrow y_{CĐ}.y_{CT}=0$.
- Đồ thị cắt trục hoành tại duy nhất một điểm $\Leftrightarrow y_{CĐ}.y_{CT}>0$ hoặc hàm số không có cực trị.

Ta có $y'=3x^2-2mx=x(3x-2m)$, suy ra $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{2m}{3} \end{array}\right.$.

Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m\neq 0$.

Khi đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y(0).y\left(\frac{2m}{3}\right)<0 \Leftrightarrow 4.\left(\frac{-4m^3}{27}+4\right)<0 \Leftrightarrow m>3$. **Chọn B.**

Câu 280. Ta có $y' = 3x^2 - 6mx = 3x(x-2m)$, suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2m \end{array}\right.$.

Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \neq 0$.

Khi đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y(0).y(2m)=0 \Leftrightarrow 2.(-4m^3+2)=0 \Leftrightarrow m=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. **Chọn C.**

Câu 281. Phương trình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ và trục hoành.

Xét hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$, có $y' = 3x^2 - 3m = 3(x^2 - m)$, suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = m$.

Khi đó yêu cầu bài toán tương đương với:

- Hàm số có hai cực trị y_{CD}, y_{CT} thỏa mãn $y_{CD}.y_{CT} > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ y(-\sqrt{m}).y(\sqrt{m})>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ (2+2m\sqrt{m})(2-2m\sqrt{m}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m<1 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<1.$$

- Hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow m \leqslant 0$.

Kết hợp hai trường hợp ta được $m<1$. **Chọn B.**

Câu 282. Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) với trục Ox

$$x^3 - (2m+1)x^2 + (3m+1)x - m - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2mx + m + 1) = 0$$. **Chọn B.**

Câu 283. Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị :

$$-x^3 + 3x - 1 = m(x-1) + 1 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 + x - 2 + m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2+x-2+m=0 \quad (*) \end{array}\right.$$

Để đường thẳng d cắt đồ thị tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9-4m>0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<\frac{9}{4} \\ m\neq 0 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 284. Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - 3x^2 + 2 = m(x-1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x-m-2=0 \quad (*) \end{array}\right.$$

Để d cắt đồ thị tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1+m+2>0 \\ 1^2-2.1-m-2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-3 \\ m\neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow m>-3$.

Giả sử $x_1 = 1$. Khi đó x_2, x_3 là hai nghiệm của phương trình $(*)$.

Theo Viet, ta có $\begin{cases} x_2+x_3=2 \\ x_2x_3=-m-2 \end{cases}$.

Yêu cầu bài toán : $\Leftrightarrow x_2^2 + x_3^2 = 4 \Leftrightarrow (x_2+x_3)^2 - 2x_2x_3 = 4 \Leftrightarrow 4 + 2(m+2) = 4 \Leftrightarrow m = -2$.

Chọn D.

Câu 285. Phương trình hoành độ giao điểm :

$$x^3+2mx^2+(m+3)x+4=x+4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2+2mx+m+2=0\ (*) \end{array}\right.$$

Để d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\begin{cases} \Delta = m^2-m-2>0 \\ m+2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>2 \\ -2\neq m<-1 \end{array}\right..$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của $(*)$, theo Viet ta có $\begin{cases} x_1+x_2=-2m \\ x_1.x_2=m+2 \end{cases}$.

Giải sử $B(x_1;x_1+4)$, $C(x_2;x_2+4)$.

Ta có $BC=\sqrt{2(x_2-x_1)^2}$ và $d(M,d)=\dfrac{|1-3+4|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$.

Theo đề: $S_{\Delta MBC}=4 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}d(M,d)BC=4 \Leftrightarrow (x_2-x_1)^2=16$

$$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=16 \Leftrightarrow m^2-m-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=-2 \end{array}\right..$$ **Chọn B.**

Câu 286. Phương trình hoành độ giao điểm: $-x^4+2x^2=0 \Leftrightarrow x^2(x^2-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$.

Suy ra đồ thị hàm số có ba điểm chung với trục hoành. **Chọn C.**

Câu 287. Phương trình $4x^2(1-x^2)=1-k$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm trùng phương $y=4x^2(1-x^2)$ và đường thẳng $y=1-k$.

Xét hàm số $y=4x^2(1-x^2)=-4x^4+4x^2$, có

$$y'=-16x^3+8x=-8x(2x^2-1);\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y(0)=0 \\ y\left(\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=1 \end{array}\right..$$

Dựa vào dáng điệu của hàm trùng phương thì yêu cầu bài toán tương đương với

$0<1-k<1 \Leftrightarrow 0<k<1$. **Chọn D.**

Câu 288. Phương trình $x^4-2x^2+2017-m=0 \Leftrightarrow x^4-2x^2=m-2017$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm trùng phương $y=x^4-2x^2$ và đường thẳng $y=m-2017$.

Xét hàm số $y=x^4-2x^2$, có

$$y'=4x^3-4x=4x(x^2-1);\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y(0)=0 \\ y(\pm 1)=-1 \end{array}\right..$$

Dựa vào dáng điệu của hàm trùng phương thì yêu cầu bài toán tương đương với $m-2017=0 \Leftrightarrow m=2017$. **Chọn C.**

Câu 289. Xét hàm số $y=x^4-2x^2-3$ có

$$y'=4x^3-4x=4x\left(x^2-1\right);\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y(0)=-3\\y(\pm1)=-4\end{array}\right..$$

Lập bảng biến thiên và kết luận được $m>-3$ hoặc $m=-4$. **Chọn A.**

Câu 290. Hệ số của x^4 âm.

Ta có $y'=-4x^3+4(2+m)x=-4x\left[x^2-(2+m)\right];y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=2+m\end{array}\right..$

Dựa vào dáng điệu của hàm trùng phương, ta có các trường hợp sau thỏa mãn yêu cầu bài toán:

- Hàm số có một cực trị và cực trị đó âm $\Leftrightarrow\begin{cases}2+m\leqslant 0\\y(0)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2+m\leqslant 0\\-4-m<0\end{cases}\Leftrightarrow-4<m\leqslant-2.$
- Hàm số có ba cực trị và giá trị cực đại phải âm

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2+m>0\\y\left(\pm\sqrt{2+m}\right)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2+m>0\\m^2+3m<0\end{cases}\Leftrightarrow-2<m<0.$$

Kết hợp hai trường hợp ta được $-4<m<0$. Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=\{-3;-2;-1\}$. **Chọn C.**

Câu 291. Tọa độ giao điểm của (C) với trục tung là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}y=\dfrac{x-2016}{2x+1}\\x=0\end{cases}\Rightarrow M(0;-2016).\ \textbf{Chọn B.}$$

Câu 292. Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{2x+1}{x-1}=2x+2016\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq1\\2x+1=(2x+2016)(x-1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq1\\2x^2+2012x-2017=0\ (1)\end{cases}$$

Ta thấy: $x=1$ không thỏa mãn phương trình (1) và $ac=2.(-2017)=-4034<0$

Suy ra phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt khác 1. **Chọn C.**

Câu 293. Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+4}{x-1}=x+1\Leftrightarrow x^2-2x-5=0$.

Theo Viet, ta có $x_1+x_2=2$.

Vì I là trung điểm của MN nên $x_I=\dfrac{x_M+x_N}{2}=\dfrac{x_1+x_2}{2}=1$. **Chọn C.**

Câu 294. Phương trình hoành độ giao: $\dfrac{2x-2}{2x+1}=2mx+m+1\Leftrightarrow 4mx^2+4mx+m+3=0.$ (*)

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq0\\\Delta'=-12m>0\end{cases}\Leftrightarrow m<0.\ \textbf{Chọn D.}$$

Câu 295. Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{x+m}{x-1}=2x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x+m=(2x+1)(x-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 2x^2-2x-1-m=0 \ (*) \end{cases}.$$

Để đồ thị cắt đường thẳng tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=1+2(m+1)>0 \\ -1-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-\dfrac{3}{2} \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{3}{2}<m \neq -1$. **Chọn D.**

Câu 296. Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{x-3}{x+1}=x-2m \Leftrightarrow x^2-2mx-2m+3=0.\ (*)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=m^2+2m-3>0 \\ S=2m>0 \\ P=-2m+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow 1<m<\frac{3}{2}.$$ **Chọn C.**

Câu 297. Đường thẳng d có dạng $y=m(x-1)=mx-m$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{x+2}{x-1}=mx-m \Leftrightarrow \underbrace{mx^2-(2m+1)x+m-2}_{g(x)}=0.\ (*)$

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N thuộc hai nhánh $\Leftrightarrow$ $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1<x_2$ thỏa mãn

$$x_1<1<x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ mg(1)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m[m-(2m+1)+m-2]<0 \end{cases} \Leftrightarrow m>0.$$ **Chọn B.**

Câu 298. Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{-2x+1}{x+1}=-x+m \Leftrightarrow x^2-(m+1)x+1-m=0.\ (*)$$

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta=(m+1)^2-4(1-m)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>-3+2\sqrt{3} \\ m<-3-2\sqrt{3} \end{array}\right..$$

Theo Viét, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=m+1 \\ x_1x_2=1-m \end{cases}$. Giả sử $A(x_1;-x_1+m)$ và $B(x_2;-x_2+m)$.

Yêu cầu bài toán $AB=2\sqrt{2} \Leftrightarrow AB^2=8 \Leftrightarrow 2(x_2-x_1)^2=8 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=4$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2-4(1-m)=4 \Leftrightarrow m^2+6m-7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-7 \end{array}\right.$$ (thỏa mãn). **Chọn B.**

Câu 299. Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{2x}{x-1}=x-m+2 \Leftrightarrow x^2-(m+1)x+m-2=0.\ (*)$$

Ta có $\Delta = (m+1)^2 - 4(m-2) = m^2 - 2m + 9 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$ nên d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của $(*)$. Theo Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m+1 \\ x_1x_2 = m-2 \end{cases}$.

Giả sử $A(x_1; x_1 - m + 2)$ và $B(x_2; x_2 - m + 2)$ là tọa độ giao điểm của d và (C).

Ta có $AB^2 = 2(x_2 - x_1)^2 = 2(x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2 = 2(m+1)^2 - 8(m-2) = 2(m-1)^2 + 16 \geqslant 16.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m = 1$. **Chọn D.**

Câu 300. Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x+1} = x + 2k + 1 \Leftrightarrow x^2 + 2kx + 2k = 0$. $(*)$

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = k^2 - 2k > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k > 2 \\ k < 0 \end{array}\right..$$

Gọi $x_1 \neq x_2$ là hai nghiệm của $(*)$. Giả sử $A(x_1; x_1 + 2k + 1)$ và $B(x_2; x_2 + 2k + 1)$.

Yêu cầu bài toán : $d(A, Ox) = d(B, Ox) \Leftrightarrow |x_1 + 2k + 1| = |x_2 + 2k + 1|$

$\Leftrightarrow x_1 + 2k + 1 = -(x_1 + 2k + 1)$ (do $x_1 \neq x_2$)

$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -4k - 2 \Leftrightarrow -2k = -4k - 2 \Leftrightarrow k = -1$. **Chọn A.**

Câu 301. Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{2x-1}{x-1} = x + m \Leftrightarrow x^2 + (m-3)x + 1 - m = 0. \ (*)$$

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Delta = (m-3)^2 - 4(1-m) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 5 > 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của $(*)$. Theo Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 - m \\ x_1x_2 = 1 - m \end{cases}$.

Giả sử $A(x_1; x_1 + m)$ và $B(x_2; x_2 + m)$. Yêu cầu bài toán

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow x_1x_2 + (x_1 + m)(x_2 + m) = 0 \Leftrightarrow 2x_1x_2 + m(x_1 + x_2) + m^2 = 0$$

$\Leftrightarrow 2(1-m) + m(3-m) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$. **Chọn A.**

Câu 302. Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{2x+1}{x-1} = -3x + m \Leftrightarrow 3x^2 - (1+m)x + m + 1 = 0. \ (*)$$

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 10m - 11 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 11 \end{array}\right..$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của $(*)$. Theo Viet, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{1+m}{3} \\ x_1x_2=\dfrac{m+1}{3} \end{cases}$.

Giả sử $A(x_1;-3x_1+m)$ và $B(x_2;-3x_2+m)$.

Suy ra tọa độ trọng tâm $G\left(\dfrac{x_1+x_2}{3};\dfrac{-3(x_1+x_2)+2m}{3}\right)$.

Vì $G\in\Delta$ nên

$\dfrac{x_1+x_2}{3}-2.\dfrac{-3(x_1+x_2)+2m}{3}-2=0\Leftrightarrow\dfrac{1+m}{9}-2.\dfrac{-(m+1)+2m}{3}-2=0\Leftrightarrow m=-\dfrac{11}{5}$. **Chọn C.**

Câu 303. Phương trình hoành độ giao điểm:

$\dfrac{x+3}{x+2}=2x+3m\Leftrightarrow 2x^2+(3m+3)x+6m-3=0.$ $(*)$

Phương trình $(*)$ có $\Delta=9m^2-30m+33>0$, $\forall m\in\mathbb{R}$.

Suy ra d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt m. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của $(*)$.

Theo Viet, ta có $x_1+x_2=-\dfrac{3(m+1)}{2}$ và $x_1x_2=\dfrac{6m-3}{2}$. Giả sử $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$.

Theo giả thiết $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=-4$

$\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=-4\Leftrightarrow x_1x_2+(2x_1+3m)(2x_2+3m)=-4$

$\Leftrightarrow 5x_1x_2+6m(x_1+x_2)+9m^2=-4$

$\Leftrightarrow 5.\dfrac{6m-3}{2}+6m.\left(-\dfrac{3(m+1)}{2}\right)+9m^2=-4\Leftrightarrow m=\dfrac{7}{12}$. **Chọn C.**

Câu 304.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x-1}=x+m\Leftrightarrow x^2+(m-3)x-m-1=0$. $(*)$

Phương trình $(*)$ có $\Delta=m^2-2m+13>0$, $\forall m\in\mathbb{R}$.

Suy ra d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt m.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của $(*)$. Theo Viet, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=3-m \\ x_1.x_2=-m-1 \end{cases}$.

Giả sử $M(x_1;x_1+m)$ và $N(x_2;x_2+m)$.

Suy ra $MN=\sqrt{2(x_2-x_1)^2}=\sqrt{2\left[(x_1+x_2)^2-4x_1.x_2\right]}$. Yêu cầu bài toán:

$S_{\Delta IMN}=4\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}MN.d[I,d]=4\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}.\dfrac{|m-1|}{\sqrt{2}}.\sqrt{2\left[(m-1)^2+12\right]}=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=-1 \end{array}\right.$ **Chọn C.**

Câu 305. Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x-4}{x-1}=2x+m \Leftrightarrow 2x^2+(m-4)x-m+4=0.$ (*)

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta = m^2-16>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-4 \\ m>4 \end{array}\right..$$

Gọi $x_1,\ x_2$ là hai nghiệm của $(*)$. Theo Viet, ta có $x_1+x_2=\dfrac{4-m}{2}$ và $x_1x_2=\dfrac{4-m}{2}$.

Giả sử $A(x_1;2x_1+m)$ và $B(x_1;2x_2+m)$.

Theo giả thiết: $4S_{IAB}=15 \Leftrightarrow 2AB.d[I,AB]=15 \Leftrightarrow 2AB.\dfrac{|m|}{\sqrt{5}}=15 \Leftrightarrow 4AB^2m^2=1125$

$\Leftrightarrow 20(x_1-x_2)^2m^2=1125 \Leftrightarrow 4\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]m^2=225$

$\Leftrightarrow (m^2-16)m^2=225 \Leftrightarrow m^2=25 \Leftrightarrow m=\pm 5.$ **Chọn A.**

Câu 306. Gọi $A(x_0;-x_0^3+3x_0+2)$ là điểm thuộc đồ thị.

Do B đối xứng với A qua I nên suy ra $B(-2-x_0;4+x_0^3-3x_0)$.

Lại có B cũng thuộc đồ thị hàm số nên

$$4+x_0^3-3x_0=-(-2-x_0)^3+3(-2-x_0)+2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \\ x_0=2 \end{array}\right..$$

Suy ra $A(0;2)$ và $B(-2;4)$ hoặc ngược lại. **Chọn A.**

Câu 307. Hai điểm $M(x_1;y)_1$, $N(x_2;y_2)$ thuộc đồ thị và đối xứng nhau qua trục tung nên

$$\begin{cases} x_2=-x_1\neq 0 \\ y_1=y_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2=-x_1\neq 0 \\ -\dfrac{x_1^3}{3}+x_1^2+3x_1-\dfrac{11}{3}=-\dfrac{x_2^3}{3}+x_2^3+3x_2-\dfrac{11}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=3 \\ x_2=-3 \end{cases}$$

hoặc $\begin{cases} x_1=-3 \\ x_2=3 \end{cases}$.

Vậy $M\left(3;\dfrac{16}{3}\right)$ và $N\left(-3;\dfrac{16}{3}\right)$ hoặc ngược lại. **Chọn B.**

Câu 308. Đạo hàm $y'=3x^2+8x+4$.

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là $k=y'(-3)=7$.

Phương trình tiếp tuyến $d: y=7(x+3)-2=7x+19$.

Phương trình hoành độ giao điểm d và (C) là:

$$x^3+4x^2+4x+1=7x+19 \Leftrightarrow x^3+4x^2-3x-18=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2\Rightarrow y=33 \\ x=-3\Rightarrow y=-2 \end{array}\right..$$

Suy ra $B(2;33)$. **Chọn C.**

Câu 309. Chú ý rằng phương trình bậc ba $ax^3+bx^2+cx+d=0$ có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 khi đó ta có $x_1+x_2+x_3=-\dfrac{b}{a}$.

Vì tiếp xúc tại A nên $2x_A+x_B=1 \Rightarrow x_A=1$. Suy ra $A(1;2)$. **Chọn D.**

Câu 310. Gọi $M(x_0;y_0)\in(C)$ là tọa độ tiếp điểm.

Đạo hàm $y'=3x^2+6x$. Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại M là

$$k=-3x_0^2+6x_0=3-3(x_0-1)^2\leqslant 3.$$

Dấu "=" xảy ra khi $x_0=1\Rightarrow y_0=4$. **Chọn C.**

Câu 311. Gọi $M(x_0;y_0)\in(C)$. Ta có

$y_0=x_0^4+mx_0^2-m-1\Leftrightarrow(x_0^2-1)m+x_0^4-y_0-1=0$. (1)

Để M là điểm cố định của (C) khi (1) luôn đúng với mọi

$$m\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0^2-1=0\\x_0^4-y_0-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\pm1\\y=0\end{cases}.$$ **Chọn A.**

Câu 312. Gọi $M(x_0;y_0)\in(C)$. Ta có $y_0=\dfrac{2x_0-2}{x_0+1}=2-\dfrac{4}{x_0+1}$.

Để $y_0\in\mathbb{Z}$ thì x_0+1 là ước của 4 hay $x_0+1=\{\pm1;\pm2;\pm4\}$.

Suy ra $x_0\in\{-5;-3;-2;0;1;3\}$ hay có 6 điểm thỏa mãn bài toán. **Chọn D.**

Câu 313. Gọi $M\left(a;\dfrac{a+2}{a-1}\right)$, với $a\neq1$ là điểm thuộc đồ thị.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow|a|=2.\left|\dfrac{a+2}{a-1}\right|$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=2.\dfrac{a+2}{a-1}\\a=-2.\dfrac{a+2}{a-1}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a^2-3a-4=0\\a^2+a+4=0\end{array}\right.\Leftrightarrow a^2-3a-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-1\\a=4\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}M\left(-1;-\dfrac{1}{2}\right)\\M(4;2)\end{array}\right..$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn C.**

Câu 314. Gọi $M\left(a;\dfrac{2a+1}{a-1}\right)$, với $a\neq1$ là điểm thuộc đồ thị.

Đường tiệm cận đứng $d:x=1$; Đường tiệm cận ngang $d':y=2$. Yêu cầu bài toán

$$\Leftrightarrow d[M,d]=3d[M,d']\Leftrightarrow|a-1|=3\left|\dfrac{2a+1}{a-1}-2\right|\Leftrightarrow(a-1)^2=9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=4\\a=-2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}M(4;3)\\M(-2;1)\end{array}\right..$$

Chọn B.

Câu 315. Gọi $M\left(a;\dfrac{2a+1}{a-1}\right)$ (với $a\neq1$) là điểm thuộc đồ thị.

Phương trình đường TCĐ của đồ thị là $d:x-1=0$.

Yêu cầu bài toán:

$$d[M,d]=d[M,Ox]\Leftrightarrow |a-1|=\left|\frac{2a+1}{a-1}\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a^2=4a\\a^2=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=4\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}M(0;-1)\\M(4;3)\end{array}\right.$$. **Chọn B.**

Câu 316. Gọi $M\left(a;\dfrac{2a+3}{a+1}\right)$ với $a\neq -1$ là điểm thuộc đồ thị.

Đạo hàm $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}$. Suy ra hệ số góc tiếp tuyến là: $k=y'(a)=-\dfrac{1}{(a+1)^2}$.

Đường thẳng $d: y=4x+7$ có hệ số góc bằng 4.

Theo giả thiết, ta có $k.4=-1\Leftrightarrow k=-\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow -\dfrac{1}{(a+1)^2}=-\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=1\\a=-3\end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 317. Tọa độ giao điểm hai tiệm cận $I(1;2)$.

Gọi $M\left(a;\dfrac{2a-1}{a-1}\right)$ với $a\neq 1$ là điểm thuộc đồ thị.

Đạo hàm: $y'=\dfrac{-1}{(x-1)^2}$. Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là $k=y'(a)=\dfrac{-1}{(a-1)^2}$.

Đường thẳng IM có hệ số góc $k'=\dfrac{y_I-y_M}{x_I-x_M}=\dfrac{2-\dfrac{2a-1}{a-1}}{1-a}=\dfrac{1}{(a-1)^2}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow k.k'=-1\Leftrightarrow (a-1)^4=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=2\\a=0\end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 318. Gọi $M\left(a;\dfrac{2a+1}{a-1}\right)$ với $a\neq 1$ là điểm thuộc đồ thị.

Đạo hàm: $y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}$. Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến $k=y'(a)=-\dfrac{3}{(a-1)^2}<0$.

Theo giả thiết, suy ra

$|k|=\tan\widehat{BAO}=\dfrac{OB}{OA}=3\Rightarrow k=-3\Leftrightarrow -\dfrac{3}{(a-1)^2}=-3\Leftrightarrow (a-1)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=2\end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 319. Gọi $M\left(a;\dfrac{2a}{a+1}\right)$ (với $a\neq -1$) là điểm thuộc đồ thị.

Đạo hàm $y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}$. Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến $k=y'(a)=\dfrac{2}{(a+1)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến $d: y=\dfrac{2}{(a+1)^2}(x-a)+\dfrac{2a}{a+1}$.

Ta có $d\cap Ox=A(-a^2;0)$ và $d\cap Oy=B\left(0;\dfrac{-2a^2}{(a+1)^2}\right)$.

Theo đề:

$$S_{\Delta OAB}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow OA.OB=\frac{1}{2}\Leftrightarrow a^2.\frac{2a^2}{(a+1)^2}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow 4a^4=(a+1)^2\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=1\\a=-\frac{1}{2}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}M(1;1)\\M\left(-\frac{1}{2};-2\right)\end{array}\right..$$

Chọn A.

Câu 320. Gọi $M\left(x_0;\cos\left(\frac{\pi}{3}+\frac{x_0}{2}\right)\right)$ là điểm thuộc đường cong.

Đạo hàm $y'=-\frac{1}{2}\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$.

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến $k=y'(x_0)=-\frac{1}{2}\sin\left(\frac{x_0}{2}+\frac{\pi}{3}\right)$.

Theo giả thiết, ta có $-\frac{1}{2}\sin\left(\frac{x_0}{2}+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x_0=-\frac{5\pi}{3}+k4\pi$.

Suy ra $\cos\left(\frac{\pi}{3}+\frac{x_0}{2}\right)=0$. Vậy $M\left(-\frac{5\pi}{3};0\right)$. **Chọn C.**

Câu 321. Ta có $y'=3x^2-6x;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y(0)=1\\y(2)=-3\end{array}\right.$ và $\left\{\begin{array}{l}y''(0)=-6<0\\y''(2)=6>0\end{array}\right.$.

Suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=0$, đạt cực tiểu tại $x=2$ và có $y(0).y(2)<0$ hay hai cực trị trái dấu nên đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt. **Chọn D.**

Câu 322. Các đáp án C, D luôn đúng cho hàm bậc ba. Ta có $y'=3x^2-3\geqslant -3$.

Suy ra B đúng. Xét phương trình $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y(1)=3\\y(-1)=7\end{array}\right.$.

Suy ra tọa độ hai điểm cực trị là $(1;3)$ và $(-1;7)$ nên đường thẳng đi qua hai điểm này có phương trình $y=-2x+5$.

Rõ ràng đường thẳng này không song song với trục hoành nên A sai. **Chọn A.**

Câu 323. Ta có $y'=-4x^3+16x=-4x\left(x^2-4\right);\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y(0)=-4\\y(\pm 2)=12\end{array}\right.$.

Vẽ phát họa bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$

và đạt cực đại tại $x=\pm 2$.

Lại có hai cực trị trái dấu: $y(0).y(\pm 2)<0$ nên đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt. **Chọn C.**

Câu 324. Ta có $y'=4x^3+x=x\left(4x^2+1\right);\ y'=0\Leftrightarrow x=0.$

Vẽ phát họa bảng biến thiên ta thấy: A và B đúng, C sai.

Với $x=0\Rightarrow y=-1$ do đó tọa độ điểm cực tiểu $(0;-1)$ nằm dưới trục hoành.

Mà đồ thị hàm số có bề lõm quay lên nên đồ thị sẽ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Chọn C.

Câu 325. Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} y = 2$. Suy ra $y=2$ là tiệm cận ngang. Do đó A sai.

Rõ ràng B đúng. Đạo hàm $y' = \dfrac{-3}{(x-1)^2} < 0,\ \forall x \neq 1$. Suy ra C đúng.

Giao của đồ thị với trục hoành thỏa mãn $\begin{cases} y = \dfrac{2x+1}{x-1} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{1}{2} \\ y = 0 \end{cases}$. Suy ra D đúng.

Chọn A.

Câu 326. Theo tính chất của hàm $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ thì ta loại ngay đáp án B và C.

Ta có $\begin{cases} \lim\limits_{x\to(-2)^-} y = -\infty;\ \lim\limits_{x\to(-2)^+} y = +\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{TCD}: x = -2 \\ \text{TCN}: y = -1 \end{cases}$ nên điểm $I(-2;-1)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận, cũng đồng thời là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.

Loại đáp án A.

Giao của đồ thị với trục hoành thỏa mãn $\begin{cases} y = \dfrac{2x+1}{x-1} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$.

Suy ra D đúng. **Chọn D.**

Câu 327. Ta có $y = \sqrt{x^2-2x+5} = \sqrt{(x-1)^2+4}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$. Do đó A đúng.

Lại có $y = \sqrt{x^2-2x+5} = \sqrt{(x-1)^2+4} \geqslant 2,\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên B đúng và C đúng.

Đạo hàm $y' = \dfrac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x+5}} = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+5}};\ y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in [0;2]$.

Ta có $y(0) = y(2) = \sqrt{5};\ y(1) = 2$ nên $\begin{cases} \min\limits_{[0;2]} y = y(1) = 2 \\ \max\limits_{[0;2]} y = y(0) = y(2) = \sqrt{5} \end{cases}$.

Suy ra D sai. **Chọn D.**

Câu 328. Chọn C. Phát biểu lại cho đúng là

"Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$".

Câu 329. Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - \dfrac{9}{2}x + \dfrac{15}{4} > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra A và D đều sai.

Dĩ nhiên hàm số bậc ba không có tiệm cân nên C sai.

Rõ ràng B đúng vì hàm bậc ba luôn đồng biến hoặc luôn nghịch thì cắt trục hoành duy nhất tại một điểm. **Chọn B.**

Câu 330. Chọn B vì bản chất của hàm $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $ad - bc \neq 0$ không có cực trị. Các đáp án còn lại đều đúng.

CHỦ ĐỀ 2. HÀM SỐ LŨY THỪA HÀM SỐ MŨ - HÀM SỐ LOGARIT

Câu 1. Áp dụng lý thuyết " Lũy thừa với số mũ không nguyên thì cơ số phải dương " .

Do đó hàm số $y=\left(x^3-27\right)^{\frac{\pi}{2}}$ xác định khi $x^3-27>0 \Leftrightarrow x>3$. **Chọn D.**

Câu 2. Áp dụng lý thuyết " Lũy thừa với số mũ không và nguyên âm thì cơ số phải khác 0 " .

Do đó hàm số $y=\left(3^x-9\right)^{-2}$ xác định khi $3^x-9\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 2$. **Chọn B.**

Câu 3. Ta có $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}-\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}=\dfrac{\left(\sqrt[4]{a}\right)^2+\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}-\dfrac{\left(\sqrt[4]{a}\right)^2-\left(\sqrt[4]{b}\right)^2}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}$

$$=\frac{\sqrt[4]{a}\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}-\frac{\left(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}\right)\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}=\sqrt[4]{a}-\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)=-\sqrt[4]{b}$$. **Chọn B.**

Câu 4. Ta có $m^{\sqrt{3}}\left(\dfrac{1}{m}\right)^{\sqrt{3}-2}=\dfrac{m^{\sqrt{3}}}{m^{\sqrt{3}-2}}=m^{\sqrt{3}-(\sqrt{3}-2)}=m^2$. **Chọn A.**

Câu 5. Ta có $\sqrt{a.\sqrt[3]{a.\sqrt[4]{a}}}=\sqrt[24]{2^5}.\dfrac{1}{\sqrt{2^{-1}}}\Leftrightarrow\left[a.\left(a.a^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{1}{2}}=2^{\frac{5}{24}}.2^{\frac{1}{2}}\Leftrightarrow a^{\frac{17}{24}}=2^{\frac{17}{24}}\Leftrightarrow a=2$. **Chọn B.**

Câu 6. Ta có $\dfrac{1}{2}\left(a^x+a^{-x}\right)=1\Leftrightarrow a^x+\dfrac{1}{a^x}=2\Leftrightarrow\left(a^x\right)^2-2a^x+1=0$

$$\Leftrightarrow\left(a^x-1\right)^2=0\Leftrightarrow a^x=1\Leftrightarrow x=0$$. **Chọn B.**

Câu 7. Ta có $\sqrt[15]{a^7}>\sqrt[5]{a^2}\Leftrightarrow a^{\frac{7}{15}}>a^{\frac{2}{5}}=a^{\frac{6}{15}}\Leftrightarrow a>1$. **Chọn C.**

Câu 8. Ta có $-\dfrac{2}{3}<-\dfrac{1}{3}$, kết hợp với $(a-1)^{-\frac{2}{3}}<(a-1)^{-\frac{1}{3}}$.

Suy ra hàm số đặc trưng $y=(a-1)^x$ đồng biến.

Do đó suy ra cơ số $a-1>1\Leftrightarrow a>2$. **Chọn A**

Câu 9. Hàm số đặc trưng $y=\left(\sqrt{2}-1\right)^x$ có cơ số $\sqrt{2}-1\in(0;1)$ nên hàm số nghịch biến.

Từ đó ta có $\left(\sqrt{2}-1\right)^m<\left(\sqrt{2}-1\right)^n\Leftrightarrow m>n$. **Chọn A.**

Câu 10. Số tiền nhận về sau 1 năm của 100 triệu gửi trước là $100(1+2\%)^4$ triệu đồng; và số tiền nhận về sau 6 tháng của 100 triệu gửi sau là $100(1+2\%)^2$ triệu đồng.

Vậy tổng số tiền là $100(1+2\%)^4+100(1+2\%)^2=212,283216(\approx 212,283)$ triệu đồng.

Chọn C.

= 104 040 000

Câu 11. Cơ số của lôgarit phải là số dương khác 1. Do đó (I) sai.

Rõ ràng (II) đúng theo lý thuyết SGK.

Ta có $\ln A + \ln B = \ln(A.B)$ với mọi $A > 0,\ B > 0$. Do đó (III) sai.

Ta có $\log_a b.\log_b c.\log_c a = 1$ với mọi $0 < a,\ b,\ c \neq 1$. Do đó (IV) sai. **Chọn A.**

Câu 12. Nếu $C = \sqrt{AB}$ thì $2\ln C = \ln|A| + \ln|B|$. Do đó (I) sai.

- Với $a > 1$ thì $(a-1)\log_a x \geqslant 0 \Leftrightarrow \log_a x \geqslant 0 \Leftrightarrow x \geqslant 1$.
- Với $0 < a < 1$ thì $(a-1)\log_a x \geqslant 0 \Leftrightarrow \log_a x \leqslant 0 \Leftrightarrow x \geqslant 1$. Do đó (II) đúng.

Lấy lôgarit cơ số a theo hai vế của $M^{\log_a N} = N^{\log_a M}$, ta có

$\log_a\left(M^{\log_a N}\right) = \log_a\left(N^{\log_a M}\right) \Leftrightarrow \log_a N.\log_a M = \log_a M.\log_a N$. Do đó (III) đúng.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} \log_{\frac{1}{2}} x = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[-\log_2 x\right] = -\infty$. Do đó (IV) đúng. **Chọn C.**

Câu 13. Ta có $P = \log_a\left[a.\left(a.a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right] = \log_a\left(a^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{3}{2}\log_a a = \frac{3}{2}$. **Chọn B.**

Câu 14. Chọn D. Vì $P = \log_b a^{1+2+3+\ldots+n} = (1+2+3+\ldots+n).\log_b a = \frac{n(n+1)}{2}.\log_b a$.

Câu 15. $M = \dfrac{1}{\log_a x} + \dfrac{1}{\frac{1}{2}\log_a x} + \dfrac{1}{\frac{1}{3}\log_a x} + \ldots + \dfrac{1}{\frac{1}{k}\log_a x}$

$= \dfrac{1}{\log_a x} + \dfrac{2}{\log_a x} + \dfrac{3}{\log_a x} + \ldots + \dfrac{k}{\log_a x} = \dfrac{k(k+1)}{2\log_a x}$. **Chọn C**

Câu 16. Ta có: $\log_2(\log_3(\log_4 x)) = 0 \Leftrightarrow \log_3(\log_4 x) = 1 \Leftrightarrow \log_4 x = 3 \Leftrightarrow x = 4^3$

$\log_3(\log_4(\log_2 y)) = 0 \Leftrightarrow \log_4(\log_2 y) = 1 \Leftrightarrow \log_2 y = 4 \Leftrightarrow y = 2^4$

$\log_4(\log_2(\log_3 z)) = 0 \Leftrightarrow \log_2(\log_3 z) = 1 \Leftrightarrow \log_3 z = 2 \Leftrightarrow z = 3^2$

Suy ra: $\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{y} + \sqrt{z} = \sqrt[3]{4^3} + \sqrt[4]{2^4} + \sqrt{3^2} = 4 + 2 + 3 = 9$. **Chọn A.**

Câu 17. Điều kiện: $a > 0$.

Vì cơ số $0,5 < 1$ nên $\log_{0,5} a > \log_{0,5} a^2 \Leftrightarrow a < a^2 \Leftrightarrow a(a-1) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a > 1 \\ a < 0 \end{array}\right.$.

Đối chiếu với điều kiện ta được: $a > 1$.

Do đó trong các số đã cho chỉ có $\frac{5}{4}$ là thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 18. Hoành độ các điểm trên đồ thị hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ và nằm hoàn toàn phía dưới đường thẳng $y = \frac{1}{9}$ thỏa mãn bất phương trình: $\left(\frac{1}{3}\right)^x < \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \Leftrightarrow x > 2$. **Chọn D.**

Câu 19. Ta có $\log_x \sqrt[10]{3} = -0,1 \Leftrightarrow \log_x \sqrt[10]{3} = -\dfrac{1}{10}$

$$\Leftrightarrow 3^{\frac{1}{10}} = x^{-\frac{1}{10}} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{10}} = x^{-\frac{1}{10}} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = x.$$ **Chọn A.**

Câu 20. Vì $\ln 2, \ln\left(2^x - 1\right), \ln\left(2^x + 3\right)$ theo thứ tự lập thành CSC nên

$$\ln 2 + \ln\left(2^x + 3\right) = 2\ln\left(2^x - 1\right) \Leftrightarrow \ln\left(2.2^x + 6\right) = \ln\left(2^x - 1\right)^2 \Leftrightarrow 2.2^x + 6 = 2^{2x} - 2.2^x + 1$$

$$\Leftrightarrow 2^{2x} - 4.2^x - 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = -1(\text{loai}) \\ 2^x = 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow 2^x = 5 \Leftrightarrow x = \log_2 5.$$ **Chọn C.**

Câu 21. Ta có $\log\sqrt[4]{\dfrac{32}{5}} = \dfrac{1}{4}\log\dfrac{32}{5} = \dfrac{1}{4}(\log 32 - \log 5).$

Mà $\begin{cases} \log 32 = \log 2^5 = 5\log 2 = 5a \\ \log 5 = \log\dfrac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - a \end{cases}$

Suy ra $\log\sqrt[4]{\dfrac{32}{5}} = \dfrac{1}{4}\left[5a - (1-a)\right] = \dfrac{1}{4}(6a - 1).$ **Chọn C.**

Câu 22. Ta có $P = 2\log_2 x - 3\log_2 x + \dfrac{1}{2}\log_2 x = -\dfrac{1}{2}\log_2 x = -\dfrac{1}{2}.\sqrt{2} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **Chọn C.**

Câu 23. Ta có $\log_6 45 = \log_6 9 + \log_6 5 = 2\log_6 3 + \dfrac{1}{\log_5 6} = \dfrac{2}{\log_3 6} + \dfrac{1}{\log_5 6}$

$$= \frac{2}{1 + \log_3 2} + \frac{1}{\log_5 3 + \log_5 2} = \frac{2}{1 + \frac{1}{a}} + \frac{1}{b + \frac{b}{a}} = \frac{2a}{a+1} + \frac{a}{b(a+1)} = \frac{a + 2ab}{ab + b}$$ vì $\log_5 2 = \dfrac{b}{a}$. **Chọn C.**

Câu 24. Ta có: $a = \log 2 = \log\dfrac{10}{5} = \log 10 - \log 5 = 1 - \log 5 \Leftrightarrow \log 5 = 1 - a$.

Suy ra: $\log 15 = \log(5.3) = \log 5 + \log 3 = 1 - a + b$. **Chọn A.**

Câu 25. Ta có: $\ln 400 = \ln(25.16) = \ln 5^2 + \ln 2^4 = 2\ln 5 + 4\ln 2 = 2b + 4a$. **Chọn B.**

Câu 26. Ta có: $a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \left(\dfrac{a+b}{3}\right)^2 = ab > 0$

hay $\dfrac{a+b}{3} = \sqrt{ab} > 0$. Vậy $\log\left(\dfrac{a+b}{3}\right) = \log\sqrt{ab} = \dfrac{1}{2}\log(ab) = \dfrac{1}{2}(\log a + \log b)$. **Chọn D.**

Câu 27. Ta có $\log_{a^2}(ab) = \dfrac{1}{2}(\log_a ab) = \dfrac{1}{2}(\log_a a + \log_a b) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\log_a b$. **Chọn D.**

Câu 28. Nhận thấy với $a \neq 1$ thì $\log_c a$ chỉ tồn tại khi $c \neq 1$. Suy ra A sai. **Chọn A.**

Câu 29. Ta có $\log_a x + \log_a y = \log_a xy$, $\log_a x - \log_a y = \log_a \dfrac{x}{y}$, $\log_a \dfrac{1}{x} = -\log_a x$.

Và $\log_b a.\log_a x = \log_b x$. **Chọn B.**

Câu 30. Ta có $b > a > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b > \log_a a \Leftrightarrow \log_a b > 1 \\ \log_b b > \log_b a \Leftrightarrow 1 > \log_b a \end{cases} \Leftrightarrow \log_b a < 1 < \log_a b$. **Chọn D.**

Câu 31. Điều kiện: $x, y > 0$.

Ta có $9\log^2 x + 4(\log y)^2 = 12\log x.\log y \Leftrightarrow (3\log x)^2 - 2.3\log x.2\log y + (2\log y)^2 = 0$

$\Leftrightarrow (3\log x - 2\log y)^2 = 0 \Leftrightarrow 3\log x = 2\log y \Leftrightarrow \log x^3 = \log y^2 \Leftrightarrow x^3 = y^2$. **Chọn A.**

Câu 32. Gọi A là số tiền gửi ban đầu, $r = 8,4\%$ /năm là lãi suất, N là số năm gửi.

Ta có công thức lãi kép $C = A(1+r)^N$ là số tiền nhận được sau N năm.

Theo đề bài, ta có $C = 2A \Leftrightarrow 2A = A(1+r)^N \Leftrightarrow (1+r)^N = 2$.

Lấy logarit cơ số 2 cả hai vế, ta được $N\log_2(1+r) = 1$

$$\Rightarrow N = \frac{1}{\log_2(1+r)} = \frac{1}{\log_2(1+0,084)} = 8,5936 \text{ năm.}$$

Do kỳ hạn là 1 năm nên phải đúng hạn mới được nhận.

Vậy người này cần 9 năm. **Chọn A.**

Câu 33. Số tiền cuối năm thứ nhất nhận được $A_1 = 100tr.\left(1 + \frac{4\%}{12}\right)^{12} = 104.074.154,3$.

Số tiền cuối năm thứ hai nhận được $A_2 = A_1.\left(1 + \frac{4,3\%}{12}\right)^{12} = 108.638.603,5$.

Số tiền cuối năm thứ ba nhận được $A_3 = A_2.\left(1 + \frac{4,6\%}{12}\right)^{12} = 113.742.698,5$.

Số tiền cuối năm thứ tư nhận được $A_4 = A_3.\left(1 + \frac{4,9\%}{12}\right)^{12} = 119.442.979,3$. **Chọn B.**

Câu 34. Giả sử anh Nam bắt đầu gửi A đồng vào ngân hàng từ đầu kì 1 với lãi suất là r.

- Cuối kì 1 có số tiền là: $C_1^+ = A(1+r)$.
- Đầu kì 2 có số tiền là:

$$C_2 = A(1+r) + A = A\left[(1+r)+1\right] = \frac{A}{(1+r)-1}.\left[(1+r)^2 - 1\right] = \frac{A}{r}\left[(1+r)^2 - 1\right].$$

Cuối kì 2 có số tiền là: $C_2^+ = \frac{A}{r}\left[(1+r)^2 - 1\right](1+r)$.

- Đầu kì 3 có số tiền là:

$$C_3 = \frac{A}{r}\left[(1+r)^2 - 1\right](1+r) + A = \frac{A}{r}\left[(1+r)^3 - (1+r) + r\right] = \frac{A}{r}\left[(1+r)^3 - 1\right].$$

Cuối kì 3 có số tiền là:

$$C_3^+ = \frac{A}{r}\left[(1+r)^3 - 1\right](1+r) = \frac{A}{r}\left[(1+r)^4 - (1+r)\right].$$

....

Tổng quát, ta có cuối kì N có số tiền là: $C_N^+ = \frac{A}{r}\left[(1+r)^{N+1} - (1+r)\right]$.

Suy ra $A = \frac{C_N^+.r}{(1+r)^{N+1} - (1+r)}$.

Áp dụng công thức với $\begin{cases} C_N^+ = 2000000000 \\ n = 6 \\ r = 8\% = 0,08 \end{cases}$, ta được $A = 252435900$. **Chọn D.**

Câu 35. Ở đây, ta phải quy ước số tiền lãi thay đổi theo từng tháng. Nếu không, học sinh sẽ tính tổng số tiền vay là 100 triệu đồng, lãi cần trả là $\frac{0,12}{12}\times 3 = 0,03$ (do chỉ trả trong 3 tháng).

Khi đó, số tiền cần trả là $\frac{100\times(1+0,03)}{3} = \frac{100\times 1,03}{3}$, là đáp án C.

Tuy nhiên nếu lãi suất thay đổi theo tháng thì vấn đề phức tạp hơn (và có lẽ đây cũng là cách hiểu mà đề đang hướng đến, vì cách hiểu này phù hợp với thực tế).

Lãi hàng tháng mà ông phải trả là $\frac{0,12}{12} = 0,01$ nhân với số tiền đang nợ, tức là tổng số nợ tháng sau sẽ bằng số nợ tháng trước nhân với $1,01$.

Tháng	Tiền trả	Số tiền còn nợ	Tiền lại trong tháng
0	0	100	$100\times 0,01$
1	m	$100\times 1,01 - m$	$(100\times 1,01 - m)\times 0,01$
2	m	$(100\times 1,01 - m)\times 1,01 - m$	$\left[(100\times 1,01 - m)\times 1,01 - m\right]\times 0,01$
2	m	$\left[(100\times 1,01 - m)\times 1,01 - m\right]\times 1,01 - m$	0 (theo giả thiết thì đến đây hết nợ)

Do ta có phương trình:

$$\left[(100\times 1,01 - m)\times 0,01 - m\right]\times 1,01 - m = 0 \Leftrightarrow 100\times 1,01^3 = m\left[1 + 1,01 + (1,01)^2\right]$$

hay $m = \frac{100\times(1,01)^3}{1+1,01+(1,01)^2} = \frac{100\times(1,01)^3\times(1,01-1)}{(1,01-1)\left(1+1,01+1,01^2\right)} = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$. **Chọn B.**

Câu 36. Hàm số $y = \log_2\left(x^2 - 2x - 3\right)$ xác định khi và chỉ khi $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 3 \\ x < -1 \end{array}\right.$

Do đó, tập xác định của hàm số là $D = (-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 37. Hàm số $y = \log_2\frac{x-1}{x}$ xác định khi $\frac{x-1}{x} > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x < 0 \end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 38. Ta có: $y = \sqrt{2 - \ln ex} = \sqrt{2 - (\ln e + \ln x)} = \sqrt{1 - \ln x}$

Hàm số $y = \sqrt{1 - \ln x}$ xác định khi $\begin{cases} x > 0 \\ \ln x \leqslant 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leqslant e \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leqslant e$. **Chọn D.**

Câu 39. Hàm số $y=\sqrt{\log_2(x+1)-1}$ xác định khi:

$$\begin{cases}x+1>0\\ \log_2(x+1)\geqslant 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\ x+1\geqslant 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\ x\geqslant 1\end{cases}\Leftrightarrow x\geqslant 1$$. **Chọn C.**

Câu 40. Hàm số $y=\ln(|x-5|+5-x)$ xác định khi

$|x-5|+5-x>0\Leftrightarrow|x-5|>x-5\Leftrightarrow x-5<0\Leftrightarrow x<5$. **Chọn C.**

Câu 41. Điều kiện: $\begin{cases}x+1>0\\ 3-x>0\\ x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\ x<3\\ x>1\end{cases}\Leftrightarrow 1<x<3\Rightarrow D=(1;3)$. **Chọn A.**

Câu 42. Yêu cầu bài toán

$\Leftrightarrow x^2-2mx+m>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1>0\\ \Delta'=m^2-m<0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<1$. **Chọn B.**

Câu 43. Hàm số $y=\ln(1-\log_2 x)$ xác định khi

$\begin{cases}x>0\\ 1-\log_2 x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ \log_2 x<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ x<2\end{cases}\Leftrightarrow 0<x<2$. **Chọn C.**

Câu 44. Hàm số xác định khi $\begin{cases}x-1>0\\ \log_2(x-1)>1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\ x-1>2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\ x>3\end{cases}\Leftrightarrow x>3$. **Chọn B.**

Câu 45. Hàm số xác định khi $\begin{cases}x-1>0\\ 2-x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\ x<2\end{cases}\Leftrightarrow 1<x<2$. **Chọn B.**

Câu 46. Ta có: $y=\dfrac{\ln(x^2-16)}{x-5+\sqrt{x^2-10x+25}}=\dfrac{\ln(x^2-16)}{x-5+\sqrt{(x-5)^2}}=\dfrac{\ln(x^2-16)}{x-5+|x-5|}$

Hàm số xác định khi

$\begin{cases}x^2-16>0\\ x-5+|x-5|\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|x|>4\\ |x-5|\neq 5-x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x>4\\ x<-4\end{array}\right.\\ 5-x<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x>4\\ x<-4\end{array}\right.\\ x>5\end{cases}\Leftrightarrow x>5$. **Chọn B.**

Câu 47. Hàm số xác định khi $\begin{cases}\dfrac{1}{2}(x+1)\geqslant 0\\ -\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}>0\\ \log_2\left(-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}\right)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geqslant -1\\ x<5\\ -\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\leqslant x<5\\ x\neq 3\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 48. Hàm số xác định khi $\begin{cases}x+2>0\\ (x^2+x+1).\log_{\frac{1}{2}}(x+2)\geqslant 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-2\\ \log_{\frac{1}{2}}(x+2)\geqslant 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x>-2\\ x+2\leqslant 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-2\\ x\leqslant -1\end{cases}\Leftrightarrow -2<x\leqslant -1$. **Chọn D.**

Câu 49. Điều kiện: $\begin{cases}1-2x+x^2>0\\ \dfrac{1}{x}>0\\ \dfrac{1}{x}\neq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\neq 1\\ x>0\\ x\neq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\ x\neq 1\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 50. + Hàm số $y=\ln\left(3+2x-x^2\right)$ và hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}}$

Xác định khi $3+2x-x^2>0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3)<0 \Leftrightarrow -1<x<3$.

Khi đó hai hàm số này có tập xác định là $(-1;3)$.

+ Hàm số $y=\dfrac{1}{3+2x-x^2}$ xác định khi $3+2x-x^2\neq 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3)\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases}x\neq -1\\ x\neq 3\end{cases}$

Hàm số này có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;3\}$.

+ Hàm số $y=\sqrt{3+2x-x^2}$ xác định khi

$$3+2x-x^2\geqslant 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3)\leqslant 0 \Leftrightarrow -1\leqslant x\leqslant 3$$

Hàm số này có tập xác định là $[-1;3]$. **Chọn C.**

Câu 51. Hàm số $y=\dfrac{e^x}{e^x-1}$ xác định khi $e^x-1\neq 0 \Leftrightarrow e^x\neq 1 \Leftrightarrow x\neq 0$. **Chọn A.**

Câu 52. Hàm số $y=\sqrt{1-3^{x^2-5x+6}}$ xác định khi $1-3^{x^2-5x+6}\geqslant 0 \Leftrightarrow 3^{x^2-5x+6}\leqslant 1$

$\Leftrightarrow x^2-5x+6\leqslant 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-3)\leqslant 0 \Leftrightarrow 2\leqslant x\leqslant 3$. **Chọn A.**

Câu 53. Hàm số $y=\sqrt{\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x^2-3x}-\dfrac{9}{4}}$ xác định khi

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x}\geqslant\frac{9}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x}\geqslant\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \Leftrightarrow x^2-3x\leqslant -2$$

$\Leftrightarrow x^2-3x+2\leqslant 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2)\leqslant 0 \Leftrightarrow 1\leqslant x\leqslant 2$. **Chọn C.**

Câu 54. Điều kiện: $x>0$.

Lôgarit cơ số 3 hai vế của $x=3^{\log_3 x}$, ta được $\log_3 x=\log_3\left(3^{\log_3 x}\right)$

$\Leftrightarrow \log_3 x=\log_3 x.\log_3 3 \Leftrightarrow \log_3 x=\log_3 x$: luôn đúng $\forall x>0$. **Chọn A.**

Câu 55. Đặt $a^x=N>0 \Rightarrow x=\log_a N$ (với $0<a\neq 1$)

Ta có: $x=\log_a a^x \Leftrightarrow \log_a N=\log_a a^x \Leftrightarrow N=a^x \Leftrightarrow a^x=a^x$: luôn đúng $\forall x\in\mathbb{R}$. **Chọn A.**

Câu 56. Áp dụng công thức $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$, suy ra $3^{\log_5 x}=x^{\log_5 3}$. **Chọn B.**

Câu 57. Áp dụng công thức $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$, suy ra $3^{\log_3 x}=x^{\log_3 3}=x$.

Do đó $7=3^{\log_3 x} \Leftrightarrow 7=x$. **Chọn D.**

Câu 58. Vì $y' = \frac{2}{3}.\left(2x^2+x-1\right)^{-\frac{1}{3}}.\left(2x^2+x-1\right)' = \frac{2}{3}.\frac{1}{\sqrt[3]{2x^2+x-1}}.(4x+1) = \frac{2(4x+1)}{3\sqrt[3]{2x^2+x-1}}$.

Chọn A.

Câu 59. Áp dụng công thức $\left(a^x\right)' = a^x.\ln a$, ta có $y' = \left(13^x\right)' = 13^x.\ln 13$. **Chọn B.**

Câu 60. Ta có: $y' = \left(x^2\right)'.2^{x^2}.\ln 2 = 2x.2^{x^2}.\ln 2 = x.2^{1+x^2}.\ln 2$. **Chọn B.**

Câu 61. Ta có $y' = \left(\frac{x+1}{4^x}\right)' = \frac{(x+1)'.4^x - (x+1).\left(4^x\right)'}{\left(4^x\right)^2} = \frac{4^x - (x+1).4^x.\ln 4}{\left(4^x\right)^2}$

Lại có $4^x = \left(2^2\right)^x = 2^{2x}$ và $\ln 4 = 2.\ln 2$. **Chọn A.**

Câu 62. Ta có $y = x^x = e^{x\ln x}$.

Suy ra $y' = (x\ln x)'e^{x\ln x} = (\ln x + 1).e^{x\ln x}$. **Chọn A.**

Câu 63. Vì $\left(8^{x^2+x+1}\right)' = \left(x^2+x+1\right)'.8^{x^2+x+1}.\ln 8$

$$= (2x+1).8^{x^2+x+1}.3\ln 2 = 8^{x^2+x+1}.(6x+3).\ln 2$$ **Chọn B.**

Câu 64. Ta có: $y' = (\log 2x)' = \left(\frac{\ln 2x}{\ln 10}\right)' = \frac{1}{\ln 10}.\frac{(2x)'}{2x} = \frac{2}{2x\ln 10} = \frac{1}{x\ln 10}$. **Chọn B.**

Câu 65. Đạo hàm: $y' = \left(x^\pi\right)'.\pi^x + x^\pi.\left(\pi^x\right)' = \pi.x^{\pi-1}.\pi^x + x^\pi.\pi^x.\ln \pi$

Suy ra $y'(1) = \pi^2 + \pi\ln\pi$. **Chọn C.**

Câu 66. Ta có $f(x) = 2^x.5^x = 10^x$.

Suy ra $f'(x) = \left(10^x\right)' = 10^x.\ln 10$.

Khi đó $f'(0) = 10^0.\ln 10 = 1.\ln 10 = \ln 10$. **Chọn D.**

Câu 67. Ta có: $y' = 2\ln(\ln x).[\ln(\ln x)]' = 2\ln(\ln x).\frac{(\ln x)'}{\ln x} = \frac{2\ln(\ln x)}{x\ln x}$.

Suy ra $y(e) = \frac{2\ln(\ln e)}{e.\ln e} = \frac{2.\ln 1}{e.\ln e} = 0$. **Chọn D.**

Câu 68. Ta có $f'(x) = 10x.e^{x^2}$. Khi đó $f'(0) = 0$ và $f(0) = 5$.

Vậy nên $P = f'(x) - 2xf(x) + \frac{1}{5}f(0) - f'(0) = 10xe^{x^2} - 2x.5e^{x^2} + \frac{1}{5}.5 - 0 = 1$. **Chọn A.**

Câu 69. Ta có $f'(x) = \frac{4\left(\sqrt{x-4}+\sqrt{x}\right)'}{\sqrt{x-4}+\sqrt{x}} + \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x}} = \frac{x}{\sqrt{x^2-4x}}$.

Khi đó $f'(8) = \sqrt{2}$ và $f(4) = 4\ln 2$, do đó

$$P = f(4) - [f'(8)]^2.\ln 2 = 4\ln 2 - \left(\sqrt{2}\right)^2.\ln 2 = 2.\ln 2$$ **Chọn A.**

Câu 70. Ta có: $y'=-\sin x.e^{\cos x}$; $y''=\sin^2 x.e^{\cos x}-\cos x.e^{\cos x}$. Lại thấy:

$y'.\sin x+y.\cos x+y''=-\sin x.e^{\cos x}.\sin x+e^{\cos x}.\cos x+\sin^2 x.e^{\cos x}-\cos x.e^{\cos x}=0$.

Chọn B.

Câu 71. Ta có: $y'=e^{-x}-x.e^{-x}=(1-x)e^{-x}\Leftrightarrow x.y'=x.(1-x).e^{-x}=(1-x).y$. **Chọn C.**

Câu 72. Ta có $y'=-e^{-x}.\sin x+e^{-x}.\cos x=e^{-x}(\cos x-\sin x)$

Lại có $y''=-e^{-x}(\cos x-\sin x)+e^{-x}(-\sin x-\cos x)=-2e^{-x}.\cos x$

Ta thấy $y''+2y'+2y=-2e^{-x}.\cos x+2e^{-x}(\cos x-\sin x)+2e^{-x}.\sin x=0$. **Chọn B.**

Câu 73. Ta có $y'=e^{-\frac{x^2}{2}}+x.\left(-xe^{-\frac{x^2}{2}}\right)=e^{-\frac{x^2}{2}}-x^2e^{-\frac{x^2}{2}}=(1-x^2)e^{-\frac{x^2}{2}}$.

Suy ra $\Leftrightarrow x.y'=x(1-x^2)e^{-\frac{x^2}{2}}=(1-x^2)y$. **Chọn D.**

Câu 74. Ta có $y'=-\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{(1+x+\ln x)^2}=-\dfrac{x+1}{x(1+x+\ln x)^2}$.

Suy ra $xy'=-\dfrac{(1+x+\ln x)-\ln x}{(1+x+\ln x)^2}=-\dfrac{1}{1+x+\ln x}+\dfrac{\ln x}{(1+x+\ln x)^2}=-y+\ln x.y^2$

$\Leftrightarrow xy'=y(y\ln x-1)$. **Chọn B.**

Câu 75. Ta có $y'=\dfrac{1}{x}\cos(\ln x)-\dfrac{1}{x}\sin(\ln x)=\dfrac{1}{x}[\cos(\ln x)-\sin(\ln x)]$

Lại có $y''=-\dfrac{1}{x^2}[\cos(\ln x)-\sin(\ln x)]+\dfrac{1}{x}\left[-\dfrac{1}{x}\sin(\ln x)-\dfrac{1}{x}\cos(\ln x)\right]=-\dfrac{2\cos(\ln x)}{x^2}$

Nhận thấy

$x^2y''+xy'+y=x^2\left(-\dfrac{2\cos(\ln x)}{x^2}\right)+x.\dfrac{1}{x}[\cos(\ln x)-\sin(\ln x)]+\sin(\ln x)+\cos(\ln x)=0$.

Chọn C.

Câu 76. Với $x=1\Rightarrow y=-2$.

Ta có $y'=\left(\dfrac{\ln x+2}{\ln x-1}\right)'=\dfrac{(\ln x+2)'.(\ln x-1)-(\ln x+2).(\ln x-1)'}{(\ln x-1)^2}$

$=\dfrac{\dfrac{1}{x}.(\ln x-1)-(\ln x+2).\dfrac{1}{x}}{(\ln x-1)^2}=-\dfrac{3}{x(\ln x-1)^2}$.

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là $k=y'(1)=\dfrac{-3}{1.(\ln 1-1)^2}=-3$.

Vậy phương trình tiếp tuyến: $y=-3(x-1)-2\Leftrightarrow y=-3x+1$. **Chọn B.**

Câu 77. Với $x=1$ thì $y(1)=0$. Ta có $y'=(x)'.\ln x+x.(\ln x)'=\ln x+1$.

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là $k = y'(1) = 1$. Phương trình tiếp tuyến: $d: y = x - 1$.

Suy ra d song song với đường thẳng $y = x$. **Chọn A.**

Câu 78. Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Đạo hàm $f'(x) = (3x^2 - 3)e^{x^3-3x+1}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [0;2] \\ x = -1 \notin [0;2] \end{array}\right.$.

Ta có $f(0) = e^3$; $f(1) = e$; $f(2) = e^5$. Vậy $\max\limits_{[0;2]} f(x) = e^5$ khi $x = 2$. **Chọn D.**

Câu 79. Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Đạo hàm $f'(x) = -3e^{2-3x} < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $[0;2]$.

Suy ra $\begin{cases} \max\limits_{[0;2]} f(x) = f(0) = e^2 \\ \min\limits_{[0;2]} f(x) = f(2) = \dfrac{1}{e^4} \end{cases}$. Suy ra $m = \dfrac{1}{e^4}$, $M = e^2$ nên $M.m = \dfrac{1}{e^2}$. **Chọn C.**

Câu 80. Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[1;e^2]$.

Đạo hàm $f'(x) = \dfrac{1-\ln x}{x^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \ln x = 0 \Leftrightarrow x = e \in [1;e^2]$.

Ta có $f(1) = 0$; $f(e) = \dfrac{1}{e}$; $f(e^2) = \dfrac{2}{e^2}$.

Suy ra $\max\limits_{x\in[1;e^2]} f(x) = \dfrac{1}{e}$ khi $x = e$; $\min\limits_{x\in[1;e^2]} f(x) = 0$ khi $x = 1$.

Vậy hàm số có tập giá trị $T = \left[0;\dfrac{1}{e}\right]$. **Chọn C.**

Câu 81. Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[1;e]$.

Đạo hàm $f'(x) = (\sqrt{x})'.\ln x + \sqrt{x}.(\ln x)' = \dfrac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{x}} = \dfrac{\ln x + 2}{2\sqrt{x}}$.

Suy ra $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \ln x + 2 = 0 \Leftrightarrow \ln x = -2 \Leftrightarrow x = e^{-2} = \dfrac{1}{e^2} \notin [1;e]$.

Ta có $f(1) = 0$; $f(e) = \sqrt{e}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\sqrt{e}$, đạt tại $x = e$. **Chọn D.**

Câu 82. Do $x \in [0;e]$ nên $f(x) = \ln\left|x + \sqrt{x^2 + e^2}\right| = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + e^2}\right)$

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[0;e]$.

Đạo hàm $f'(x) = \dfrac{\left(x + \sqrt{x^2+e^2}\right)'}{x + \sqrt{x^2+e^2}} = \dfrac{1 + \dfrac{x}{\sqrt{x^2+e^2}}}{x + \sqrt{x^2+e^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+e^2}} > 0, \forall x \in [0;e]$

Suy ra hàm số luôn đồng biến trên $[0;e]$.

Khi đó $\min\limits_{[0;e]} f(x) = f(0) = 1$. **Chọn B.**

Suy ra $y' = \ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right) > 0,\ \forall x \in (0;+\infty)$. Do đó B đúng, D sai. **Chọn D.**

Câu 96. Áp dụng lý thuyết

"Hàm số $y = a^x$ đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$".

Trong các hàm số đã cho chỉ có hàm số $y = \left(\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3}\right)^x$ đồng biến vì cơ số $a = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3} > 1$.

Chọn B.

Câu 97. Hàm số đồng biến khi $a^2 - 3a + 3 > 1 \Leftrightarrow a^2 - 3a + 2 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a < 1 \\ a > 2 \end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 98. Hàm số $y = (-5)^x$ không phải là hàm số mũ vì cơ số $-5 < 0$. Do đó (I) sai.

Vì cơ số $\pi > 1$ nên từ $\pi^{\alpha} < \pi^{2\alpha} \Rightarrow \alpha < 2\alpha \Leftrightarrow 0 < \alpha$. Do đó (II) sai.

Hàm số $y = a^x$ xác định với mọi x. Do đó (III) đúng.

Vì $a^x > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = a^x$ có TGT là $(0;+\infty)$. Do đó (IV) đúng. **Chọn B.**

Câu 99. Rõ ràng (I) đúng theo định nghĩa.

Hàm số $y = a^x$ đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$. Do đó (II) sai.

Vì cơ số $e > 1$ nên hàm số $y = e^{2017x}$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó (III) đúng.

Rõ ràng (IV) đúng theo SGK. **Chọn C.**

Câu 100. Dựa vào hình dáng đồ thị từ trái sang phải ta thấy: x tăng nhưng y giảm.

Suy ra hàm số tương ứng của đồ thị là hàm nghịch biến. Loại A, C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(-1;3)$ nên thử trực tiếp vào hai đáp án B, D.

Chọn D.

Câu 101. Đồ thị nằm phía dưới trục hoành. Loại B, C.

Lấy đối xứng đồ thị qua trục hoành ta được đồ thị của một hàm số đồng biến. **Chọn A.**

Câu 102. Các hàm số đã cho đều đồng biến trên tập xác định. Chưa loại được đáp án nào.

Dựa vào đồ thị thấy có tiệm cận $x = -1$. Loại đáp án A, C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(2;1)$ nên ta thử trực tiếp vào hai đáp án còn lại.

Chọn D.

Câu 103. Đồ thị có tính chất đối xứng qua Oy phần $x \geqslant 0$. **Chọn C.**

Câu 104. Đồ thị có tính chất

- Giữ nguyên phần $y \geqslant 0$.
- Lấy đối xứng qua Ox phần $x < 0$. **Chọn B.**

Câu 105. Dựa vào lý thuyết "Hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ có đồ thị đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất $y = x$". **Chọn B.**

Câu 106. Trước tiên ta đưa hàm số về dạng chuẩn: $y = -\log_2 x = \log_2\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

Dựa vào lý thuyết "Hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ có đồ thị đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất $y = x$". **Chọn B.**

Câu 107. Dựa vào lý thuyết "Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng qua trục hoành ta được đồ thị hàm số $y = -f(x)$".

Do đó đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ đối xứng qua trục hoành ta được đồ thị hàm số $y = -\log_2 x$..

Chưa thấy đáp án nên ta biến đổi: $y = -\log_2 x = \log_{\frac{1}{2}} x$. **Chọn A.**

Câu 108. Trước tiên ta đưa hàm số về dạng chuẩn: $y = 3^{\frac{x}{2}} = \left(\sqrt{3}\right)^x$.

Dựa vào lý thuyết "Hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ có đồ thị đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất $y = x$". **Chọn A.**

Câu 109. Với $x = 0 \Rightarrow y = a^0 = 1$ và $x = 1 \Rightarrow y = a^1 = a$. Do đó A đúng.

Ta có $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} a^x = 0$. Suy ra $y = 0$ là tiệm cận ngang. Do đó B đúng.

Vì $a^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó C đúng.

Hàm số $y = a^x$ đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$. Do đó D sai. **Chọn D.**

Câu 110. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Do đó A sai.

Vì cơ số $a = 4 > 1$ nên hàm số luôn đồng biến trên tập xác định. Do đó B sai.

Ta có $\begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow (-x) \in D \\ y(-x) = \log_4 |-x| = \log_4 |x| = y(x) \end{cases} \Rightarrow$ hàm số $y = \log_4 |x|$ chẵn trên tập xác định nên nhận Oy làm trục đối xứng. Do đó C đúng.

Ta có $\lim\limits_{x \to 0^+} \log_4 |x| = \lim\limits_{x \to 0^-} \log_4 |x| = -\infty$. Suy ra $x = 0$ là tiệm cận đứng.

Do đó D sai. **Chọn C.**

Câu 111. Đồ thị của hai hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục tung.

Do đó A sai.

Đồ thị của hai hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_{\frac{1}{a}} x$ đối xứng nhau qua trục hoành. Do đó B sai.

Dựa vào lý thuyết "Đồ thị của hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường $y = x$". Do đó C đúng.

Đồ thị của hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$. Do đó D sai.

Chọn C.

Câu 112. Chọn $a=2$ chẳng hạn, khi đó $f(x)$ và $g(x)$ cùng đồng biến. Mà hai hàm cùng đồng biến thì không kết luận được số nghiệm của phương trình $f(x)=g(x)$ vì nó có thể vô nghiệm, hoặc có một nghiệm, hoặc có hai nghiệm,....Do đó A sai.

Tổng của hai hàm đồng biến là hàm đồng biến, tổng của hai hàm nghịch biến là hàm nghịch biến. Do đó B đúng.

Dựa vào lý thuyết, đồ thị hàm số $y=\log_a x$ nhận trục Oy làm tiệm cận đứng. Do đó C đúng.

Đồ thị hàm số $y=a^x$ nhận trục Ox làm tiệm cận ngang. Do đó D sai. **Chọn B.**

Câu 113. Phương trình hoành độ giao điểm là:

$$2^{-x}+3=11 \Leftrightarrow 2^{-x}=8=2^3 \Leftrightarrow -x=3 \Leftrightarrow x=-3$$

Vậy tọa độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y=2^{-x}+3$ và $y=11$ là $(-3;11)$. **Chọn B.**

Câu 114. Ta có $9^x-2^{x+\frac{1}{2}}=2^{x+\frac{3}{2}}-3^{2x-1} \Leftrightarrow \frac{4}{3}.9^x=3\sqrt{2}.2^x \Leftrightarrow \left(\frac{9}{2}\right)^x=\frac{9}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow x=\log_{\frac{9}{2}}\frac{9}{2\sqrt{2}}$.

Từ đó suy ra $a+\frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}}2=\log_{\frac{9}{2}}\frac{9}{2}=1$. **Chọn B.**

Câu 115. Đặt $3^x=t>0$. Phương trình đã cho tương đương với:

$$t^2-10t+9=0 \Leftrightarrow (t-1)(t-9)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x=1 \\ 3^x=9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right..$$

Suy ra: $\left[\begin{array}{l} x^2+1=1 \\ x^2+1=5 \end{array}\right.$.**Chọn C.**

Câu 116. Phương trình tương đương với $3.3^{2x}-4.3^x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x=1 \\ 3^x=\frac{1}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$. **Chọn B**

Câu 117. Phương trình tương đương với $4^{x^2+x}+2.2^{x^2+x}-3=0$.

Đặt $t=2^{x^2+x}$, $t>0$. Phương trình trở thành $t^2+2t-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-3 \text{ (loại)} \end{array}\right.$.

Với $t=1$, ta được $2^{x^2+x}=1 \Leftrightarrow x^2+x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=-1,\ x=0$. **Chọn A**

Câu 118. Đặt $e^{3x}=t>0$. Phương trình đã cho trở thành:

$$t^2-3t+2=0 \Leftrightarrow (t-1)(t-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} e^{3x}=1 \\ e^{3x}=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x=0 \\ 3x=\ln 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{\ln 2}{3} \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $\left\{0;\frac{\ln 2}{3}\right\}$. **Chọn B.**

Câu 119. Phương trình tương đương với $5.5^{x^2}-\frac{5}{5^{x^2}}-24=0 \Leftrightarrow 5.5^{2x^2}-24.5^{x^2}-5=0$.

Đặt $t=5^{x^2}$, $t\geqslant 1$. Phương trình trở thành $5t^2-24t-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=5 \\ t=-\frac{1}{5} \text{ (loại)} \end{array}\right.$.

Với $t=5$, ta được $5^{x^2}=5 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=\pm 1$. **Chọn B**

Câu 120. Phương trình tương đương với $\frac{3}{3^x}=2+\left(\frac{1}{9}\right)^x \Leftrightarrow 3.\left(\frac{1}{3}\right)^x=2+\left(\frac{1}{3}\right)^{2x}$.

Đặt $t=\left(\frac{1}{3}\right)^x$, $t>0$. Phương trình trở thành $3t=2+t^2 \Leftrightarrow t^2-3t+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=2 \end{array}\right.$.

- Với $t=1$, ta được $\left(\frac{1}{3}\right)^x=1 \Leftrightarrow x=0$.
- Với $t=2$, ta được $\left(\frac{1}{3}\right)^x=2 \Leftrightarrow x=\log_{\frac{1}{3}} 2$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=\log_{\frac{1}{3}} 2$, $x=0$. **Chọn B**

Câu 121. Phương trình tương đương với:

$$3^x+9.\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}-4=0 \Leftrightarrow 3^x+3.\left(\frac{1}{3}\right)^x-4=0 \Leftrightarrow 3^x+3.\frac{1}{3^x}-4=0 \Leftrightarrow 3^{2x}-4.3^x+3=0.$$

Đặt $t=3^x$, $t>0$. Phương trình trở thành $t^2-4t+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=3 \end{array}\right.$.

- Với $t=1$, ta được $3^x=1 \Leftrightarrow x=0$.
- Với $t=3$, ta được $3^x=3 \Leftrightarrow x=1$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=0$, $x=1$. **Chọn A**

Câu 122. Phương trình tương đương với:

$$2^x-6^x=2-2.3^x \Leftrightarrow 2^x\left(1-3^x\right)=2\left(1-3^x\right) \Leftrightarrow \left(1-3^x\right)\left(2^x-2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x=1 \\ 2^x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right..$$

Vậy phương trình có hai nghiệm $x=0$, $x=1$. **Chọn D.**

Câu 123. Phương trình tương đương với

$$2^{x^2-1}\left(2^x-1\right)=2^x\left(2^x-1\right) \Leftrightarrow \left(2^x-1\right)\left(2^{x^2-1}-2^x\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x-1=0 \\ 2^{x^2-1}-2^x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=1 \\ 2^{x^2-1}=2^x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-1=x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-x-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2} \end{array}\right..$$

Vậy phương trình có ba nghiệm $x=0$, $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$. **Chọn B**

Câu 124. Phương trình $(x-3)^{2x^2-5x}=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x-3\neq 0\\ 2x^2-5x=0\end{cases}\\ x-3=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\dfrac{5}{2}\\ x=4\end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 125. Ta có $2^{\log_5(x+3)}=x \Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\ \log_5(x+3)=\log_2 x \overset{dat}{=} t\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\ x=5^t-3=2^t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\ 5^t=3.1^t+2^t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\ t=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\ x=2\end{cases} \Leftrightarrow x=2$$. **Chọn A.**

Câu 126. TXĐ: $D=(0;+\infty)$. Ta có:

$$4^{\log_2 2x}-x^{\log_2 6}=2.3^{\log_2 4x^2} \Leftrightarrow 4^{1+\log_2 x}-x^{\log_2 6}=2.3^{2.\log_2 2x} \Leftrightarrow 4.4^{\log_2 x}-x^{\log_2 6}=2.9^{1+\log_2 x}$$

Hay $4.4^{\log_2 x}-x^{\log_2 6}=18.9^{\log_2 x}$ (*)

Đặt $\log_2 x=t \Leftrightarrow x=2^t$.

Thay vào phương trình (*) ta có:

$$4.4^t-(2^t)^{\log_2 6}=18.9^t \Leftrightarrow 4.2^{2t}-2^t.3^t-18.3^{2t}=0 \Leftrightarrow 4.\left(\frac{2}{3}\right)^{2t}-\left(\frac{2}{3}\right)^t-18=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(\dfrac{2}{3}\right)^t=\dfrac{9}{4}\\ \left(\dfrac{2}{3}\right)^t=-2\end{array}\right.$$

Do $\left(\dfrac{2}{3}\right)^t>0\ \forall t$ nên $\left(\dfrac{2}{3}\right)^t=\dfrac{9}{4} \Leftrightarrow t=-2$

Khi đó ta được: $\log_2 x=-2 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{4}$ (thỏa mãn điều kiện). **Chọn B**

Câu 127. Sai ở bước 2 do chưa chứng minh ph.trình $5^{x-2}=3-x$ có nghiệm duy nhất.
Chọn B.

Câu 128. Vì $\dfrac{2}{\sqrt{5}}<1$ nên bất phương trình tương đương với

$$\frac{1}{x}\geqslant 3 \Leftrightarrow \frac{1-3x}{x}\geqslant 0 \Leftrightarrow 0<x\leqslant\frac{1}{3}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(0;\dfrac{1}{3}\right]$. **Chọn B.**

Câu 129. Chia cả hai vế của bất phương trình cho $3^3.3^x>0$, ta được bất phương trình tương đương:

$$\frac{4^x.3^3}{3^3.3^x}>\frac{3^x.4^3}{3^3.3^x} \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^x>\left(\frac{4}{3}\right)^3 \Leftrightarrow x>3 \text{ do } \frac{4}{3}>1.$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $S=(3;+\infty)$.

Suy ra số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình là 4. **Chọn D.**

Câu 130. Bất phương trình tương đương với $2^{3x}.2^{1-x^2} > 2^x \Leftrightarrow 2^{3x+1-x^2} > 2^x$

$\Leftrightarrow 3x+1-x^2 > x \Leftrightarrow x^2-2x-1<0 \Leftrightarrow 1-\sqrt{2}<x<1+\sqrt{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right)$.

Suy ra các số nguyên thuộc S là 0; 1 và 2. **Chọn B.**

Câu 131. Bất phương trình tương đương với $\dfrac{3}{3^x}+2.3^x \leqslant 7 \Leftrightarrow 2.3^{2x}-7.3^x+3 \leqslant 0$.

Đặt $t=3^x$, $t>0$. Bất phương trình trở thành $2t^2-7t+3 \leqslant 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} \leqslant t \leqslant 3$.

Với $\dfrac{1}{2} \leqslant t \leqslant 3$, ta được $\dfrac{1}{2} \leqslant 3^x \leqslant 3 \Leftrightarrow -\log_3 2 \leqslant x \leqslant 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left[-\log_3 2;1\right]$.

Suy ra các số tự nhiên thuộc tập S là 0 và 1. **Chọn B.**

Câu 132. Bất phương trình tương đương với $3.3^{2x}-10.3^x+3 \leqslant 0$.

Đặt $t=3^x$, $t>0$. Bất phương trình trở thành $3t^2-10t+3 \leqslant 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{3} \leqslant t \leqslant 3$.

Với $\dfrac{1}{3} \leqslant t \leqslant 3$, ta được $\dfrac{1}{3} \leqslant 3^x \leqslant 3 \Leftrightarrow -1 \leqslant x \leqslant 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=[-1;1]$.

Suy ra độ dài của tập S bằng 2. **Chọn C.**

Câu 133. Ta có cơ số là biểu thức chứa x với $a=x^2+x+1=\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}>0$

Bất phương trình tương đương với $\left(x^2+x+1\right)^x<1=\left(x^2+x+1\right)^0$

$\Leftrightarrow \left(x^2+x+1-1\right)(x-0)<0 \Leftrightarrow x^2(x+1)<0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x<-1 \end{cases} \Leftrightarrow x<-1$. **Chọn C.**

Câu 134. Điều kiện: $x>0$.

Đặt $\log_2 x = t \Rightarrow x=2^t$. Phương trình tương đương với

$\left(2^t\right)^{t+4} \leqslant 32 \Leftrightarrow 2^{t(t+4)} \leqslant 2^5 \Leftrightarrow t^2+4t-5 \leqslant 0 \Leftrightarrow -5 \leqslant t \leqslant 1$.

Suy ra $-5 \leqslant \log_2 x \leqslant 1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{32} \leqslant x \leqslant 2$: thỏa mãn điều kiện. **Chọn C.**

Câu 135 (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017). Với $f(x)<1$, ta có

- $2^x.7^{x^2}<1 \Leftrightarrow \log_2\left(2^x.7^{x^2}\right)<\log_2 1=0 \Leftrightarrow \log_2 2^x+\log_2 7^{x^2}<0 \Leftrightarrow x+x^2\log_2 7<0$
- $2^x.7^{x^2}<1 \Leftrightarrow \ln\left(2^x.7^{x^2}\right)<\ln 1=0 \Leftrightarrow \ln 2^x+\ln 7^{x^2}<0 \Leftrightarrow x\ln 2+x^2\ln 7<0$
- $2^x.7^{x^2}<1 \Leftrightarrow \log_7\left(2^x.7^{x^2}\right)<\log_7 1=0 \Leftrightarrow \log_7 2^x+\log_7 7^{x^2}<0 \Leftrightarrow x\log_7 2+x^2<0$

Vì $x \in \mathbb{R}$ nên khẳng định

$x + x^2 \log_2 7 < 0 \Leftrightarrow x(1 + x\log_2 7) < 0 \Leftrightarrow 1 + x\log_2 7 < 0$ là sai. **Chọn D.**

Câu 136. Phương trình $2^{2x-1} + m^2 - m = 0 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = -m^2 + m$

có nghiệm khi và chỉ khi $-m^2 + m > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1$. **Chọn B.**

Câu 137. Ta có $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0 \Leftrightarrow \left(2^{x+1}\right)^2 - 2.2^{x+1} + m = 0$. (1)

Đặt $2^{x+1} = t > 0$. Phương trình (1) trở thành: $t^2 - 2t + m = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2t = -m$. (2)

Để phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có nghiệm $t > 0$

Xét hàm $f(t) = t^2 - 2t$ với $t > 0$.

Lập bảng biến thiên và kết luận được $-m \geqslant -1 \Leftrightarrow m \leqslant 1$. **Chọn C.**

Câu 138. Ta có: $4^x - m.2^{x+1} + 2m = 0 \Leftrightarrow \left(2^x\right)^2 - 2m.2^x + 2m = 0$ (*)

Phương trình (*) là phương trình bậc hai ẩn 2^x có: $\Delta' = (-m)^2 - 2m = m^2 - 2m$.

Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow m^2 - 2m \geqslant 0 \Leftrightarrow m(m-2) \geqslant 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geqslant 2 \\ m \leqslant 0 \end{array}\right.$

Áp dụng định lý Vi-ét ta có: $2^{x_1}.2^{x_2} = 2m \Leftrightarrow 2^{x_1 + x_2} = 2m$

Do đó $x_1 + x_2 = 3 \Leftrightarrow 2^3 = 2m \Leftrightarrow m = 4$. Thử lại ta được $m = 4$ thỏa mãn. **Chọn A.**

Câu 139. Đặt $\left(2+\sqrt{3}\right)^x = t > 0$, suy ra $\left(2-\sqrt{3}\right)^x = \dfrac{1}{t}$.

Phương trình đã cho trở thành: $t + \dfrac{1}{t} = m$. Xét hàm $f(t) = t + \dfrac{1}{t}$ với $t > 0$.

Lập bảng biến thiên ta được $m \geqslant 2$ thỏa mãn bài toán. **Chọn D.**

Câu 140. Đặt $4^x = t > 0$. Phương trình đã cho trở thành:

$$\underbrace{(m+1)t^2 - 2(2m-3)t + 6m + 5}_{f(t)} = 0. \quad (*)$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (*) có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $0 < t_1 < 1 < t_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ (m+1)f(1) < 0 \\ (m+1)(6m+5) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ (m+1)(3m+12) < 0 \Leftrightarrow -4 < m < -1. \\ (m+1)(6m+5) > 0 \end{cases}$$ **Chọn B.**

(k° cần)

Câu 141. Phương trình tương đương $\Leftrightarrow x - 1 = 4^3 = 64 \Leftrightarrow x = 65$. **Chọn B.**

Câu 142. Điều kiện: $x(5-x) > 0 \Leftrightarrow x(x-5) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 5$

Phương trình đã cho tương đương với $x(5-x) = 6 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 3 \end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{2;3\}$. **Chọn A.**

Câu 143. Điều kiện: $x \geqslant 0$

Phương trình tương đương với: $x-3\sqrt{x}+4=8 \Leftrightarrow x-3\sqrt{x}-4=0$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-4\right)=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}=4 \Leftrightarrow x=16$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy phương trình có một nghiệm $x=16$. **Chọn B.**

Câu 144. Điều kiện: $\dfrac{x^2-3x+2}{x}>0$. Với điều kiện trên phương trình đã cho trở thành:

$\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{x^2-3x+2}{x}=\log_{\frac{1}{2}}1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2-3x+2}{x}=1$ (thoả mãn) $\Leftrightarrow x^2-4x+2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=2-\sqrt{2} \\ x_2=2+\sqrt{2} \end{cases}$.

Vậy $x_1x_2=\left(2-\sqrt{2}\right)\left(2+\sqrt{2}\right)=4-2=2$. **Chọn C.**

Câu 145. Điều kiện: $\begin{cases} x-3>0 \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>3$.

Với điều kiện trên phương trình đã cho trở thành $\log_2(x-3)+2\log_4 x=2$

$\Leftrightarrow \log_2(x-3)+\log_2 x=2 \Leftrightarrow \log_2\left[(x-3)x\right]=\log_2 4$

$\Leftrightarrow (x-3)x=4 \Leftrightarrow x^2-3x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \text{ (loại)} \\ x=4 \text{ (thoả mãn)} \end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=4$. **Chọn A.**

Câu 146. Điều kiện: $x>0$.

Phương trình tương đương với: $\log(x+2)^2+\log 4=\log x+\log 3^4 \Leftrightarrow 4(x+2)^2=81x$

$\Leftrightarrow 4x^2-65x+16=0 \Leftrightarrow (4x-1)(x-16)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=\dfrac{1}{4} \\ x_2=16 \end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy $\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{1}{4.16}=\dfrac{1}{64}$. **Chọn D.**

Câu 147. Điều kiện: $x>0$.

Với điều kiện trên phương trình đã cho trở thành $(2+\log_3 x)^2+\log_3 x^2-4-7=0$

$\Leftrightarrow \log_3^2 x+6\log_3 x-7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_3 x=1 \\ \log_3 x=-7 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=3 \\ x_2=3^{-7} \end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy $x_1x_2=3.3^{-7}=3^{-6}=\dfrac{1}{3^6}=\dfrac{1}{9^3}$. **Chọn A.**

Câu 148. Điều kiện: $x>2$.

Với điều kiện trên phương trình đã cho trở thành $\log_2(x+1)=2-\log_2(x-2)$

$\Leftrightarrow \log_2(x+1)+\log_2(x-2)=2 \Leftrightarrow \log_2\left[(x+1)(x-2)\right]=\log_2 4$

$\Leftrightarrow (x+1)(x-2)=4 \Leftrightarrow x^2-x-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện, phương trình có nghiệm duy nhất $x=3$. **Chọn B.**

Câu 149. Điều kiện: $x>0$. Với điều kiện trên phương trình đã cho trở thành

$$\log_2\left[-\log_2 x+\log_2 x+x+1\right]=3\Leftrightarrow \log_2(x+1)=3\Leftrightarrow x+1=8\Leftrightarrow x=7.$$

Đối chiếu điều kiện, phương trình có nghiệm duy nhất $x=7$: là số nguyên tố. **Chọn C.**

Câu 150. Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\ \log_2 x>0\\ \log_4 x>0\end{cases}\Leftrightarrow x>1$.

Phương trình tương đương với: $\frac{1}{2}\log_2(\log_2 x)+\log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right)=2$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x)+\log_2(\log_2 x)-1=2\Leftrightarrow \frac{3}{2}\log_2(\log_2 x)=3\Leftrightarrow \log_2(\log_2 x)=2$$

$\Leftrightarrow \log_2 x=4\Leftrightarrow x=16$ (thỏa mãn điều kiện). **Chọn B.**

Câu 151. Điều kiện: $0<x\neq 1$.

Với điều kiện trên phương trình đã cho trở thành $\log_2 x-6\log_x 2=1$.

Đặt $t=\log_2 x$, phương trình trở thành $t-\frac{6}{t}=1\Leftrightarrow \begin{cases}t^2-t-6=0\\ t\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=3\\ t=-2\end{array}\right.$.

- Với $t=3$, ta được $\log_2 x=3\Leftrightarrow x=8$.
- Với $t=-2$, ta được $\log_2 x=-2\Leftrightarrow x=\frac{1}{4}$.

Suy ra tích hai nghiệm bằng 2. **Chọn B.**

Câu 152. Điều kiện: $9-2^x>0$.

Phương trình tương đương với: $9-2^x=2^{3-x}\Leftrightarrow 9-2^x=\frac{8}{2^x}$

$$\Leftrightarrow \left(2^x\right)^2-9.2^x+8=0\Leftrightarrow \left(2^x-1\right)\left(2^x-8\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=1\\ 2^x=8\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=3\end{array}\right.$$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x=0;\ x=3$. **Chọn B.**

Câu 153. Điều kiện: $x>0$.

Với điều kiện trên phương trình đã cho trở thành $\log x\left(\log 100+\log x^2\right)=4$

$$\Leftrightarrow \log x(2+2\log x)=4\Leftrightarrow 2\log^2 x+2\log x-4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log x=1\\ \log x=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=10\\ x=\frac{1}{100}\end{array}\right..$$

Đối chiếu điều kiện, ta được nghiệm $x=10$ và $x=\frac{1}{100}$.

Suy ra $x_1=10$ và $x_2=100$ nên $x_2=x_1^2$. **Chọn B.**

Câu 154. Điều kiện: $x>\frac{1}{2}$. Với điều kiện trên phương trình đã cho trở thành:

$$\log_2 x.\left[\log_3(2x-1)-2\right]=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x=0\\ \log_3(2x-1)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ 2x-1=9\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=5\end{array}\right..$$

Đối chiếu điều kiện, phương trình có tập nghiệm $S=\{1;5\}$. **Chọn D.**

Câu 155. Điều kiện: $\begin{cases} x-1>0 \\ \ln(x-1)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x\neq 2 \end{cases}$.

Phương trình tương đương với: $x^3-5x^2+6x=0 \Leftrightarrow x(x-2)(x-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$

Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm $x=3$ thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm. **Chọn B.**

Câu 156.

+ Để bất phương trình có nghiệm thì $x+3>0 \Leftrightarrow x>-3$. Vậy loại nghiệm $x=-4$.

+ Nếu $x\geqslant 0$ ta có $\log_3(x+3)\geqslant \log_3 3=1$ và $2^{x+1}\geqslant 2$.

Do đó: $2^{x+1}+\log_3(x+3)\geqslant 2+1=3$

Suy ra bất phương trình đã cho vô nghiệm $\forall x\in[0;+\infty)$.

Vậy loại hai nghiệm $x=0$ và $x=2$.

+ Với $x=-2$ thay vào bất phương trình ta được $2^{-2+1}+\log_3(-2+3)<3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}<3$ luôn đúng. Vậy $x=-2$ là một nghiệm của bất phương trình đã cho. **Chọn B.**

Câu 157. Chọn C.

Học sinh này đã lập luận sai từ B3 vì khi giải bất phương trình thì không được bỏ mẫu, do mẫu tham gia vào quá trình xét dấu.

Sửa lại: Điều kiện: $\frac{2x}{x+1}>0$.

Vì $\ln 1=0$ nên $(*) \Leftrightarrow \ln\frac{2x}{x+1}>\ln 1 \Leftrightarrow \frac{2x}{x+1}>1$ (thỏa mãn điều kiện)

$\Leftrightarrow \frac{2x}{x+1}-1>0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x+1}>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-1 \end{array}\right.$

Vậy bất phương trình có nghiệm $x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Câu 158. Bất phương trình tương đương với $3x-1>2^3 \Leftrightarrow 3x>9 \Leftrightarrow x>3$. **Chọn A.**

Câu 159. Bất phương trình tương đương với:

$-\log_3(x^2-2x+6)\leqslant -2 \Leftrightarrow \log_3(x^2-2x+6)\geqslant 2$

$\Leftrightarrow x^2-2x+6\geqslant 9 \Leftrightarrow x^2-2x-3\geqslant 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3)\geqslant 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\geqslant 3 \\ x\leqslant -1 \end{array}\right.$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $S=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$. **Chọn C.**

Câu 160. Đồ thị $y=\log_3 x$ nằm ở phía trên đường thẳng $y=2$ khi $\log_3 x>2 \Leftrightarrow x>9$.

Chọn B.

Câu 161. Điều kiện: $4x-4>0 \Leftrightarrow x>1$. Bất phương trình tương đương với

$x^2>4x-4 \Leftrightarrow x^2-4x+4>0 \Leftrightarrow (x-2)^2>0 \Leftrightarrow x\neq 2$.

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $S=(1;+\infty)\setminus\{2\}$. **Chọn D.**

Câu 162. Điều kiện: $x \geqslant \dfrac{5}{12}$.

Bất phương trình đã cho tương đương với:

$$4x^2 \leqslant 12x - 5 \Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 5 \leqslant 0 \Leftrightarrow (2x-5)(2x-1) \leqslant 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leqslant x \leqslant \frac{5}{2}$$

Đối chiếu với điều kiện, ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[\dfrac{1}{2}; \dfrac{5}{2}\right]$.

Suy ra $m = \dfrac{1}{2}$ và $M = \dfrac{5}{2}$ nên $m + M = 3$. **Chọn A.**

Câu 163. Điều kiện: $x > 0$

Bất phương trình tương đương với $\log\left(x^2+21\right).\log 10 < \log 10 + \log x$

$\Leftrightarrow \log\left(x^2+21\right) < \log 10x \Leftrightarrow x^2 + 21 < 10x \Leftrightarrow (x-7)(x-3) < 0 \Leftrightarrow 3 < x < 7$

Đối chiếu với điều kiện, ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = (3;7)$.

Chọn A.

Câu 164. Điều kiện:

$$\begin{cases} x > 0 \\ 1 + \log_{\frac{1}{9}} x - \log_9 x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 1 - 2\log_9 x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_9 x < \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 3$$

Bất phương trình tương đương với: $1 - 2\log_9 x < 2 \Leftrightarrow \log_9 x > -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x > \dfrac{1}{3}$

Đối chiếu với điều kiện, ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\dfrac{1}{3}; 3\right)$.

Suy ra $a = 3,\ b = 3$. **Chọn C.**

Câu 165. Điều kiện: $x > 0$.

Bất phương trình tương đương với:

$(\log_2 x - 1)(1 - \log_3 x) > 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \log_2 x - 1 > 0 \\ 1 - \log_3 x > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \log_2 x - 1 < 0 \\ 1 - \log_3 x < 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \log_2 x > 1 \\ \log_3 x < 1 \end{cases} \\ \begin{cases} \log_2 x < 1 \\ \log_3 x > 1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x > 2 \\ x < 3 \end{cases} \\ \begin{cases} x < 2 \\ x > 3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow 2 < x < 3$$

Đối chiếu với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = (2;3)$.

Chọn C.

Câu 166. Điều kiện: $\log_2\left(2 - x^2\right) > 0 \Leftrightarrow 2 - x^2 > 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1$.

Với điều kiện trên bất phương trình đã cho trở thành

$$\log_{\frac{1}{2}}\left[\log_2\left(2-x^2\right)\right] > \log_{\frac{1}{2}} 1 \Leftrightarrow \log_2\left(2-x^2\right) < 1 \Leftrightarrow \log_2\left(2-x^2\right) < \log_2 2$$

$$\Leftrightarrow 2 - x^2 < 2 \Leftrightarrow x^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0.$$

Đối chiếu điều kiện, bất phương trình có tập nghiệm $S=(-1;0)\cup(0;1)$.

Suy ra không có số nguyên nào thuộc tập S. **Chọn D.**

Câu 167. Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ \log_2 x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x\neq 2 \end{cases}$

Bất phương trình tương đương với: $\dfrac{2\left(1-\dfrac{1}{2}\log_2 x\right)}{1-\log_2 x}-1\leqslant 0 \Leftrightarrow \dfrac{2-\log_2 x}{1-\log_2 x}-1\leqslant 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{1-\log_2 x}\leqslant 0 \Leftrightarrow 1-\log_2 x<0 \Leftrightarrow \log_2 x>1 \Leftrightarrow x>2$$

Đối chiếu với điều kiện, ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S=(2;+\infty)$.

Chọn D.

Câu 168. Điều kiện: $m>0$.

Phương trình $\Leftrightarrow x^3-3x=\log_2 m$.

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ với đường thẳng $y=\log_2 m$.

Xét hàm $y=x^3-3x$. Ta có $y'=3x^2-3; y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\Rightarrow y=-2 \\ x=-1\Rightarrow y=2 \end{array}\right.$.

Dựa vào dáng điệu của đồ thị hàm bậc ba, suy ra yêu cầu bài toán tương đương với

$$\left[\begin{array}{l} \log_2 m<-2 \\ \log_2 m>2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<\dfrac{1}{4} \\ m>4 \end{array}\right..$$ **Chọn D.**

Câu 169. Điều kiện: $x>0$. Vì nghiệm phương trình nhỏ hớn 1 nên suy ra $0<x<1$.

Đặt $\log_{\sqrt{3}} x=t$. Với $0<x<1$ thì $t<0$. $\Rightarrow \log_{\sqrt{3}} x < \log_{\sqrt{3}} 1$

Phương trình đã cho trở thành: $t^2-mt+1=0 \overset{(1)}{} \Leftrightarrow t+\dfrac{1}{t}=m.$ (*)

Xét hàm $f(t)=t+\dfrac{1}{t}$ với $t<0$. hoặc (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta\geq 0 \\ S<0 \\ P>0 \end{cases}$

Lập bảng biến thiên ta được $m=-2$ thỏa mãn bài toán. **Chọn B.**

Câu 170. Đặt $\lg_2 x=t$. Với $x\in(0;1)$, suy ra $t<0$.

Phương trình đã cho trở thành: $t^2+t+m=0 \Leftrightarrow t^2+t=-m$.

Xét hàm $f(t)=t^2+t$ với $t<0$.

Lập bảng biến thiên ta được $-m\geqslant -\dfrac{1}{4} \Leftrightarrow m\leqslant \dfrac{1}{4}$ thỏa mãn bài toán. **Chọn C.**

Câu 171. Hệ phương trình tương đương với

$$\begin{cases} x+2y=-1 \\ x+y^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2y-1 \\ y^2-2y-1=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2y-1 \\ y^2-2y-3=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-2y-1 \\ \left[\begin{array}{l} y=-1 \\ y=3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-1;\ x=1 \\ y=3;\ x=-7 \end{array}\right..$$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là $(1;-1)$ và $(-7;3)$. **Chọn C.**

Câu 172. Điều kiện: $x,y>0$. Hệ phương trình tương đương với:

$$\begin{cases} \log\dfrac{x}{y}=2 \\ x-10y=900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x}{y}=100 \\ x-10y=900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-100y=0 \\ x-10y=900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1000 \\ y=10 \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình có một nghiệm là $(1000;10)$. **Chọn C.**

Câu 173. Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ y>0 \end{cases}$. Hệ phương trình tương đương với

$$\begin{cases} x+y=25 \\ \log_2\dfrac{x}{y}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=25 \\ \dfrac{x}{y}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=25 \\ x-4y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=20 \\ y=5 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(20;5)$. **Chọn C.**

Câu 174. Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ y>0 \end{cases}$. Hệ phương trình tương đương với

$$\begin{cases} \log_4(2xy)=\log_4 36 \\ x+2y=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2xy=36 \\ x+2y=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy=18 \\ x=20-2y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (20-2y)y=18 \\ x=20-2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2-20y+18=0 \\ x=20-2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=9 \end{array}\right. \\ x=20-2y \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1;\ x=18 \\ y=9;\ x=2 \end{array}\right.$$ **Chọn B.**

Câu 175. Nhân hai vế các phương trình của hệ, ta được:

$$6^x.36^y=162.48 \Leftrightarrow 6^{x+2y}=6^5 \Leftrightarrow x+2y=5$$

Thế $x=5-2y$ và phương trình thứ hai của hệ, ta có:

$$3^{5-2y}.4^y=48 \Leftrightarrow \frac{3^5}{9^y}.4^y=2^4.3 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2y}=\left(\frac{2}{3}\right)^4 \Leftrightarrow 2y=4 \Leftrightarrow y=2$$

Từ đó suy ra hệ phương trình có nghiệm là $(1;2)$. **Chọn C.**

Câu 176. Đặt $\begin{cases} 6^x=a>0 \\ 3^y=b>0 \end{cases}$. Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} a-2b=2 \\ ab=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2b+2 \\ (2b+2)b=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2b+2 \\ b^2+b-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2b+2 \\ \left[\begin{array}{l} b=-3(L) \\ b=2(tm) \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=2 \end{cases}.$$

Suy ra: $\begin{cases} 6^x=6 \\ 3^y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\log_3 2 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 177. Điều kiện: $\begin{cases} 0 < x \neq 1 \\ y > 0 \end{cases}$

Hệ phương trình tương đương với:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y + 23 = (x+1)^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ x^2 + 23 = (x+1)^3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ x^3 + 2x^2 + 3x - 22 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ (x-2)(x^2+4x+11) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có một nghiệm là $(2;4)$. **Chọn A.**

Câu 178. Hệ phương trình tương đương với:

$$\begin{cases} 3^{x-y} = 3^3 \\ \log(x+2y) = \log 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 3 \\ x + 2y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có một nghiệm là $(7;4)$. **Chọn A.**

Câu 179. Điều kiện: $x + y > 0$.

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \dfrac{4^x}{2^y} = 2 \\ \log(2x+2y) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{2x-y} = 2 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}.$$ **Chọn B.**

Câu 180. Điều kiện: $x - y > 0 \Leftrightarrow x > y$.

Hệ phương trình

$$\begin{cases} \left(\dfrac{2}{3}\right)^{2x-y} + 6\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}} - 7 = 0 \\ 3^{\log_9(x-y)} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}} = 1 \\ \left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}} = -7 \ (\textit{loại}) \end{array}\right. \\ \log_9(x-y) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases} (\textit{thoả mãn}).$$

Chọn C.

CHỦ ĐỀ 3. NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

Câu 1. Để hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên K khi và chỉ khi $f(x)$ liên tục trên K. Chọn D.

Câu 2. Sửa lại cho đúng là " Tất cả các nguyên hàm của $f(x)$ trên $(a;b)$ đều có đạo hàm bằng $f(x)$". **Chọn C.**

Câu 3. Vì hàm số có đạo hàm tại x_0 thì liên tục tại x_0, nhưng nếu hàm số liên tục tại x_0 thì chưa chắc đã có đạo hàm tại x_0. Chẳng hạn xét hàm số $f(x)=|x|$ tại điểm $x=0$. **Chọn B.**

Câu 4. Với mọi $x\in(a;b)$, ta có $F'(x)=f(x)$, ngoài ra

$$F'\left(a^+\right)=f(a) \text{ và } F'\left(b^-\right)=f(b)$$ **.Chọn D.**

Câu 5. Chọn A.

Câu 6. Vì hai nguyên hàm trên D của cùng một hàm số thì sai khác nhau một hằng số. **Chọn B.**

Câu 7. Chọn C.

Câu 8. Vì $\int f(x)dx=F(x)+C\Rightarrow\int f(u)du=F(u)+C$. **Chọn C.**

Câu 9. Vì $(x)'=1\neq2\sqrt{x}\Rightarrow F'(x)\neq f(x)\Rightarrow F(x)=x$ không phải là nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\sqrt{x}$. **Chọn B.**

Câu 10. Vì $\int\frac{u'(x)}{u(x)}dx=\int\frac{d(u(x))}{u(x)}=\ln|u(x)|+C$. **Chọn B.**

Câu 11. Vì kết quả này không đúng với trường hợp $\alpha=-1$. **Chọn C.**

Câu 12. Ta thấy hàm số $f(x)=\frac{1}{\cos x}$ xác định và liên tục trên $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ nên có nguyên hàm trên khoảng này. **Chọn B.**

Câu 13. Ta có $\int\frac{(x-1)^3}{2x^2}dx=\int\frac{x^3-3x^2+3x-1}{2x^2}dx$

$$=\int\left(\frac{x}{2}-\frac{3}{2}+\frac{3}{2x}-\frac{1}{2x^2}\right)dx=\frac{x^2}{4}-\frac{3x}{2}+\frac{3}{2}\ln|x|+\frac{1}{2x}+C.$$

Vậy một nguyên hàm của hàm số

$y=\frac{(x-1)^3}{2x^2}$ là $F(x)=\frac{x^2}{4}-\frac{3x}{2}+\frac{3}{2}\ln|x|+\frac{1}{2x}$. **Chọn D.**

Câu 14. Ta có $\int e^x.e^{x+1}dx=\int e^{2x+1}dx=\frac{1}{2}\int e^{2x+1}d(2x+1)=\frac{1}{2}e^{2x+1}+C$. **Chọn B.**

Câu 15. Vì $F'(x)=(x-3)^4+1\neq f(x)$. **Chọn A.**

Câu 16. Hàm số $F(x)=e^{x^3}$ là nguyên hàm của hàm số

$$f(x)=F'(x)=\left(e^{x^3}\right)'=\left(x^3\right)'.e^{x^3}=3x^2.e^{x^3}$$. **Chọn B.**

Câu 17. Ta có $\left(2^{\sqrt{x}}+C\right)'=2^{\sqrt{x}}\dfrac{\ln}{2\sqrt{x}}\neq 2^{\sqrt{x}}\dfrac{\ln 2}{\sqrt{x}}$. Suy ra đáp án A sai. **Chọn A.**

Câu 18. Ta thấy $\left(2^{\frac{1}{2x}}+C\right)'=-\dfrac{\ln 2}{2x^2}2^{\frac{1}{2x}}$.

Suy ra $2^{\frac{1}{2x}}+C$ không phải là nguyên hàm của $\int 2^{\frac{1}{2x}}.\dfrac{\ln 2}{x^2}dx$. **Chọn C.**

Câu 19. Ta có $\int f(x)dx=\dfrac{x^3}{3}+e^x+C\Rightarrow f(x)=\left(\dfrac{x^3}{3}+e^x+C\right)'=x^2+e^x$. **Chọn D.**

Câu 20. Ta có $\int f(x)dx=\sin 2x\cos x=\dfrac{1}{2}(\sin 3x+\sin x)$

Suy ra $f(x)=\dfrac{1}{2}(\sin 3x+\sin x)'=\dfrac{1}{2}(3\cos 3x+\cos x)$. **Chọn A.**

Câu 21. Ta có $f(x)=\left(\dfrac{1}{x}+\ln x+C\right)'=-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{x}=\dfrac{x-1}{x^2}$. **Chọn D.**

Câu 22. Vì $\left(\sin^2 x\right)'=2\sin x\cos x=\sin 2x$. **Chọn D.**

Câu 23. *Cách 1.* Ta có $\int f(x)dx=\int\left(3x^2+10x-4\right)dx=x^3+5x^2-4x+C$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\begin{cases}m=1\\3m+2=5\\3=C\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=1\\C=3\end{cases}$.

Vậy $m=1$ là giá trị cần tìm thỏa yêu cầu bài toán.

Cách 2. Ta có $F'(x)=\left(mx^3+(3m+2)x^2-4x+3\right)'=3mx^2+2(3m+2)x-4$.

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ nên ta có $F'(x)=f(x),\ \forall x$.

Do đó $3mx^2+2(3m+2)x-4=3x^2+10x-4$.

Đồng nhất hệ số hai vế ta có $\begin{cases}m=1\\2(3m+2)=10\end{cases}\Leftrightarrow m=1$. **Chọn C.**

Câu 24. Ta có $F'(x)=\left(ax^2+bx+c\right)'.e^x+\left(ax^2+bx+c\right).\left(e^x\right)'=\left[ax^2+(2a+b)x+c\right].e^x$.

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ nên ta có $F'(x)=f(x),\forall x$.

Do đó $\left[ax^2+(2a+b)x+c\right].e^x=x^2.e^x\Leftrightarrow ax^2+(2a+b)x+c=x^2$.

Đồng nhất hệ số hai vế ta có $\begin{cases}a=1\\2a+b=0\\c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-2\\c=0\end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 25. Ta có $\int f(x)dx = F(x) \Rightarrow F'(x) = f(x)$.

Lại có $F'(x) = (b\cos x - a\sin x)e^x + (a\cos x + b\sin x)e^x = [(b+a)\cos x + (b-a)\sin x]e^x$

Để $F'(x) = f(x) \Leftrightarrow [(b+a)\cos x + (b-a)\sin x]e^x = e^x\cos x \Leftrightarrow \begin{cases} b+a=1 \\ b-a=0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = \dfrac{1}{2}$.

Chọn D.

Câu 26. Ta có $\int g(x)dx = f(x) \Rightarrow f'(x) = g(x)$.

Lại có $f'(x) = (2ax+b)e^{-x} - (ax^2+bx+c)e^{-x} = [-ax^2 + (2a-b)x + (b-c)]e^{-x}$

Để $f'(x) = g(x) \Leftrightarrow [-ax^2 + (2a-b)x + (b-c)]e^{-x} = x(1-x)e^{-x} = (-x^2+x)e^{-x}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -a=-1 \\ 2a-b=1 \\ b-c=0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 1 \Rightarrow A = a+b+c = 3$. **Chọn D.**

Câu 27. Theo bài ra ta có $F'(x) = f(x)$.

Có $F'(x) = (2ax+b)\sqrt{2x-3} + \dfrac{(ax^2+bx+c)}{\sqrt{2x-3}} = \dfrac{5ax^2 + (3b-6a)x - 3b + c}{\sqrt{2x-3}}$

Suy ra $\begin{cases} 5a=20 \\ 3b-6a=-30 \\ c-3b=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=-2 \\ c=1 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 28. Ta có $\int f(x)dx = F(x) \Rightarrow F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

Lại có $F'(x) = (a+d)\cos x + cx\cos x + (c-b)\sin x - ax\sin x$

Để $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (a+d)\cos x + cx\cos x + (c-b)\sin x - ax\sin x = x\cos x, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+d=0 \\ c=1 \\ c-b=0 \\ a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=d=0 \\ b=c=1 \end{cases}.$$ **Chọn B.**

Câu 29. Ta có $\int f(x)dx = \int \sin^2 x\,dx = \int \dfrac{1-\cos 2x}{2}dx$

$$= \frac{1}{2}\int dx - \frac{1}{2}\int \cos 2x dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x + C$$

Theo bài ra, ta có $\dfrac{1}{2}.\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{1}{4}\sin\dfrac{\pi}{2} + C = \dfrac{\pi}{8} \Leftrightarrow C = \dfrac{1}{4}$.

Vậy $\int f(x)dx = \dfrac{x}{2} - \dfrac{\sin 2x}{4} + \dfrac{1}{4}$. **Chọn C.**

Câu 30. Ta có $f(x) = \int f'(x)dx = \int \dfrac{dx}{2x-1} = \dfrac{1}{2}\int \dfrac{d(2x-1)}{2x-1} = \dfrac{1}{2}\ln|2x-1| + C$

Theo bài ra ta có $f(1)=1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\ln|2.1-1|+C=1 \Leftrightarrow C=1 \Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}\ln|2x-1|+1$.

Vậy $f(5)=\frac{1}{2}\ln|2.5-1|+1=\frac{1}{2}\ln 9+1=\ln 3+1$. **Chọn D.**

Câu 31. Ta có $F(x)=\int f(x)dx=\int\left(\frac{4m}{\pi}+\sin^2 x\right)dx=\int\frac{4m}{\pi}dx+\int\sin^2 xdx$

$$=\int\frac{4m}{\pi}dx+\int\frac{1}{2}(1-\cos 2x)dx=\frac{4m}{\pi}x+\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\sin 2x\right)+C.$$

Theo giả thiết: $\begin{cases}F(0)=1\\ F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{8}\end{cases}$ nên $\begin{cases}C=1\\ m+\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\right)+C=\frac{\pi}{8}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}C=1\\ m=-\frac{3}{4}\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 32. Ta có $F(x)=\int\frac{1}{\sin^2 x}dx=-\cot x+C$.

Theo bài ra ta có $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=0 \Leftrightarrow -\cot\frac{\pi}{6}+C=0 \Leftrightarrow C=\sqrt{3}$.

Vậy $F(x)=-\cot x+\sqrt{3}$. **Chọn D.**

Câu 33. Ta có $F(x)=\int(4x-1)dx=2x^2-x+C$.

Giả sử $M(0;m)\in Oy$ là giao điểm của đồ thị hai hàm số $F(x)$ và $f(x)$.

Ta có hệ phương trình sau $\begin{cases}4.0-1=m\\ 2.0^2-0+C=m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m=-1\\ C=-1\end{cases} \Rightarrow F(x)=2x^2-x-1$.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $F(x)$ và $f(x)$ là nghiệm của phương trình:

$$2x^2-x-1=4x-1 \Leftrightarrow x(2x-5)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0 \Rightarrow y=-1\\ x=\frac{5}{2} \Rightarrow y=9\end{array}\right.$$

Vậy tọa độ các điểm cần tìm là $(0;-1)$ và $\left(\frac{5}{2};9\right)$. **Chọn C.**

Câu 34. Chọn A. Vì nếu $F'(t)=f(t) \Rightarrow F(t)=\int f(t)dt$. Đặt $t=u(x) \Rightarrow dt=u'(x)dx$.

Suy ra $F(u(x))=\int f(u(x)).u'(x)dx$ hay $F'(u(x))=f(u(x)).u'(x)$.

Câu 35. Chọn D. Vì $\int\frac{u'(x)}{u(x)}dx=\int\frac{d(u(x))}{u(x)}=\ln|u(x)|+C$.

Câu 36. Ta có $I=\int f(x)dx=\int\sqrt{2x-1}dx.$

Đặt $\sqrt{2x-1}=t \Rightarrow x=\frac{t^2+1}{2}$

$\Rightarrow I=\int td\left(\frac{t^2+1}{2}\right)=\int t^2dt=\frac{t^3}{3}+C=\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C.$ **Chọn B.**

Câu 37. Đặt $t=\ln x \Rightarrow dt=\frac{1}{x}dx$. Khi đó $\int \frac{e^{\ln x}}{x}dx=\int e^t dt$. **Chọn B.**

Câu 38. Đặt $t=x^2 \Rightarrow dt=2xdx$.

Suy ra $I=\frac{1}{2}\int e^t dt=\frac{1}{2}\int d\left(e^t\right)=\frac{1}{2}e^t+C=\frac{1}{2}e^{x^2}+C$. **Chọn C.**

Câu 39. Đặt $\ln x=t \Rightarrow dt=\frac{dx}{x}$. Suy ra $F(x)=\int tdt=\frac{t^2}{2}+C=\frac{\ln^2 x}{2}+C$.

Vì $F\left(e^2\right)=4 \Leftrightarrow \frac{\ln^2\left(e^2\right)}{2}+C=4 \Leftrightarrow C=2$. **Chọn B.**

Câu 40. Đặt $t=\sin x \Rightarrow dt=\cos xdx$. Suy ra $I=\int e^t dt=e^t+C=e^{\sin x}+C$.

Vì $F(\pi)=5 \Leftrightarrow e^{\sin \pi}+C=5 \Leftrightarrow 1+C=5 \Leftrightarrow C=4$. Suy ra $F(x)=e^{\sin x}+4$. **Chọn A.**

Câu 41. Đặt $t=\sin x$, suy ra $dt=\cos xdx$.

Khi đó $I=\int t^4 dt=\frac{t^5}{5}+C=\frac{\sin^5 x}{5}+C$. **Chọn D.**

Câu 42. Xét (I): Ta có $\int \tan x\,dx=\int \frac{\sin x}{\cos x}dx$. Đặt $t=\cos x \Rightarrow dt=-\sin xdx$.

Khi đó $\int \frac{\sin x}{\cos x}dx=-\int \frac{dt}{t}=-\ln|t|+C=-\ln|\cos x|+C$. Do đó (I) đúng.

Xét (II): Đặt $t=3\cos x \Rightarrow dt=-3\sin xdx \Rightarrow \sin xdx=-\frac{1}{3}dt$.

Khi đó $\int e^{3\cos x}\sin x\,dx=-\frac{1}{3}\int e^t dt=-\frac{1}{3}e^t+C=-\frac{1}{3}e^{3\cos x}+C$. Do đó (II) đúng.

Xét (III): Đặt $t=\sqrt{\sin x-\cos x} \Rightarrow t^2=\sin x-\cos x \Rightarrow 2tdt=(\cos x+\sin x)dx$.

Khi đó $\int \frac{2tdt}{t}=2\int dt=2t+C=2\sqrt{\sin x-\cos x}+C$. Do đó (III) đúng.

Chọn D.

Câu 43. Chọn B.

Câu 44. Chọn B.

Câu 45. Đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=e^x \end{cases}$

Theo công thức tính nguyên hàm từng phần, ta có

$$I=\int xe^x dx=xe^x-\int e^x dx=xe^x-\int d\left(e^x\right)=xe^x-e^x+C.$$ **Chọn C.**

Câu 46. Giả sử $F(x)=\int f(x)dx=\int (x-1)e^x dx$. Đặt $\begin{cases} u=x-1 \\ e^x dx=dv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=e^x \end{cases}$

Theo công thức tính nguyên hàm từng phần ta có:

$$F(x)=(x-1)e^x-\int e^x dx=(x-1)e^x-e^x+C=(x-2)e^x+C.$$

Theo bài ra, có $F(0)=1 \Leftrightarrow (0-2)e^0+C=1 \Leftrightarrow C=3$.

Vậy $F(x)=(x-2)e^x+3$. **Chọn D.**

Câu 47. Ta có $F(x)=\int f(x)dx=\int x\ln x dx$. Đặt $\begin{cases} u=\ln x \\ dv=xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\dfrac{dx}{x} \\ v=\dfrac{x^2}{2} \end{cases}$

Theo công thức tính nguyên hàm từng phần, ta có:

$$F(x)=\frac{1}{2}x^2\ln x-\frac{1}{2}\int xdx=\frac{1}{2}x^2\ln x-\frac{1}{4}x^2+C.$$

Theo bài ra, có: $F(1)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}.1.\ln 1-\frac{1}{4}.1^2+C=0 \Leftrightarrow C=\frac{1}{4}$.

Vậy $F(x)=\frac{1}{2}x^2\ln x-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4}$. **Chọn D.**

Câu 48. Đặt $\ln x=t \Rightarrow dt=\frac{dx}{x}$. Suy ra $I=\int \frac{\ln(\ln x)}{x}dx=\int \ln t\, dt$.

Đặt $\begin{cases} u=\ln t \\ dv=dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\dfrac{dt}{t} \\ v=t \end{cases}$. Theo công thức tính nguyên hàm từng phần, ta có:

$I=t\ln t-\int dt=t\ln t-t+C=\ln x.\ln(\ln x)-\ln x+C$. **Chọn C.**

Câu 49. Đặt $\begin{cases} u=\sin x \\ dv=e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\cos x dx \\ v=e^x \end{cases}$. Khi đó $I=e^x\sin x-\int \cos x e^x dx=e^x\sin x-J$.

Tính $J=\int \cos x e^x dx$. Đặt $\begin{cases} u=\cos x \\ dv=e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=-\sin x dx \\ v=e^x \end{cases}$

Suy ra $J=e^x\cos x+\int \sin x e^x dx=e^x\cos x+I$.

Do đó $I=e^x\sin x-J=e^x\sin x-\left(e^x\cos x+I\right) \Leftrightarrow 2I=e^x\sin x-e^x\cos x$.

Vậy $I=\frac{1}{2}\left(e^x\sin x-e^x\cos x\right)+C$. **Chọn A.**

Câu 50. Biến đổi lượng giác $\sin^2 x\cos^2 x=\frac{\sin^2 2x}{4}=\frac{1-\cos 4x}{8}$ rồi tính. **Chọn C.**

Câu 51. Sửa lại cho đúng là: $\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$. **Chọn D.**

Câu 52. Công thức (2) sai, sửa lại cho đúng là $\int_b^a f(x)dx=-\int_a^b f(x)dx$.

Hai công thức (1) và (3) đều đúng. **Chọn B.**

Câu 53. Ta có $\int_{-1}^{1} dx=x\Big|_{-1}^{1}=2$. Do đó A sai.

Theo tính chất tích phân thì B sai (vì không có tính chất này).

Xét câu C. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$.

Suy ra $F'(x)=f(x)\geqslant 0,\ \forall x\in[a;b]$.

- $F'(x)=0, \forall x\in[a;b]$, suy ra $F(x)$ là hàm hằng nên $\int\limits_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_a^b=0$.
- $F'(x)>0, \forall x\in[a;b]$, suy ra $F(x)$ đồng biến trên đoạn $[a;b]$ nên $F(b)>F(a)$.

Do đó $\int\limits_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a)>0$. Do đó C đúng.

Chọn $f(x)=0$ thì $\int\limits_0^a 0dx=C\Big|_0^a=0$ nhưng $f(x)=0$ không phải là hàm số lẻ.

Do đó D sai. **Chọn C.**

Câu 54. Theo tính chất tích phân, suy ra A đúng. Chọn $f(x)=x$ và $[a;b]=[-1;2]$.

Khi đó $\int\limits_a^b f(x)dx=\int\limits_{-1}^2 xdx=\frac{1}{2}x^2\Big|_{-1}^2=\frac{1}{2}(4-1)>0$ nhưng hàm $f(x)=x$ không thỏa mãn không âm trên $[-1;2]$. Do đó B sai.

Vì $\left(2\sqrt{1+x^2}+C\right)=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\neq\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ nên C sai.

Ta có $\frac{x^2}{2}$ là một nguyên hàm của x nhưng $\frac{x}{\sqrt{2}}$ không là nguyên hàm của $\sqrt{x}$.

Do đó D sai. **Chọn A.**

Câu 55. Áp dụng tính chất $F'(x)=\int\limits_a^x f(t)dt$ là một nguyên hàm của $f(x)$. **Chọn B.**

Câu 56. Ta có $F(x)=\int\limits_1^x \left(t^2+t\right)dt=\left(\frac{t^3}{3}+\frac{t^2}{2}\right)\Big|_1^x=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-\frac{5}{6}$

Xét hàm số $F(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-\frac{5}{6}$ trên đoạn $[-1;1]$

Đạo hàm $F'(x)=x^2+x;\ F'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\end{array}\right.$

Suy ra $F(-1)=-\frac{2}{3};\ F(0)=-\frac{5}{6};\ F(1)=0$.

Do hàm số liên tục trên $[-1;1]$ nên $\min\limits_{[-1;1]}F(x)=F(0)=-\frac{5}{6}$. **Chọn C.**

Câu 57. Áp dụng tính chất $F'(x)=\int\limits_a^x f(t)dt$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

Suy ra $F'(x)=\dfrac{x-\sqrt{3}}{x^2+1}$. Do đó I đúng. Lại có $F'(x)=0 \Leftrightarrow \dfrac{x-\sqrt{3}}{x^2+1}=0 \Leftrightarrow x=\sqrt{3}$.

Qua điểm $x=\sqrt{3}$ ta thấy $F'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương.

Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=\sqrt{3}$. Khi đó, mệnh đề II đúng, mệnh đề III sai. **Chọn C.**

Câu 58. Do $x\in[0;1]\Rightarrow x^2\geqslant x^3 \Rightarrow \int\limits_0^1 x^2dx \geqslant \int\limits_0^1 x^3dx$. Do đó A đúng.

Áp dụng tính chất $F'(x)=\int\limits_a^x f(t)dt$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

Suy ra $F'(x)=\dfrac{1}{1+x}$. Do đó B đúng.

Mệnh đề C sai vì tính chất này chỉ đúng nếu $f(x)$ là hàm chẵn hoặc ta có thể lấy ví dụ cụ thể cho hàm $f(x)=x$ và $a=2$ chẳng hạn.

Khi đó $\int\limits_{-2}^2 xdx=\dfrac{1}{2}x^2\Big|_{-2}^2=\dfrac{1}{2}(4-4)=0$ nhưng $2\int\limits_0^2 xdx=x^2\Big|_0^2=4$.

Mệnh đề D đúng theo tính chất tích phân. **Chọn C.**

Câu 59. Áp dụng tính chất

"Nếu $f(x)$ là hàm số chẵn thì $\int\limits_{-a}^a f(x)dx=2\int\limits_{-a}^0 f(x)dx=2\int\limits_0^a f(x)dx$". **Chọn B.**

Câu 60. Ta có $\int\limits_1^4 f'(x)dx=f(x)\Big|_1^4=f(4)-f(1)$. Theo bài ra ta có:

$\int\limits_1^4 f'(x)dx=17 \Leftrightarrow f(4)-f(1)=17 \Leftrightarrow f(4)=17+f(1)=17+12=29$. **Chọn A.**

Câu 61. Ta có

$\int\limits_5^2 [2-4f(x)]dx=2\int\limits_5^2 dx-4\int\limits_5^2 f(x)dx=2x\Big|_2^5+4\int\limits_2^5 f(x)dx=2.(2-5)+4.10=34$.

Chọn B.

Câu 62. Ta có $\int\limits_1^2 f(u)du=\int\limits_1^2 f(x)dx=1$ và $\int\limits_1^4 f(u)du=\int\limits_1^4 f(t)dt=-3$.

Suy ra $\int\limits_2^4 f(u)du=\int\limits_2^1 f(u)du+\int\limits_1^4 f(u)du=-\int\limits_1^2 f(u)du+\int\limits_1^4 f(u)du=-1-3=-4$.

Chọn B.

Câu 63. Ta có $\int\limits_b^c f(x)dx=\int\limits_b^d f(x)dx+\int\limits_d^a f(x)dx+\int\limits_a^c f(x)dx$

$=\int\limits_b^a f(x)dx-\int\limits_a^d f(x)dx+\int\limits_a^c f(x)dx=8-10+7=5$. **Chọn C.**

Câu 64. Ta có $\int_1^4 [f(x)+g(x)]dx = \int_1^4 f(x)dx + \int_1^4 g(x)dx = 3+7=10$. Do đó A đúng.

Ta có $\int_3^4 f(x)dx = \int_3^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx = -\int_1^3 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx = -(-2)+3=5$.

Do đó B sai, C đúng.

Ta có $\int_1^4 [4f(x)-2g(x)]dx = 4\int_1^4 f(x)dx - 2\int_1^4 g(x)dx = 4.3-2.7=-2$.

Do đó D đúng. **Chọn B.**

Câu 65. Ta có $A = 3\int_1^2 f(x)dx + 2\int_1^2 g(x)dx = 1$ và $B = 2\int_1^2 f(x)dx - \int_1^2 g(x)dx = -3$.

Đặt $\int_1^2 f(x)dx = u$ và $\int_1^2 g(x)dx = v$, ta có hệ phương trình $\begin{cases} 3u+2v=1 \\ 2u-v=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=-\dfrac{5}{7} \\ v=\dfrac{11}{7} \end{cases}$

Vậy $\int_1^2 f(x)dx = u = -\frac{5}{7}$. **Chọn C.**

Câu 66. Ta có

$$\int_0^2 [A\sin(\pi x)+Bx^2]dx = A\int_0^2 \sin(\pi x)dx + B\int_0^2 x^2dx = -\frac{A}{\pi}\cos(\pi x)\Big|_0^2 + \frac{Bx^3}{3}\Big|_0^2 = \frac{8B}{3}$$

Theo bài ra ta có $\int_0^2 f(x)dx = 4 \Leftrightarrow \frac{8B}{3} = 4 \Leftrightarrow B = \frac{3}{2}$. **Chọn D.**

Câu 67. Ta có $f'(x) = A\pi\cos(\pi x)$. Do $f'(1)=2 \Leftrightarrow A\pi\cos\pi = 2 \Leftrightarrow A = -\frac{2}{\pi}$.

Lại có

$$\int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 [A\sin(\pi x)+B]dx = \left[-\frac{A}{\pi}\cos(\pi x)+Bx\right]\Big|_0^2 = \left(-\frac{A}{\pi}+2B\right)-\left(-\frac{A}{\pi}\right) = 2B.$$

Theo bài ra ta có $\int_0^2 f(x)dx = 4 \Leftrightarrow 2B=4 \Leftrightarrow B=2$. **Chọn A.**

Câu 68. Ta có $\int_1^b (2x-6)dx = (x^2-6x)\Big|_1^b = (b^2-6b)-(1-6) = b^2-6b+5$.

Theo bài ra, có $b^2-6b+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=1 \\ b=5 \end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 69. Ta có $\int_1^a \frac{x+1}{x}dx = \int_1^a \left(1+\frac{1}{x}\right)dx = (x+\ln|x|)\Big|_1^a = a+\ln a - 1 = e$.

Với $a=e$ thỏa mãn $e+\ln e-1=e$. **Chọn B.**

Câu 70. Ta có $\int\limits_1^k (k-4x)dx = \left(kx-2x^2\right)\Big|_1^k = \left(k^2-2k^2\right)-(k-2) = -k^2-k+2$

Theo bài ra, ta có $-k^2-k+2 = 6-5k \Leftrightarrow (k-2)^2 = 0 \Leftrightarrow k=2$. **Chọn B.**

Câu 71. Ta có

$$\int\limits_0^x \left(\sin^2 t-\frac{1}{2}\right)dt = \int\limits_0^x \left(\frac{1-\cos 2t}{2}-\frac{1}{2}\right)dt = -\frac{1}{2}\int\limits_0^x \cos 2t dt = \left(-\frac{1}{4}\sin 2t\right)\Big|_0^x = -\frac{1}{4}\sin 2x$$

Suy ra $\int\limits_0^x \left(\sin^2 t-\frac{1}{2}\right)dt = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$. **Chọn C.**

Câu 72. Ta có $\int\limits_0^a (\cos x+\sin x)dx = (\sin x-\cos x)\Big|_0^a = \sin a-\cos a+1 = \sqrt{2}\sin\left(a-\frac{\pi}{4}\right)+1$

Theo bài ra, có $\sqrt{2}\sin\left(a-\frac{\pi}{4}\right)+1=0 \Leftrightarrow \sin\left(a-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = k2\pi \\ a = \frac{3\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

Mặt khác, do $0<a<2\pi$ nên $a=\frac{3\pi}{2}$. **Chọn C.**

Câu 73. Ta có $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2}\ln|2x-1|\Big|_1^5 = \frac{1}{2}\ln 9-\frac{1}{2}\ln 1 = \frac{1}{2}\ln 9 = \ln 3$. **Chọn C.**

Câu 74. Ta có $\int\limits_1^2 \frac{dx}{x+3} = \ln|x+3|\Big|_1^2 = \ln 5-\ln 4 = \ln\frac{5}{4}$.

Suy ra $a=5$, $b=4$ nên $a-b=1<2$. **Chọn C.**

Câu 75. Ta có $\int\limits_1^2 \left(\frac{1}{x-3}-\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}\right)dx = \left(\ln|x-3|-2\ln|x|+\frac{1}{x}\right)\Big|_1^2 = -\frac{1}{2}-3\ln 2$.

Suy ra $a=-\frac{1}{2}$, $b=-3$ nên $a-b>1$. **Chọn C.**

Câu 76. Ta có

$$\int\limits_{-1}^0 \left(x+1+\frac{2}{x-1}\right)dx = \left(\frac{x^2}{2}+x+2\ln|x-1|\right)\Big|_{-1}^0 = \frac{1}{2}-2\ln 2 = a+b\ln 2 \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-2 \end{cases}$$

Vậy $a+b=\frac{1}{2}-2=-\frac{3}{2}$. **Chọn B.**

Câu 77. Ta có $\int\limits_0^1 \frac{2x+3}{2-x}dx = \int\limits_0^1 \left(-2+\frac{7}{2-x}\right)dx = \left(-2x-7\ln|2-x|\right)\Big|_0^1 = -2+7\ln 2$.

Suy ra $a=-2$, $b=7$ nên $a+b=5$. **Chọn D.**

Câu 78. Ta có $I = \int\limits_1^2 \frac{x^3-3x^2+2x}{x+1}dx = \int\limits_1^2 \left(x^2-4x+6-\frac{6}{x+1}\right)dx$

$$=\left(\frac{x^3}{3}-2x^2+6x-6\ln|x+1|\right)\Bigg|_1^2=\frac{7}{3}-6\ln 3+6\ln 2.$$

Suy ra $a=\frac{7}{3}$, $b=-6$, $c=6$ nên $a+b+c=\frac{7}{3}>0$. **Chọn D.**

Câu 79. Ta có $I=\int_1^2 \frac{x^3-3x^2+4x-4}{x+2}dx=\int_1^2\left(x^2-5x+14-\frac{32}{x+2}\right)dx$

$$=\left(\frac{x^3}{3}-\frac{5x^2}{2}+14x-32\ln|x+2|\right)\Bigg|_1^2=\frac{53}{6}-32\ln 4+32\ln 3=\frac{53}{6}-64\ln 2+32\ln 3.$$

Suy ra $a=\frac{53}{6}$, $b=-64$, $c=32$. **Chọn B.**

Câu 80. Gọi $s(t)$ là quãng đường đi được của máy bay

Ta đã biết: $v(t)=s'(t)$. Do đó $s(t)$ là nguyên hàm của $v(t)$

Quãng đường đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là:

$$\int_0^4\left(1,2+\frac{t^2+4}{t+3}\right)dt=\int_0^4\left(1,2+t-3+\frac{13}{t+3}\right)dt$$

$$=\left(1,2t+\frac{t^2}{2}-3t+13\ln|t+3|\right)\Bigg|_0^4=0,8+13\ln 4-3\ln 3\approx 11,81m.$$ **Chọn B.**

Câu 81. Gọi $s(t)$ là quãng đường đi được của máy bay

Ta đã biết: $v(t)=s'(t)$. Do đó $s(t)$ là nguyên hàm của $v(t)$.

Quãng đường đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là:

$$s(t)=\int_4^{10}(3t^2+5)dt=(t^3+5t)\Big|_4^{10}=966\text{ m}.$$ **Chọn D.**

Câu 82. Lúc dừng thì $v(t)=0\Rightarrow -5t+10=0\Rightarrow t=2.$

Gọi $s(t)$ là quãng đường ôtô đi được trong khoảng thời gian $t=2$.

Ta có $v(t)=s'(t)$, suy ra $s(t)$ là nguyên hàm của $v(t)$.

Vậy trong 2s ô tô đi được quãng đường là:

$$s=\int_0^2(-5t+10)dt=\left(-\frac{5}{2}t^2+10t\right)\Bigg|_0^2=10\text{m}.$$ **Chọn C.**

Câu 83. Lấy mốc thời gian tại thời điểm $t=0$ (Vận tốc bằng 10m/s tăng tốc)

Gọi $s(t)$ là quãng đường ôtô đi được trong khoảng thời gian 10s và gọi $v(t)$ là vận tốc của ôtô

Ta có: $a(t)=v'(t)\Rightarrow v(t)$ là nguyên hàm của $a(t)$

$$v(t)=\int a(t)dt=\int(3t+t^2)dt=\frac{3t^2}{2}+\frac{t^3}{3}+C$$

Tại thời điểm ban đầu: $v(0)=10 \Leftrightarrow C=1$ ... $(t)=\frac{3t^2}{2}+\frac{t^3}{3}+10$

$(t)=s'(t) \Rightarrow s(t)$ là nguyên hàm củ... $t)$

... $10(s)$ ô tô đi được quãng đường là:

$$\int v(t)dt=\int_0^{10}\left(\frac{3t^2}{2}+\frac{t^3}{3}+10\right)dt=\left(\frac{t^3}{2}+\frac{t^4}{12}+10t\right)\Bigg|_0^{10}=\frac{4300}{3}(m)$$. **Chọn B.**

$$v(t)=\int v'(t)dt=\int\frac{3}{t+1}dt=3\ln|t+1|+C.$$

Tại ... điểm ban đầu $(t=0)$ thì $v(0)=3\ln 1+C=6 \Leftrightarrow C=6$.

Su... $v(t)=3\ln|t+1|+6$.

T... thời điểm $t=10s \Rightarrow v(10)=3\ln 11+6\approx 13(m/s)$. **Chọn B.**

Câu ... Ta có $N(t)=\int N'(t)dt=\int\frac{4000}{1+0,5t}dt=8000.\ln(1+0,5t)+C$

Tại thời điểm ban đầu $(t=0)$ thì $N(0)=8000.\ln 1+C=250000 \Leftrightarrow C=250000$.

Suy ra $N(t)=8000.\ln(1+0,5t)+250000$.

Sau 10 giây $(t=10)$ thì ta có $N(10)=8000.\ln(1+0,5.10)+250000=264.334$ (con).

Chọn A.

Câu 86. Ta có $h(t)=\int h'(t)dt=\frac{1}{5}\int(t+8)^{\frac{1}{3}}dt=\frac{3}{20}(t+8)^{\frac{4}{3}}+C$.

Tại thời điểm ban đầu $(t=0)$ thì $h(0)=\frac{3}{20}.8^{\frac{4}{3}}+C=0 \Leftrightarrow C=-\frac{12}{5}$.

Suy ra $h(t)=\frac{3}{20}(t+8)^{\frac{4}{3}}-\frac{12}{5}$.

Tại thời điểm $t=6(s)$ thì $h(6)=\frac{3}{20}.14^{\frac{4}{3}}-\frac{12}{5}\approx 2,66$ cm. **Chọn C.**

Câu 87. Ứng dụng thực tế tích phân : Biểu thị sự thay đổi của một sự vật từ cận a đến cận b. **Chọn D.**

Câu 88. Đặt $x=4\sin t$, suy ra:

$$\begin{cases} dx=4\cos t dt \\ \sqrt{16-x^2}=\sqrt{16-16\sin^2 t}=\sqrt{16\cos^2 t}=4|\cos t| \end{cases}$$. Đổi cận: $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=\sqrt{8} \Rightarrow t=\frac{\pi}{4} \end{cases}$.

Khi đó $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}16|\cos t|\cos t dt=\int_0^{\frac{\pi}{4}}16\cos^2 t dt=8\int_0^{\frac{\pi}{4}}(1+\cos 2t)dt$. **Chọn B.**

Câu 89. Đặt $x = 2\sin t$, suy ra $\begin{cases} dx = 2\cos t dt \\ \sqrt{4-x^2} = \sqrt{4-4\sin^2 t} = 2\sqrt{\cos^2 t} = 2|\cos t| \end{cases}$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = 1 \Rightarrow t = \dfrac{\pi}{6} \end{cases}$. Vậy $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2\cos t dt}{2\cos t} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2\cos t dt}{2|\cos t|} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$. **Chọn A.**

Câu 90. Đặt $x = \sqrt{3}\tan t$, suy ra $dx = \sqrt{3}\left(1+\tan^2 t\right)dt$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = \sqrt{3} \Rightarrow t = \dfrac{\pi}{4} \\ x = 3 \Rightarrow t = \dfrac{\pi}{3} \end{cases}$. Khi đó $I = \displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3}\left(1+\tan^2 t\right)dt}{3\tan^2 t + 3} = \frac{\sqrt{3}}{3}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} dt$. **Chọn D.**

Câu 91. Đặt $x = \dfrac{1}{\sin t}$, suy ra

$\begin{cases} dx = -\dfrac{\cos t}{\sin^2 t}dt \\ \sqrt{x^2-1} = \sqrt{\dfrac{1}{\sin^2 t} - 1} = \sqrt{\dfrac{\cos^2 t}{\sin^2 t}} = \dfrac{|\cos t|}{|\sin t|} \end{cases}$. Đổi cận: $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = \dfrac{\pi}{2} \\ x = \sqrt{2} \Rightarrow t = \dfrac{\pi}{4} \end{cases}$. Khi đó:

$$I = -\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\frac{|\cos t|}{|\sin t|}}{\frac{1}{\sin^3 t}} . \frac{\cos t}{\sin^2 t}dt = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\frac{|\cos t|}{|\sin t|}}{\frac{1}{\sin^3 t}} . \frac{\cos t}{\sin^2 t}dt = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = \frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1+\cos 2t)dt.$$ **Chọn C.**

Câu 92. Chọn A. Đặt $t = 1 - x \Rightarrow dt = -dx$. Đổi cận $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 0 \\ x = 0 \Rightarrow t = 1 \end{cases}$

Suy ra $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx = -\int_1^0 f(1-t)dt = -\int_1^0 f(1-x)dx = \int_0^1 f(1-x)dx$.

Vậy mệnh đề A đúng.

Câu 93. Đặt $x = 2t \Rightarrow dx = 2dt$. Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = 4 \Rightarrow t = 2 \end{cases}$.

Khi đó $\displaystyle\int_0^4 f(x)dx = 10$ trở thành $2\displaystyle\int_0^2 f(2t)dt = 10 \Leftrightarrow \int_0^2 f(2t)dt = 5$. **Chọn A.**

Câu 94. Đặt $t = f(x) \Rightarrow dt = f'(x)dx$. Đổi cận $\begin{cases} x = a \Rightarrow t = f(a) \\ x = b \Rightarrow t = f(b) \end{cases}$

Khi đó $\displaystyle\int_a^b f'(x)e^{f(x)}dx = \int_{f(a)}^{f(b)} e^t dt = e^{f(b)} - e^{f(a)} = 0$ (do $f(a) = f(b)$). **Chọn A.**

Câu 95. Xét I. Ta có $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x . f(\sin x)dx = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x . f(\sin x) . \cos x dx$.

Đặt $t=\sin x \Rightarrow dt=\cos x dx$. Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow t=1 \end{cases}$.

Khi đó $2\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x.f(\sin x).\cos x dx = 2\int\limits_0^1 t.f(t)dt = 2\int\limits_0^1 x.f(x)dx$. Do đó I đúng.

Xét II. Đặt $t=e^x$ và kết luận II đúng.

Xét III. Đặt $t=x^2$ và kết luận III đúng. **Chọn D.**

Câu 96. Ta có $\int\limits_{-a}^{a} f(x)dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)dx$.

Xét tích phân $\int\limits_{-a}^{0} f(x)dx$. Đặt $t=-x \Rightarrow dx=-dt$. Đổi cận $\begin{cases} x=-a \Rightarrow t=a \\ x=0 \Rightarrow t=0 \end{cases}$.

Do $f(x)$ là hàm số lẻ và liên tục trên $[-a;a]$ nên $f(-x)=-f(x) \Rightarrow f(-t)=-f(t)$.

Khi đó

$$\int\limits_{-a}^{0} f(x)dx = -\int\limits_{a}^{0} f(-t)dt = -\int\limits_{a}^{0}[-f(t)]dt = \int\limits_{a}^{0} f(t)dt = -\int\limits_{0}^{a} f(t)dt = -\int\limits_{0}^{a} f(x)dx.$$

Vậy $\int\limits_{-a}^{a} f(x)dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)dx = -\int\limits_{0}^{a} f(x)dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)dx = 0$. **Chọn B.**

Câu 97. Áp dụng đáp án câu 7 ta có:

Nếu $f(x)$ lẻ và liên tục trên $[-a;a]$ thì $\int\limits_{-a}^{a} f(x)dx = 0$. Thay $a=2$ ta được

$$\int\limits_{-2}^{2} f(x)dx = 0 = \int\limits_{-2}^{0} f(x)dx + \int\limits_{0}^{2} f(x)dx \Rightarrow \int\limits_{0}^{2} f(x)dx = -\int\limits_{-2}^{0} f(x)dx = -2.$$ **Chọn B.**

Câu 98. Ta có $\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx = \int\limits_{-1}^{0} f(x)dx + \int\limits_{0}^{1} f(x)dx$

Đặt $t=-x \Rightarrow dx=-dt$. Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=1 \Rightarrow t=-1 \end{cases}$

Do $f(x)$ là hàm số chẵn nên $f(-x)=f(x) \Rightarrow f(-t)=f(t)$.

Suy ra $\int\limits_{0}^{1} f(x)dx = -\int\limits_{0}^{-1} f(-t)dt = -\int\limits_{0}^{-1} f(t)dt = \int\limits_{-1}^{0} f(t)dt = \int\limits_{-1}^{0} f(x)dx$

Vậy $\int\limits_{-1}^{1} f(x)dx = \int\limits_{-1}^{0} f(x)dx + \int\limits_{0}^{1} f(x)dx = 2\int\limits_{-1}^{0} f(x)dx = 2.3 = 6$. **Chọn C.**

Câu 99. Đặt $t=\sqrt{x^3+1} \Rightarrow t^2 = x^3+1$, suy ra $2tdt = 3x^2dx \Rightarrow \dfrac{2}{3}tdt = x^2dx$.

Đổi cận: $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=1 \\ x=2 \Rightarrow t=3 \end{cases}$. Vậy $I=\dfrac{2}{3}\int\limits_1^3 t^2dt = \left.\dfrac{2t^3}{9}\right|_1^3 = \dfrac{52}{9}$. **Chọn C.**

Câu 100. Đặt $u = x^2 - 1 \Rightarrow du = 2xdx$. Đổi cận: $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow u = 0 \\ x = 2 \Rightarrow u = 3 \end{cases}$.

Suy ra $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1}dx = \int_0^3 \sqrt{u}du$. Do đó B sai. **Chọn B.**

Câu 101. Đặt $t = \sqrt{1+x} \Rightarrow t^2 = 1 + x \Rightarrow 2tdt = dx$. Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 \\ x = 3 \Rightarrow t = 2 \end{cases}$

Suy ra $\int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{1+x}}dx = 2\int_1^2 \frac{t(t^2-1)}{1+t}dt = \int_1^2 (2t^2 - 2t)dt$. Vậy $f(t) = 2t^2 - 2t$. **Chọn A.**

Câu 102. Ta có $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2}dx = \int_1^{\sqrt{3}} (x^2+1).\frac{dx}{x^2\sqrt{1+x^2}}$.

Đặt $t = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} \Rightarrow \begin{cases} dt = -\frac{1}{x^2\sqrt{x^2+1}}dx \\ t^2 = \frac{x^2+1}{x^2} = 1 + \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{t^2-1} \Rightarrow x^2 + 1 = \frac{t^2}{t^2-1} \end{cases}$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = \sqrt{2} \\ x = \sqrt{3} \Rightarrow t = \frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases}$. Suy ra $I = -\int_{\sqrt{2}}^{\frac{2}{\sqrt{3}}} \frac{t^2}{t^2-1}dt$. **Chọn A.**

Câu 103. Ta có $I = \int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{1+x^3}} = \int_1^2 \frac{x^2dx}{x^3\sqrt{1+x^3}}$.

Đặt $t = \sqrt{1+x^3} \Rightarrow \begin{cases} t^2 = 1 + x^3 \\ 2tdt = 3x^2dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^3 = t^2 - 1 \\ x^2dx = \frac{2}{3}tdt \end{cases}$. Đổi cận: $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = \sqrt{2} \\ x = 2 \Rightarrow t = 3 \end{cases}$.

Suy ra $I = \frac{2}{3}\int_{\sqrt{2}}^3 \frac{tdt}{(t^2-1)t} = \frac{1}{3}\int_{\sqrt{2}}^3 \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1}\right)dt = \frac{1}{3}\ln\left|\frac{t-1}{t+1}\right|\Bigg|_{\sqrt{2}}^3 = \frac{1}{3}\left(\ln\frac{1}{2} - \ln\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right)$

$= -\frac{1}{3}\ln 2 - \frac{1}{3}\ln\left(3 - 2\sqrt{2}\right) = -\frac{1}{3}\ln 2 - \frac{1}{3}\ln\left(\sqrt{2}-1\right)^2 = -\frac{1}{3}\ln 2 - \frac{2}{3}\ln\left(\sqrt{2}-1\right)$

Vậy $a = -\frac{1}{3}; b = -\frac{2}{3}; c = 0$. **Chọn B.**

Câu 104. Đặt $t = x^2 + 1$, suy ra $dt = 2xdx \Rightarrow xdx = \frac{dt}{2}$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 \\ x = 1 \Rightarrow t = 2 \end{cases}$. Khi đó $I = \frac{1}{2}\int_1^2 \frac{dt}{t} = \frac{1}{2}\ln|t|\Big|_1^2 = \frac{1}{2}\ln 2 = \ln\sqrt{2}$. **Chọn C.**

Câu 105. Đặt $x^4 = t \Rightarrow 4x^3dx = dt$. Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = 1 \Rightarrow t = 1 \end{cases}$

Suy ra $\int_0^1 \frac{4x^3}{(x^4+2)^2}dx = \int_0^1 \frac{dt}{(t+2)^2} = \left(-\frac{1}{t+2}\right)\Bigg|_0^1 = -\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{6}$.

Khi đó:

$$2\sqrt{3}.m-\int_0^1\frac{4x^3}{\left(x^4+2\right)^2}dx=0\Leftrightarrow 2\sqrt{3}.m-\frac{1}{6}=0\Leftrightarrow m=\frac{\sqrt{3}}{36}\Rightarrow 144m^2-1=-\frac{2}{3}$$. **Chọn A.**

Câu 106. Đặt $t=\ln x$, suy ra $dt=\frac{dx}{x}$. Đổi cận: $\begin{cases}x=1\Rightarrow t=0\\ x=2\Rightarrow t=\ln 2\end{cases}$.

Khi đó $B=\int_0^{\ln 2}tdt=\frac{t^2}{2}\Big|_0^{\ln 2}=\frac{\ln^2 2}{2}$. **Chọn B.**

Câu 107. Đặt $u=\ln x\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{1}{x}dx\\ x=e^u\end{cases}$. Đổi cận: $\begin{cases}x=1\Rightarrow u=0\\ x=e\Rightarrow u=1\end{cases}$.

Suy ra $\int_1^e\frac{1-\ln x}{x^2}dx=\int_0^1\frac{1-u}{e^u}du=\int_0^1(1-u)e^{-u}du$. **Chọn B.**

Câu 108. Đặt $t=\sqrt{1+3\ln x}\Rightarrow t^2=1+3\ln x$, suy ra $2tdt=\frac{3}{x}dx$.

Đổi cận: $\begin{cases}x=1\Rightarrow t=1\\ x=e\Rightarrow t=2\end{cases}$. Suy ra $I=\frac{2}{3}\int_1^2 t^2dt=\frac{2}{9}t^3\Big|_1^2=\frac{14}{9}$. **Chọn A.**

Câu 109. Đặt $t=\ln x+2$, suy ra $\begin{cases}dt=\frac{dx}{x}\\ \ln x=t-2\end{cases}$. Đổi cận: $\begin{cases}x=1\Rightarrow t=2\\ x=e\Rightarrow t=3\end{cases}$.

Khi đó $\int_1^e\frac{\ln x}{x(\ln x+2)^2}dx=\int_2^3\frac{t-2}{t^2}dt=\int_2^3\left(\frac{1}{t}-\frac{2}{t^2}\right)dt$. **Chọn D.**

Câu 110. Đặt $t=\ln^2 x+1$, suy ra $dt=\frac{2\ln x}{x}dx\Rightarrow\frac{\ln x}{x}dx=\frac{dt}{2}$. Đổi cận:

$\begin{cases}x=1\Rightarrow t=1\\ x=e\Rightarrow t=2\end{cases}$. Khi đó $I=\frac{1}{2}\int_1^2\frac{dt}{t}=\frac{1}{2}\ln|t|\Big|_1^2=\frac{1}{2}\ln 2$. Suy ra $a=\frac{1}{2}$, $b=0$. **Chọn A.**

Câu 111. Đặt $t=x^2$, suy ra $dt=2xdx\Rightarrow xdx=\frac{1}{2}dt$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0;\quad x=1\Rightarrow t=1$. Khi đó $I=\frac{1}{2}\int_0^1 e^tdt=\frac{1}{2}.e^t\Big|_0^1=\frac{e-1}{2}$. **Chọn C.**

Câu 112. Đặt $t=\sqrt{e^x-1}\Rightarrow t^2=e^x-1$, suy ra $2tdt=e^xdx$.

Đổi cận: $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=0\\ x=\ln 2\Rightarrow t=1\end{cases}$. Khi đó $I=2\int_0^1 t^2dt=\frac{2t^3}{3}\Big|_0^1=\frac{2}{3}$. **Chọn B.**

Câu 113. Đặt $t=e^x$, suy ra $dt=e^xdx$. Đổi cận: $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=1\\ x=\ln 3\Rightarrow t=3\end{cases}$.

Suy ra $\int_0^{\ln 3}\frac{dx}{e^x+1}=\int_0^{\ln 3}\frac{e^xdx}{e^x\left(e^x+1\right)}=\int_1^3\frac{dt}{t(t+1)}=\int_1^3\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{t+1}\right)dt$. **Chọn D.**

Câu 114. Đặt $t = e^x \Rightarrow dt = e^x dx$. Đổi cận: $\begin{cases} x = -1 \Rightarrow t = \dfrac{1}{e} \\ x = 2 \Rightarrow t = e^2 \end{cases}$.

Suy ra $I = \int\limits_{\frac{1}{e}}^{e^2} \dfrac{dt}{2+t} = \ln|2+t|\Big|_{\frac{1}{e}}^{e^2} = \ln(2+e^2) - \ln\left(2+\dfrac{1}{e}\right) = \ln\dfrac{2+e^2}{2+\dfrac{1}{e}} = \ln\dfrac{2e+e^3}{2e+1}$.

Vậy $a = 2; b = 1$. **Chọn C.**

Câu 115. Đặt $t = \sin x$, suy ra $dt = \cos x dx$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1 \end{cases}$. Khi đó $I = \int\limits_0^1 e^t dt = e^t\Big|_0^1 = e - 1$. **Chọn B.**

Câu 116. Đặt $t = \sin^2 x \Rightarrow dt = 2\sin x \cos x dx$.

Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1 \end{cases}$. Suy ra $I = \dfrac{1}{2}\int\limits_0^1 e^t(1-t)dt$. **Chọn A.**

Câu 117. Đặt $t = \sin^2 x$, suy ra $dt = 2\sin x \cos x dx = \sin 2x dx$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = \dfrac{\pi}{4} \Rightarrow t = \dfrac{1}{2} \\ x = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1 \end{cases}$. Khi đó $I = \int\limits_{\frac{1}{2}}^1 e^t dt$. **Chọn B.**

Câu 118. Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 \\ x = \pi \Rightarrow t = -1 \end{cases}$. Khi đó $I = -\int\limits_1^{-1} t^3 dt = \int\limits_{-1}^1 t^3 dt = \dfrac{t^4}{4}\Big|_{-1}^1 = 0$. **Chọn C.**

Câu 119. Đặt $t = 1 + \sin^2 x$, suy ra $dt = 2\sin x \cos x dx = \sin 2x dx$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 \\ x = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow t = 2 \end{cases}$. Khi đó $I = \int\limits_1^2 t^3 dt = \dfrac{t^4}{4}\Big|_1^2 = \dfrac{15}{4}$. **Chọn B.**

Câu 120. Đặt $u = \sqrt{3\tan x + 1} \Rightarrow u^2 = 3\tan x + 1 \Rightarrow 2udu = \dfrac{3}{\cos^2 x}dx$. Đổi cận

$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow u = 1 \\ x = \dfrac{\pi}{4} \Rightarrow u = 2 \end{cases}$. Vậy $I = \dfrac{2}{3}\int\limits_1^2 \dfrac{(2u^2-2)u}{u}du = \dfrac{4}{3}\int\limits_1^2 (u^2-1)du$. **Chọn C.**

Câu 121. Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$. Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 \\ x = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0 \end{cases}$.

Suy ra $I = -\int\limits_1^0 (1-t)^n dt = \int\limits_1^0 (1-t)^n d(1-t) = \dfrac{(1-t)^{n+1}}{n+1}\Big|_1^0 = \dfrac{1}{n+1}$. **Chọn A.**

Câu 122. Đặt $t=\sin x\Rightarrow dt=\cos xdx$. Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=0\\ x=\dfrac{\pi}{6}\Rightarrow t=\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Suy ra $I=\int\limits_0^{\frac{1}{2}}t^n dt=\dfrac{t^{n+1}}{n+1}\Bigg|_0^{\frac{1}{2}}=\dfrac{\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}}{n+1}=\dfrac{1}{(n+1)2^{n+1}}=\dfrac{1}{64}\Leftrightarrow n=3$. **Chọn A.**

Câu 123. Đặt $\begin{cases}u=\ln t\\ dv=dt\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{dt}{t}\\ v=t\end{cases}$. Khi đó $I=t\ln t\Big|_1^2-\int\limits_1^2 dt=t\ln t\Big|_1^2-t\Big|_1^2=2\ln 2-1$.

Chọn D.

Câu 124. Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ dv=\dfrac{dx}{x^2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{dx}{x}\\ v=-\dfrac{1}{x}\end{cases}$.

Khi đó $I=\left(-\dfrac{\ln x}{x}\right)\Bigg|_1^a+\int\limits_1^a\dfrac{dx}{x^2}=-\dfrac{\ln a}{a}-\dfrac{1}{x}\Bigg|_1^a=-\dfrac{\ln a}{a}-\dfrac{1}{a}+1$. Suy ra $a=2$. **Chọn A.**

Câu 125. Đặt $\begin{cases}u=\ln\left(x^2-x\right)\\ dv=dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{2x-1}{x^2-x}dx=\dfrac{2x-1}{x(x-1)}dx\\ v=x\end{cases}$.

Khi đó $I=x\ln\left(x^2-x\right)\Big|_2^3-\int\limits_2^3\dfrac{2x-1}{x-1}dx=x\ln\left(x^2-x\right)\Big|_2^3-\int\limits_2^3\left(2+\dfrac{1}{x-1}\right)dx$

$=x\ln\left(x^2-x\right)\Big|_2^3-\left(2x+\ln|x-1|\right)\Big|_2^3=3\ln 3-2$. Suy ra $a=3,\ b=2$. **Chọn C.**

Câu 126. Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ dv=xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{dx}{x}\\ v=\dfrac{x^2}{2}\end{cases}$. Khi đó $I=\dfrac{x^2\ln x}{2}\Bigg|_1^e-\dfrac{1}{2}\int\limits_1^e xdx=\dfrac{e^2}{2}-\dfrac{x^2}{4}\Bigg|_1^e=\dfrac{e^2+1}{4}$.

Chọn C.

Câu 127. Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ dv=x^3dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{1}{x}dx\\ v=\dfrac{x^4}{4}\end{cases}$.

Khi đó $I=\int\limits_1^e x^3\ln xdx=\dfrac{x^4\ln x}{4}\Bigg|_1^e-\dfrac{1}{4}\int\limits_1^e x^3dx=\dfrac{e^4}{4}-\dfrac{x^4}{16}\Bigg|_1^e=\dfrac{e^4}{4}-\left(\dfrac{e^4}{16}-\dfrac{1}{16}\right)=\dfrac{3e^4+1}{16}$.

Suy ra $a=4,\ b=16$. **Chọn A.**

Câu 128. Đặt $\begin{cases}u=\ln\left(2+x^2\right)\\ dv=xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{2x}{2+x^2}dx\\ v=\dfrac{x^2}{2}+1=\dfrac{2+x^2}{2}\end{cases}$.

Khi đó $I=\frac{2+x^2}{2}\ln\left(2+x^2\right)\Big|_0^1-\int\limits_0^1 xdx=\frac{3}{2}\ln3-\ln2-\frac{x^2}{2}\Big|_0^1=\frac{3}{2}\ln3-\ln2-\frac{1}{2}$.

Suy ra $a=\frac{3}{2}$, $b=-1$, $c=-\frac{1}{2}$. **Chọn A.**

Câu 129. Ta có $I=\int\limits_1^e \ln\frac{k}{x}dx=\int\limits_1^e\left(\ln k-\ln x\right)dx=\ln k\int\limits_1^e dx-\int\limits_1^e \ln xdx.$

- $A=\ln k\int\limits_1^e dx=\ln k.x\Big|_1^e=\left(e-1\right)\ln k$.

- $B=\int\limits_1^e \ln xdx$. Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ dv=dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{dx}{x}\\ v=x\end{cases}$.

Suy ra $B=x\ln x\Big|_1^e-\int\limits_1^e dx=x\ln x\Big|_1^e-x\Big|_1^e=1$. Do đó $I=A-B=\left(e-1\right)\ln k-1$.

Theo giả thiết, ta có $I<e-2$

$$\Leftrightarrow\left(e-1\right)\ln k-1<e-2\Leftrightarrow\left(e-1\right)\ln k<e-1\Leftrightarrow\ln k<1\Leftrightarrow k<e.$$ **Chọn B.**

Câu 130. Đặt $\begin{cases}u=x\\ dv=2^x dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\ v=\dfrac{2^x}{\ln2}\end{cases}$.

Khi đó $I=\frac{x2^x}{\ln2}\Big|_0^1-\frac{1}{\ln2}\int\limits_0^1 2^x dx=\frac{x2^x}{\ln2}\Big|_0^1-\frac{2^x}{\ln^2 2}\Big|_0^1=\frac{2\ln2-1}{\ln^2 2}$. **Chọn A.**

Câu 131. Đặt $\begin{cases}u=2x+3\\ dv=e^x dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=2dx\\ v=e^x\end{cases}$. Khi đó

$I=\left(2x+3\right)e^x\Big|_0^1-\int\limits_0^1 2e^x dx=\left(2x+3\right)e^x\Big|_0^1-2e^x\Big|_0^1=3e-1$. Suy ra $a=3$, $b=-1$. **Chọn D.**

Câu 132. Đặt $\begin{cases}u=x-1\\ e^{2x}dx=dv\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\ v=\dfrac{1}{2}e^{2x}\end{cases}$. Áp dụng công thức tính tích phân từng phần, ta có

$$\int\limits_0^{\sqrt a}\left(x-1\right)e^{2x}dx=\left.\left(\frac{x-1}{2}e^{2x}\right)\right|_0^{\sqrt a}\frac{1}{2}-\int\limits_0^{\sqrt a}e^{2x}dx=\frac{\sqrt a-1}{2}e^{2\sqrt a}+\frac{1}{2}-\left.\left(\frac{1}{2}e^{2x}\right)\right|_0^{\sqrt a}$$

$$=\left(\frac{\sqrt a-1}{2}e^{2\sqrt a}+\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1}{2}e^{2\sqrt a}-\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt a-1}{2}e^{2\sqrt a}-\frac{1}{4}e^{2\sqrt a}+\frac{3}{4}$$

Theo bài ra, ta có

$$\frac{\sqrt a-1}{2}e^{2\sqrt a}-\frac{1}{4}e^{2\sqrt a}+\frac{3}{4}=\frac{3-e^2}{4}\Leftrightarrow\frac{\sqrt a-1}{2}e^{2\sqrt a}-\frac{1}{4}e^{2\sqrt a}+\frac{e^2}{4}=0\Leftrightarrow a=1.$$ **Chọn A.**

Câu 133. Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\dfrac{\cos 2x}{2} \end{cases}$.

Khi đó $I = -\dfrac{x\cos 2x}{2}\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx = -\dfrac{x\cos 2x}{2}\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \dfrac{\sin 2x}{4}\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \dfrac{1}{4}$. **Chọn C.**

Câu 134. Tính $A = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x dx$. Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$.

Suy ra $A = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x dx = (-x\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$.

Do đó $I = A + 2m\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx = 1 + mx^2\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 + \dfrac{m\pi^2}{4}$.

Theo bài ra ta có $1 + \dfrac{m\pi^2}{4} = 1 + \pi^2 \Leftrightarrow \dfrac{m\pi^2}{4} = \pi^2 \Leftrightarrow m = 4$. **Chọn C.**

Câu 135. Tính $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx$. Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$.

Khi đó $I = x\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = x\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \dfrac{\pi}{2} - 1$.

Theo giả thiết, ta có $\dfrac{\pi}{m} - \left(\dfrac{\pi}{2} - 1\right) = 1 \Leftrightarrow m = 2$. Suy ra $9m^2 - 6 = 30$. **Chọn B.**

Câu 136. Ta có $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1 - \sin x) dx = \left(x^2 - x + \cos x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \left(\dfrac{\pi^2}{4} - \dfrac{\pi}{2}\right) - 1 = \pi\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{1}{2}\right) - 1$.

Suy ra $\begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 137. Ta có $\displaystyle\int_0^t \dfrac{dx}{x^2 - 1} = \dfrac{1}{2}\int_0^t \left(\dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x+1}\right) dx = \dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right|\Big|_0^t = \dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{t-1}{t+1}\right|$.

Theo bài ra ta có: $\dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{t-1}{t+1}\right| = -\dfrac{1}{2}\ln 3 \Leftrightarrow \left|\dfrac{t-1}{t+1}\right| = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{1}{2} \\ t = 2 \end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 138. Chọn C.

Câu 139. Xét (I). Ta có $I + J = \displaystyle\int_0^{\pi} e^x \cos^2 x dx + \int_0^{\pi} e^x \sin^2 x dx$.

$= \displaystyle\int_0^{\pi} e^x \left(\sin^2 x + \cos^2 x\right) dx = \int_0^{\pi} e^x dx = e^x\Big|_0^{\pi} = e^{\pi} - 1$. Vậy (I) sai.

Xét (II). Ta có $I-J=\int_0^{\pi} e^x\cos^2 xdx-\int_0^{\pi} e^x\sin^2 xdx$

$=\int_0^{\pi} e^x\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)dx=\int_0^{\pi} e^x\cos 2xdx=K$. Vậy (II) đúng.

Xét (III). Đặt $\begin{cases}u=\cos 2x\\ dv=e^x dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=-2\sin 2xdx\\ v=e^x\end{cases}$

Suy ra $K=\left(e^x\cos 2x\right)\Big|_0^{\pi}+2\int_0^{\pi} e^x\sin 2xdx=e^{\pi}-1+2M$.

Tính $M=\int_0^{\pi} e^x\sin 2xdx$. Ta đặt $\begin{cases}u_1=\sin 2x\\ dv_1=e^x dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du_1=2\cos 2x\\ v_1=e^x\end{cases}$

Suy ra $M=\left(e^x\sin 2x\right)\Big|_0^{\pi}-2\int_0^{\pi} e^x\cos 2x=-2K$.

Khi đó $K=e^{\pi}-1+2(-2K)\Leftrightarrow 5K=e^{\pi}-1\Leftrightarrow K=\dfrac{e^{\pi}-1}{5}$. Vậy (III) đúng. **Chọn D.**

Câu 140. Ta có $I_0+I_1=\int_0^1\dfrac{1}{1+e^x}dx+\int_0^1\dfrac{e^x}{1+e^x}dx=\int_0^1\dfrac{1+e^x}{1+e^x}dx=\int_0^1 dx=1$. **Chọn B.**

Câu 141. Chọn B.

Câu 142. Theo hình vẽ, ta có

$S=\int_{-2}^{3}\left|f(x)\right|dx=-\int_{-2}^{0}f(x)dx+\int_0^3 f(x)dx=\int_0^{-2}f(x)dx+\int_0^3 f(x)dx$. **Chọn C.**

Câu 143. Xét phương trình hoành độ giao điểm

$x^3+2x=3x^2\Leftrightarrow x\left(x^2-3x+2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng cần tính là

$S=\int_0^2\left|x^3+2x-3x^2\right|dx=\int_0^1\left(x^3-3x^2+2x\right)dx+\int_1^2\left(-x^3-2x+3x^2\right)dx$

$=\int_0^1\left(x^3-3x^2+2x\right)dx-\int_1^2\left(x^3-3x^2+2x\right)dx$. **Chọn B.**

Câu 144. Xét phương trình $x^2+2=3x\Leftrightarrow(x-1)(x-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng cần tính là $S=\int_1^2\left|x^2+2-3x\right|dx$

$=\int_1^2\left(-x^2+3x-2\right)dx=\left(-\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{3x^2}{2}-2x\right)\Big|_1^2=-\dfrac{2}{3}-\left(-\dfrac{5}{6}\right)=\dfrac{1}{6}$. **Chọn D.**

Câu 145. Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right. .$$

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_{-2}^{1} \left|x^3 + x^2 - 2x\right| dx = \int_{-2}^{0} \left|x^3 + x^2 - 2x\right| dx + \int_{0}^{1} \left|x^3 + x^2 - 2x\right| dx$$

$$= \int_{-2}^{0} \left(x^3 + x^2 - 2x\right) dx - \int_{0}^{1} \left(x^3 + x^2 - 2x\right) dx$$

$$= \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2\right)\Bigg|_{-2}^{0} - \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2\right)\Bigg|_{0}^{1} = \frac{8}{3} + \frac{5}{12} = \frac{37}{12}.$$ **Chọn A.**

Câu 146. Xét phương trình $-x^3 + 3x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \pm \sqrt{3} \\ x = 1 \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_{0}^{2} \left|-x^3 + 3x^2 - 2\right| dx = \int_{0}^{1} \left(x^3 - 3x^2 + 2\right) dx + \int_{1}^{2} \left(-x^3 + 3x^2 - 2\right) dx = \frac{5}{4} + \frac{5}{4} = \frac{5}{2}.$$

Chọn B.

Câu 147. Xét phương trình $x^4 - 2x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \left(x^2 - 1\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_{-1}^{1} \left|x^4 - 2x^2 + 1\right| dx = \int_{-1}^{1} \left(x^4 - 2x^2 + 1\right) dx = \left(\frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} + x\right)\Bigg|_{-1}^{1} = \frac{8}{15} - \frac{-8}{15} = \frac{16}{15} \text{ (đvdt)}.$$

Chọn B.

Câu 148. Phương trình hoành độ giao điểm: $x\sqrt{1+x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Diện tích hình phẳng: $S = \int_{0}^{1} \left|x\sqrt{1+x^2}\right| dx = \int_{0}^{1} x\sqrt{1+x^2}\, dx$.

Bằng cách đổi biến $t = \sqrt{1+x^2}$, ta tính được $S = \dfrac{2\sqrt{2}-1}{3}$ (đvdt). **Chọn B.**

Câu 149. Phương trình hoành độ giao điểm là $\sqrt{x} = \dfrac{x}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geqslant 0 \\ 4x = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 4 \end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_{0}^{4} \left|\sqrt{x} - \frac{x}{2}\right| dx = \int_{0}^{4} \left(\sqrt{x} - \frac{x}{2}\right) dx = \left(\frac{2\sqrt{x^3}}{3} - \frac{x^2}{4}\right)\Bigg|_{0}^{4} = \frac{4}{3}.$$ **Chọn D.**

Câu 150. Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_{0}^{4} \left|\frac{2}{(x+1)^2}\right| dx = 2\int_{0}^{4} \frac{dx}{(x+1)^2} = \left(-\frac{2}{x+1}\right)\Bigg|_{0}^{4} = -\frac{2}{5} - (-2) = \frac{8}{5}.$$ **Chọn B.**

Câu 151. Xét phương trình $x\ln x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=1$.

Diện tích hình phẳng cần tính là $S=\int_1^e |x\ln x|dx=\int_1^e x\ln x dx$.

Đặt $\begin{cases} u=\ln x \\ dv=xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\dfrac{dx}{x} \\ v=\dfrac{x^2}{2} \end{cases}$. Áp dụng công thức tính tích phân từng phần, ta có

$S=\left(\dfrac{x^2}{2}\ln x\right)\Big|_1^e-\dfrac{1}{2}\int_1^e xdx=\dfrac{e^2}{2}-\dfrac{1}{4}x^2\Big|_1^e=\dfrac{e^2}{2}-\left(\dfrac{e^2}{4}-\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{e^2+1}{4}$ (đvdt). **Chọn A.**

Câu 152. Diện tích hình phẳng cần tính là $S=\int_0^1 |e^x+x|dx$.

Ta thấy với $x>0 \Rightarrow e^x+x>e^0+0=1$.

Suy ra $S=\int_0^1 (e^x+x)dx=\left(e^x+\dfrac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1=e+\dfrac{1}{2}-1=e-\dfrac{1}{2}$. **Chọn B.**

Câu 153. Phương trình hoành độ giao điểm là $e^x+x=x+1 \Leftrightarrow e^x=1 \Leftrightarrow x=0$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S=\int_0^{\ln 5} |(e^x+x)-(x+1)|dx=\int_0^{\ln 5} |e^x-1|dx$

$=\int_0^{\ln 5} (e^x-1)dx=(e^x-x)\Big|_0^{\ln 5}=4-\ln 5$ (đvdt). **Chọn D.**

Câu 154. Xét phương trình $(1+e^x)x=(e+1)x \Leftrightarrow x(e^x-e)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng cần tính là $S=\int_0^1 |x(e^x-e)|dx=\int_0^1 x(e-e^x)dx$

Đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=(e-e^x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=ex-e^x \end{cases}$

Suy ra $S=\left[x(ex-e^x)\right]\Big|_0^1-\int_0^1 (ex-e^x)dx=\left(-\dfrac{ex^2}{2}+e^x\right)\Big|_0^1=-\dfrac{e}{2}+e-1=\dfrac{e-2}{2}$ (đvdt).

Chọn C.

Câu 155. Diện tích hình phẳng cần tìm là $S=\int_{\ln 3}^{\ln 8} \left|\sqrt{e^x+1}\right|dx=\int_{\ln 3}^{\ln 8} \sqrt{e^x+1}dx$.

Đặt $t=\sqrt{e^x+1} \Rightarrow t^2=e^x+1$, suy ra $2tdt=e^x dx \Leftrightarrow dx=\dfrac{2t}{t^2-1}dt$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = \ln 3 \Rightarrow t = 2 \\ x = \ln 8 \Rightarrow t = 3 \end{cases}$.

Khi đó $S = \int_2^3 \frac{2t^2}{t^2-1}dt = \int_2^3 \left(2 + \frac{2}{t^2-1}\right)dt = \left(2t + \ln\left|\frac{t-1}{t+1}\right|\right)\Big|_2^3 = 2 + \ln\frac{3}{2}$ (đvdt). **Chọn B.**

Câu 156. Ta có $y' = 2x - 2$.

Tiếp tuyến Δ của (P) tại điểm $M(3;5)$ có hệ số góc $k = y'(3) = 4$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến Δ là $y = 4(x-3) + 5 \Leftrightarrow y = 4x - 7$.

Xét phương trình $x^2 - 2x + 2 = 4x - 7 \Leftrightarrow (x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tính là $S = \int_0^3 (x-3)^2 dx = \frac{(x-3)^3}{3}\Big|_0^3 = 9$ (đvdt). **Chọn C.**

Câu 157. Với $x = 3$, thay vào hàm số ta được $y = 5$.

Ta có $y' = 2x - 2$, suy ra hệ số góc của tiếp tuyến $k = y'(3) = 4$.

Phương trình tiếp tuyến $y = 4(x-3) + 5$ hay $y = 4x - 7$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và tiếp tuyến

$$x^2 - 2x + 2 = 4x - 7 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^3 \left|(x^2 - 2x + 2) - (4x - 7)\right| dx$

$$= \int_0^3 \left|x^2 - 6x + 9\right| dx = \int_0^3 (x^2 - 6x + 9) dx = \left(\frac{x^3}{3} - 3x^2 + 9x\right)\Big|_0^3 = 9.$$ **Chọn A.**

Câu 158. Từ $y = 4 - \frac{1}{x^2} \Rightarrow x = g(y) = \pm\frac{1}{\sqrt{4-y}}$

Diện tích hình phẳng cần tính là $S = \int_{-1}^1 \left|\frac{1}{\sqrt{4-y}}\right| dy = \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{4-y}} dy$. **Chọn C.**

Câu 159. Xét phương trình $y^2 = 12 - 2y^2 \Leftrightarrow y^2 = 4 \Leftrightarrow y = \pm 2$.

Diện tích hình phẳng cần tính là $S = \int_{-2}^2 \left|3y^2 - 12\right| dy$

$$= \int_{-2}^2 (-3y^2 + 12) dy = (-y^3 + 12y)\Big|_{-2}^2 = 16 - (-16) = 32$$ (đvdt). **Chọn B.**

Câu 160. Ta có đồ thị $(C): y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1} = x - 1 - \frac{1}{x-1}$ có đường tiệm cận xiên là $y = x - 1$

Diện tích của hình phẳng cần tính là $S = \int_a^{2a} \left|\frac{x^2-2x}{x-1} - (x-1)\right| dx = \int_a^{2a} \left|\frac{-1}{x-1}\right| dx$

$$= \left|\int_a^{2a} \frac{1}{x-1} dx\right| = \left|\left(\ln|x-1|\Big|_a^{2a}\right)\right| = \ln\frac{2a-1}{a-1} \text{ do } a > 1$$

Theo bài ra ta có $\ln\frac{2a-1}{a-1}=\ln 3 \Leftrightarrow \frac{2a-1}{a-1}=3 \Leftrightarrow a=2$. **Chọn B.**

Câu 161. Chọn A. **Câu 162. Chọn B.** **Câu 163. Chọn C.**

Câu 164. Ta có $V=\pi\int_0^1\left[2(x-1)e^x\right]^2dx=4\pi\int_0^1\left(x^2-2x+1\right)e^{2x}dx=4\pi I_1$

Đặt $\begin{cases}u=x^2-2x+1\\dv=e^{2x}dv\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}du=2x-2\\v=\dfrac{e^{2x}}{2}\end{cases} \Rightarrow I=\left(x^2-2x+1\right)\frac{e^{2x}}{2}\Big|_0^1-\int_0^1(x-1)e^{2x}dx=-\frac{1}{2}-I_2$

Đặt $\begin{cases}u_1=x-1\\dv_1=e^{2x}dx\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}du_1=dx\\v_1=\dfrac{e^{2x}}{2}\end{cases} \Rightarrow I_1=(x-1)\frac{e^{2x}}{2}\Big|_0^1-\frac{1}{2}\int_0^1 e^{2x}dx=\frac{1}{2}-\frac{e^{2x}}{4}\Big|_0^1=\frac{3}{4}-\frac{e^2}{4}$

Do vậy $I_1=\frac{e^2-5}{4}$ suy ra $V=\left(e^2-5\right)\pi$. **Chọn D.**

Câu 165. Diện tích của hình chữ nhật có hai kích thước x và $2\sqrt{9-x^2}$ bằng: $2x\sqrt{9-x^2}$

Do vậy thể tích của vật thể đã cho bằng $V=\int_0^3 2x\sqrt{9-x^2}dx$

Đặt $\sqrt{9-x^2}=t \Rightarrow x^2=9-t^2 \Rightarrow xdx=-tdt$. Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=3\\x=3\Rightarrow t=0\end{cases}$

Suy ra $V=-2\int_3^0 t^2dt=\left(-\frac{2}{3}t^3\right)\Big|_3^0=18$ (đvtt). **Chọn B.**

Câu 166. Ta có diện tích thiết diện là $S(x)=\frac{1}{4}\pi\left(\sqrt{2}x^2\right)^2=\frac{1}{2}\pi x^4$.

Thể tích cần tìm là $V=\int_0^2\frac{1}{2}\pi x^4dx=\left(\frac{1}{2}\pi.\frac{x^5}{5}\right)\Big|_0^2=\frac{16\pi}{5}$ (đvtt). **Chọn C.**

Câu 167. Tiếp tuyến với đồ thị $y=x^2+1$ tại điểm $(1;2)$ có phương trình là $y=2x$.

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng C quanh trục Ox bằng:

$$V_{Ox}=\pi\int_0^1\left|\left(x^2+1\right)^2-4x^2\right|dx=\pi\left|\int_0^1\left(x^4-2x^2+1\right)dx\right|=\pi\left|\left(\frac{x^5}{5}-\frac{2x^3}{3}+x\right)\Big|_0^1\right|=\frac{8\pi}{15}\text{ (đvtt).}$$

Chọn C.

Câu 168. Xét phương trình $2x-x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Hình phẳng D giới hạn bởi (P) và trục Ox quay quanh Ox tạo nên khối tròn xoay có thể tích là:

$$V_{Ox}=\pi\int_0^2\left(2x-x^2\right)^2dx=\pi\int_0^2\left(4x^2-4x^3+x^4\right)dx=\pi\left(\frac{4}{3}x^3-x^4+\frac{x^5}{5}\right)\Big|_0^2=\frac{16\pi}{15}\text{ (đvtt).}$$

Chọn A.

Câu 169. Xét phương trình $2x-x^2=x \Leftrightarrow x(x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V_{Ox}=\pi\int_0^1\left|\left(2x-x^2\right)^2-x^2\right|dx$

$$=\pi\left|\int_0^1\left(3x^2-4x^3+x^4\right)dx\right|=\pi\left|\left(x^3-x^4+\frac{x^5}{5}\right)\Big|_0^1\right|=\frac{\pi}{5} \text{ (đvtt). Chọn C.}$$

Câu 170. Xét phương trình $4-x^2=2+x^2 \Leftrightarrow x=\pm1$.

Thể tích cần tìm là $V_{Ox}=\pi\int_{-1}^1\left|\left(4-x^2\right)^2-\left(2+x^2\right)^2\right|dx$

$$=\pi\left|\int_{-1}^1\left(12-12x^2\right)dx\right|=\left|\pi\left(12x-4x^3\right)\Big|_{-1}^1\right|=16\pi \text{ (đvtt). Chọn D.}$$

Câu 171. Xét phương trình $\frac{x^2}{4}=x \Leftrightarrow x(x-4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V_{Ox}=\pi\int_0^4\left|\left(\frac{x^2}{4}\right)^2-x^2\right|dx$

$$=\pi\int_0^4\left|\frac{x^4}{16}-x^2\right|dx=\pi\left|\left(\frac{x^5}{80}-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^4\right|=\frac{128\pi}{15} \text{ (đvtt). Chọn C.}$$

Câu 172. Phương trình hoành độ giao điểm là $\sqrt{x}=-x \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -x\geqslant 0 \\ x=x^2 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=0$.

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V_{Ox}=\pi\int_0^4\left|x^2-x\right|dx$.

Xét phương trình $x^2-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Do đó $V_{Ox}=\pi\int_0^1\left|x^2-x\right|dx+\pi\int_1^4\left|x^2-x\right|dx=\pi\int_0^1\left(-x^2+x\right)dx+\pi\int_1^4\left(x^2-x\right)dx$

$$=\pi\left(-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1+\pi\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^4=\frac{41\pi}{3} \text{ (đvtt). Chọn A.}$$

Câu 173. Xét phương trình $\ln x=0 \Leftrightarrow x=1$.

Thể tích cần tính là $V_{Ox}=\pi\int_1^e \ln^2 x dx$.

Đặt $\left\{\begin{array}{l} u=\ln^2 x \\ dv=dx \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} du=\frac{2\ln x}{x}dx \\ v=x \end{array}\right.$

Khi đó $V_{Ox} = \pi\left(x\ln^2 x\Big|_1^e - 2\int_1^e \ln x dx\right) = \pi(e-2I)$

Tính $I = \int_1^e \ln x dx$. Đặt $\begin{cases} a = \ln x \\ db = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} da = \dfrac{1}{x}dx \\ b = x \end{cases}$.

Suy ra $I = (x\ln x)\Big|_1^e - \int_1^e dx = e-(e-1) = 1$.

Vậy $V_{Ox} = \pi(e-2)$ (đvtt). **Chọn A.**

Câu 174. Ta có $y = \sqrt{x} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geqslant 0 \\ x = y^2 \end{cases}$ và $y = -x+2 \Leftrightarrow x = 2-y$.

Xét phương trình $y^2 = 2-y \Leftrightarrow y^2+y-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-2 \\ y=1 \end{array}\right.$.

Do $y \geqslant 0$ nên $y=1$.

Thể tích khối tròn xoay cần tính khi quay quanh trục Oy là:

$$V_{Oy} = \pi\int_0^1 \left|\left(y^2\right)^2 - (2-y)^2\right| dy$$

$$= \pi\left|\int_0^1 \left(y^4 - y^2 + 4y - 4\right)dy\right| = \pi\left|\left(\frac{y^5}{5} - \frac{y^3}{3} + 2y^2 - 4y\right)\Big|_0^1\right| = \frac{32\pi}{15} \text{ (đvtt). Chọn C.}$$

Câu 175. Từ hàm số $y = -x^2+2x \Leftrightarrow 1-y = (x-1)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1+\sqrt{1-y} \\ x = 1-\sqrt{1-y} \end{array}\right.$.

Xét phương trình $1+\sqrt{1-y} = 1-\sqrt{1-y} \Leftrightarrow y = 1$.

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V_{Oy} = \pi\int_0^1 \left|\left(1+\sqrt{1-y}\right)^2 - \left(1-\sqrt{1-y}\right)^2\right| dy$$

$$= \pi\int_0^1 \left|4\sqrt{1-y}\right| dy = 4\pi\int_0^1 \sqrt{1-y}\,dy = -\frac{8\pi(1-y)^{\frac{3}{2}}}{3}\Bigg|_0^1 = \frac{8\pi}{3} \text{ (đvtt). Chọn B.}$$

CHỦ ĐỀ 4. SỐ PHỨC

Câu 1. Chọn D.

Câu 2. Ta có $z^2=(a+bi)^2=a^2+2abi+(bi)^2=a^2+2abi-b^2=(a^2-b^2)+2abi.$ Chọn B.

Câu 3. Ta có $z=(\sqrt{2}+3i)^2=(\sqrt{2})^2+2.\sqrt{2}.3i+(3i)^2=2+6\sqrt{2}i-9=-7+6\sqrt{2}i.$ Chọn C.

Câu 4. Ta có $z=4-3i+(1-3i+3i^2-i^3)=4-3i+(1-3i-3+i)=2-5i$. Chọn C.

Câu 5. Số 0 vừa là số thuần ảo, vừa là số thực. Chọn C.

Câu 6. Ta có $z=1+(1+mi)+(1+mi)^2=2+mi+(1+2mi+m^2i^2)$

$$=2+mi+(1+2mi-m^2)=(3-m^2)+3mi.$$

Để z là số thuần ảo $\Leftrightarrow 3-m^2=0 \Leftrightarrow m^2=3 \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{3}$. Chọn B.

Câu 7. Ta có $z=(x+iy)^2-2(x+iy)+5=x^2+2ixy-y^2-2x-2iy+5$

$$=(x^2-y^2-2x+5)+2(xy-y)i$$

Để z là số thực $\Leftrightarrow 2(xy-y)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \\ x=1 \end{array}\right.$. Chọn C.

Câu 8. Ta có $z^3=a^3+3a^2bi-3ab^2-b^3i=(a^3-3ab^2)+(3a^2b-b^3)i$

Để z^3 là số thực $\Leftrightarrow 3a^2b-b^3=0 \Leftrightarrow b(3a^2-b^2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ b^2=3a^2 \end{array}\right.$. Chọn A.

Câu 9. Ta có $z=z' \Leftrightarrow (2x+3)+(3y-1)i=3x+(y+1)i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3=3x \\ 3y-1=y+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}.$$ Chọn C.

Câu 10. Ta có $(x+y)+(x-y)i=5+3i \Leftrightarrow (x+y-5)+(x-y-3)i=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y-5=0 \\ x-y-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}.$$ Chọn A.

Câu 11. Ta có $(2x-y)i+y(1-2i)^2=3+7i \Leftrightarrow (2x-5y)i-3y=3+7i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3y=3 \\ 2x-5y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ x=1 \end{cases}.$$ Chọn A.

Câu 12. Ta có $2x+3+(1-2y)i=2(2-i)-3yi+x$

$$\Leftrightarrow (2x+3)+(1-2y)i=(4+x)+(-3y-2)i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3=4+x \\ 1-2y=-3y-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}.$$

Suy ra $x^2-3xy-y=1-3.1.(-3)-(-3)=13.$ Chọn A.

Câu 13. Ta có $x^2+y-(2y+4)i=2i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y=0 \\ -(2y+4)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-3 \\ x^2=3 \end{cases}$.

Suy ra $(x;y)=(\sqrt{3};-3)$ hoặc $(x;y)=(-\sqrt{3};-3)$. **Chọn C.**

Câu 14. Ta có $z^2=-8+6i \Leftrightarrow (x^2-y^2)+2xyi=-8+6i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-y^2=-8 \\ xy=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^4+8x^2-9=0 \\ y=\dfrac{3}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases} \end{array}\right.$$ **Chọn D.**

Câu 15. Ta có $x(3+5i)+y(1-2i)^3=9+14i \Leftrightarrow x(3+5i)+y(-11+2i)=9+14i$

$$\Leftrightarrow (3x-11y-9)+(5x+2y-14)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-11y-9=0 \\ 5x+2y-14=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{172}{61} \\ y=-\dfrac{3}{61} \end{cases}.$$

Vậy $2x-3y=2.\dfrac{172}{61}-3.\left(-\dfrac{3}{61}\right)=\dfrac{353}{61}$. **Chọn B.**

Câu 16. Gọi A là điểm biểu diễn số phức, suy ra $\begin{cases} x_A=2 \\ y_A=-3 \end{cases}$. Vậy $A(2;-3)$. **Chọn C.**

Câu 17. Ta có $z=5-4i$ nên số phức đối của z là $z'=-5+4i$. Do đó, điểm biểu diễn của z' là $(-5;4)$. **Chọn D.**

Câu 18. Ta thấy $M(3;4)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=3+4i$, nên số phức z có phần thực và phần ảo lần lượt là 3 và 4. **Chọn C.**

Câu 19. Số phức $z=3-4i$ biểu diễn điểm có tọa độ là $(3;-4)$, đây chính là điểm D.

Chọn D.

Câu 20. Điểm $B(-4;0)$ biểu diễn số phức $z=-4$. **Chọn A.**

Câu 21. Ta có $A(4;0) \Rightarrow \overrightarrow{OA}=(4;0)$ và $B(0;-3) \Rightarrow \overrightarrow{OB}=(0;-3)$.

Do đó $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(4;-3) \Rightarrow C(4;-3) \Rightarrow z=4-3i$ là số phức biểu diễn điểm C.

Chọn B.

Câu 22. Số phức $z=-1+6i$ có điểm biểu diễn là A suy ra $A(-1;6)$.

Số phức $z'=-1-6i$ có điểm biểu diễn là B suy ra $B(-1;-6)$.

Do đó $\begin{cases} x_A=x_B \\ y_A=-y_B \end{cases}$ nên A và B đối xứng nhau qua trục hoành. **Chọn A.**

Câu 23. Số phức $z=2+5i$ có điểm biểu diễn là A suy ra $A(2;5)$.

Số phức $z=-2+5i$ có điểm biểu diễn là B suy ra $B(-2;5)$.

Do đó $\begin{cases} x_A=-x_B \\ y_A=y_B \end{cases}$ nên A và B đối xứng nhau qua trục tung. **Chọn B.**

Câu 24. Số phức $z = 4-7i$ có điểm biểu diễn là A suy ra $A(4;-7)$.

Số phức $z' = -4+7i$ có điểm biểu diễn là B suy ra $B(-4;7)$.

Do đó $\begin{cases} x_A + x_B = 0 \\ y_A + y_B = 0 \end{cases}$ nên A và B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O. **Chọn C.**

Câu 25. Số phức $z = 3+2i$ có điểm biểu diễn là A suy ra $A(3;2)$.

Số phức $z' = 2+3i$ có điểm biểu diễn là B suy ra $B(2;3)$.

Ta thấy $\begin{cases} x_A = y_B \\ y_A = x_B \end{cases}$ nên hai điểm A và B đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

Chọn D.

Câu 26. Tập hợp các điểm biểu diễn của các số phức $z = 3+bi$ với $b \in \mathbb{R}$ có dạng $\begin{cases} x = 3 \\ y = b,\ b \in \mathbb{R} \end{cases}$. Do đó các điểm này luôn nằm trên đường $x = 3$. **Chọn A.**

Câu 27. Tập hợp các điểm biểu diễn của các số phức $z = a + a^2 i$ với $a \in \mathbb{R}$ có dạng $\begin{cases} x = a \\ y = a^2 \end{cases} \Rightarrow y = x^2$. **Chọn D.**

Câu 28. Theo bài ra, ta có $A(-4;0)$, $B(0;4)$ và $M(x;3)$

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (4;4)$ và $\overrightarrow{AM} = (x+4;3)$.

Để ba điểm A, B, M thẳng hàng thì $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AM}$ cùng phương

$\Leftrightarrow \dfrac{x+4}{4} = \dfrac{3}{4} \Leftrightarrow x = -1$. **Chọn B.**

Câu 29. Từ giả thiết, suy ra $A(2;-2)$, $B(3;1)$, $C(0;2)$.

Khi đó $\overrightarrow{AB} = (1;3)$ và $\overrightarrow{BC} = (-3;1)$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} = 0 \\ AB = BC = \sqrt{10} \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC$ vuông cân tại B. **Chọn D.**

Câu 30. Ta có $A(-1;3)$, $B(-3;-2)$, $C(4;1)$. Suy ra $\overrightarrow{AB} = (-2;-5)$ và $\overrightarrow{AC} = (5;-2)$.

Khi đó $\begin{cases} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = (-2).5 + (-5).(-2) = 0 \\ AB = AC = \sqrt{29} \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC$ vuông cân tại A. **Chọn B.**

Câu 31. Số phức $z_2 = (1+i)^2 = 2i$.

Từ giả thiết bài toán ta có $A(1;1)$, $B(0;2)$, $C(a;-1)$. Suy ra $\overrightarrow{AB} = (-1;1)$ và $\overrightarrow{BC} = (a;-3)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow -a-3 = 0 \Leftrightarrow a = -3$. **Chọn A.**

Câu 32. Các điểm biểu diễn tương ứng với các số $0, 1, i, -2$ trong mặt phẳng phức lần lượt là $O(0;0)$, $A(1;0)$, $B(0;1)$, $C(-2;0)$. Nhận thấy ba điểm O, A, C đều nằm trên trục thực Ox nên 4 điểm O, A, B, C không thể tạo thành một tứ giác. **Chọn D.**

Câu 33. Ta có $z = i + (2-4i) - (3-2i) = -1 - i$. **Chọn D.**

Câu 34. Ta có $z_1 + z_2 = (1+2i) + (2-3i) = 3 - i$. **Chọn B.**

Câu 35. Ta có $w = z_1 - 2z_2 = 1 + 2i - 2(2-3i) = -3 + 8i$. **Chọn B.**

Câu 36. Ta có $3z_1 - 2z_2 = 3(1+2i) - 2(2-3i) = -1 + 12i$.

Vậy $3z_1 - 2z_2$ có phần ảo bằng 12 . **Chọn B.**

Câu 37. Dựa vào hình vẽ, ta thấy $z = 3 + i$, $w = -1 + 2i$ và $z + w = 2 + 3i$. **Chọn C.**

Câu 38. Chọn C.

Câu 39. Ta có $z = i(2-i)(3+i) = (2i+1)(3+i) = 1 + 7i$. **Chọn B.**

Câu 40. Ta có $2z_1z_2 = 2(3-4i)(-i) = -8 - 6i$. **Chọn C.**

Câu 41. Ta có $zz' = (a+bi)(a'+b'i) = aa' - bb' + (ab' + a'b)i$.

Vậy zz' có phần ảo là $ab' + a'b$. **Chọn B.**

Câu 42. Ta có $(a+bi)(1-i) = a - ai + bi + b = a + b + (b-a)i$. **Chọn B.**

Câu 43. Xét A: $(3+i)(8+3i) = 21 + 17i$ (loại).

Xét B: $(3-i)(8+3i) = 27 + i$: thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 44. Gọi $z = x + yi\,(x, y \in \mathbb{R})$

Khi đó: $(1+i)z = 3 - i \Leftrightarrow (x-y-3) + (x+y+1)i = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y-3=0 \\ x+y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases} \Rightarrow Q(1;-2).$$ **Chọn B.**

Câu 45. Ta có $z.z' = (m+3i)[2-(m+1)i] = 2m + 6i - m(m+1)i - 3(m+1)i^2$

$$= (5m+3) - (m^2+m-6)i.$$

Để $z.z'$ là số thực $\Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow (m-2)(m+3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-3 \end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 46. Với $z = a + bi$ suy ra số phức liên hợp là $z' = a - bi$. **Chọn D.**

Câu 47. Vì $z = a + bi$ nên $\bar{z} = a - bi$, suy ra $z + \bar{z} = 2a$ là một số thực. **Chọn A.**

Câu 48. Vì $z = a + bi$ nên $\bar{z} = a - bi$, suy ra $z - \bar{z} = 2bi$ luôn là một số ảo. **Chọn B.**

Câu 49. Từ $z = 3 - 2i$, suy ra $\bar{z} = 3 + 2i$.

Vậy phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2 . **Chọn D.**

Câu 50. Ta có $z = 2 + 5i$. Suy ra $\bar{z} = 2 - 5i$.

Khi đó $w = iz + \bar{z} = i(2+5i) + 2 - 5i = 2i + 5i^2 + 2 - 5i = 2i - 5 + 2 - 5i = -3 - 3i.$

Chọn B.

Câu 51. Ta có $z = 5 - 3i \Rightarrow \bar{z} = 5 + 3i$.

Suy ra $1 + \bar{z} + (\bar{z})^2 = 1 + (5+3i) + (5+3i)^2 = (6+3i) + (16+30i) = 22 + 33i$. **Chọn B.**

Câu 52. Ta có $z=5-3i\Rightarrow\overline{z}=5+3i$.

Suy ra $\left(\overline{z}\right)^3=(5+3i)^3=125+225i+135i^2+27i^3$

$=125+225i+135.(-1)+27i.(-1)=-10+198i$. **Chọn C.**

Câu 53. Ta có $z_0=1-2i\Rightarrow\overline{z_0}=1+2i$

Khi đó $f(z_0)=(1-2i)^3-3(1-2i)^2+(1-2i)-1$

$=(-11+2i)-3(-3-4i)+(1-2i)-1=-2+12i$

Và $f\left(\overline{z_0}\right)=(1+2i)^3-3(1+2i)^2+(1+2i)-1$

$=(-11-2i)-3(-3+4i)+(1+2i)-1=-2-12i$

Vậy $f(z_0)-f\left(\overline{z_0}\right)=(-2+12i)-(-2-12i)=24i$. **Chọn C.**

Câu 54. Ta có $\overline{z}=\left(i+\sqrt{2}\right)^2\left(1-\sqrt{2}i\right)=\left(i^2+2\sqrt{2}i+2\right)\left(1-\sqrt{2}i\right)=\left(1+2\sqrt{2}i\right)\left(1-\sqrt{2}i\right)$

$=1-\sqrt{2}i+2\sqrt{2}i-4i^2=5+\sqrt{2}i$.

Suy ra $z=5-\sqrt{2}i$. Do đó, phần ảo của số phức z bằng $-\sqrt{2}$. **Chọn C.**

Câu 55. Gọi $z=a+bi\Rightarrow\overline{z}=a-bi$

Khi đó $z^2+\left(\overline{z}\right)^2=(a+bi)^2+(a-bi)^2=2a^2+2b^2i^2=2\left(a^2-b^2\right)$. **Chọn D.**

Câu 56. Giả sử $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow\overline{z}=a-bi$

(1) Ta có $z.\overline{z}=(a+bi)(a-bi)=a^2-b^2i^2=a^2+b^2$ là một số thực. Do đó (1) sai.

(2) Ta luôn có $z+\overline{z}\neq\overline{z+\overline{z}}$. Do đó (2) sai. **Chọn D.**

Câu 57. Giả sử $\begin{cases}z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})\\ z'=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})\end{cases}\Rightarrow\overline{z}=a-bi$ và $\overline{z'}=x-yi$.

+ $\overline{z+\overline{z'}}=\overline{(a+bi)+(x-yi)}=\overline{(a+x)+(b-y)i}=\overline{(a+x)-(b-y)i}$

$=(a-bi)+(x+yi)=\overline{z}+z'$

Vậy $z+\overline{z'}$ và $\overline{z}+z'$ là hai số phức liên hợp của nhau.

+ $\begin{cases}\overline{z\overline{z'}}=\overline{(a+bi)(x-yi)}=\overline{ax+by+(bx-ay)i}=(ax+by)-(bx-ay)i\\ \overline{z}z'=(a-bi)(x+yi)=ax+by-(bx-ay)i\end{cases}\Rightarrow\overline{z\overline{z'}}=\overline{z}z'$

Vậy $z\overline{z'}$ và $\overline{z}z'$ là hai số phức liên hợp của nhau.

+ $\overline{z-\overline{z'}}=\overline{(a+bi)-(x-yi)}=\overline{(a-x)+(b+y)i}$

$=(a-x)-(b+y)i=(a-bi)-(x+yi)=\overline{z}-z'$

Vậy $z-\overline{z'}$ và $\overline{z}-z'$ là hai số phức liên hợp của nhau.

+ $\begin{cases}\overline{zz'}=\overline{(a+bi)(x+yi)}=\overline{(ax-by)+(bx+ay)i}=(ax-by)-(bx+ay)i\\ \overline{z}z'=(a-bi)(x+yi)=(ax+by)-(bx-ay)i\end{cases}\Rightarrow\overline{zz'}\neq\overline{z}z'$

Vậy zz' và $\overline{z}z'$ không phải là hai số phức liên hợp của nhau. **Chọn D.**

Câu 58. Ta có $z_1 = 4-3i+\left(1-3i+3i^2-i^3\right) = 4-3i+\left(1-3i-3+i\right) = 2-5i$;

Suy ra $\overline{z_1}.z_2 = (2+5i)(7+i) = 9+37i$. Do đó $w = 2(9-37i) = 18-74i$. **Chọn C.**

Câu 59. Đặt $z = x+yi\ \ (x,y\in\mathbb{R})$, suy ra $\overline{z} = x-yi$.

Theo giả thiết, ta có $x+yi+2(x-yi) = 6-3i \Leftrightarrow 3x-yi = 6-3i \Leftrightarrow \begin{cases}3x=6\\-y=-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$.

Chọn A.

Câu 60. Đặt $z = a+bi\ \ (a,b\in\mathbb{R})$, suy ra $\overline{z} = a-bi$.

Từ $z\overline{z} = 10\left(z+\overline{z}\right)$, ta có $(a+bi)(a-bi) = 10\left[(a+bi)+(a-bi)\right] \Leftrightarrow a^2+b^2 = 20a$. (1)

Hơn nữa, số phức z có phần ảo bằng ba lần phần thực nên $b=3a$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $\begin{cases}a^2+b^2=20a\\b=3a\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\b=6\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}$.

Vậy có 2 số phức cần tìm là: $z = 2+6i$ và $z=0$. **Chọn B.**

Câu 61. Đặt $z = a+bi\ \ (a,b\in\mathbb{R})$, suy ra $\overline{z} = a-bi$.

Theo giả thiết, ta có $(a+bi)(a-bi)+3\left[(a+bi)-(a-bi)\right] = 5+12i$

$\Leftrightarrow a^2+b^2+6bi = 5+12i \Leftrightarrow \begin{cases}a^2+b^2=5\\6b=12\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\pm1\\b=2\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 62. Đặt $z = a+bi\ \ (a,b\in\mathbb{R})$, suy ra $\overline{z} = a-bi$.

Theo giả thiết, ta có $a+bi-(2+3i)(a-bi) = 1-9i$

$\Leftrightarrow -a-3b-(3a-3b)i = 1-9i \Leftrightarrow \begin{cases}-a-3b=1\\3a-3b=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\b=-1\end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 63. Đặt $z = a+bi\ \ (a,b\in\mathbb{R})$, suy ra $\overline{z} = a-bi$.

Theo giả thiết, ta có $(1+i)(a+bi)+(3-i)(a-bi) = 2-6i$

$\Leftrightarrow (4a-2b-2)+(6-2b)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases}4a-2b-2=0\\6-2b=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\b=3\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 64. Đặt $z = a+bi\ \ (a,b\in\mathbb{R})$, suy ra $\overline{z} = a-bi$.

Theo giả thiết, ta có $(1-i)(a+bi)+2i(a-bi) = 5+3i \Leftrightarrow (a+3b-5)+(a+b-3)i = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases}a+3b-5=0\\a+b-3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$.

Suy ra $z = 2+i \Rightarrow \overline{z} = 2-i$. Khi đó $w = z+2\overline{z} = (2+i)+2(2-i) = 6-i$.

Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức w là $6+(-1)=5$. **Chọn A.**

Câu 65. Đặt $z = x+yi\ \ (x,y\in\mathbb{R})$. Suy ra $iz = i(x+yi) = -y+xi$.

Theo giả thiết, ta có $x+yi+2-4i = (2-i)(-y-xi)$

$\Leftrightarrow x+2+(y-4)i=(-2y-x)+(y-2x)i \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=-2y-x \\ y-4=y-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}$.

Suy ra $z=2-3i$. Do đó $w=z^3-i=(2-3i)^3-i=-46-10i$. **Chọn C.**

Câu 66. Ta có $z_1+z_2=3-2i$. Suy ra $|z_1+z_2|=\sqrt{3^2+(-2)^3}=\sqrt{13}$. **Chọn A.**

Câu 67. Chọn C. Vì $\sqrt{z.\bar{z}}=\sqrt{(a+bi)(a-bi)}=\sqrt{a^2-b^2i^2}=\sqrt{a^2+b^2}=|z|$.

Câu 68. Chọn B. **Câu 69. Chọn D.**

Câu 70. Giả sử $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow \bar{z}=a-bi$.

1. Ta có $z=\bar{z}\Leftrightarrow a+bi=a-bi\Leftrightarrow b=0$. Suy ra $z=\bar{z}=a$ là một số thực. Mệnh đề 1 đúng.
2. Ta có $M(a;b)$ là điểm biểu diễn số phức z, suy ra $OM=\sqrt{a^2+b^2}=|z|$. Mệnh đề 2 đúng.
3. Ta có $z.\bar{z}=(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2$, suy ra $\sqrt{z.\bar{z}}=\sqrt{a^2+b^2}=|z|$. Mệnh đề 3 đúng.

Chọn B.

Câu 71. Điểm P biểu diễn số phức z nên có tọa độ $P(a;b)$.

Ta có $OP=\sqrt{a^2+b^2}=|z|$. **Chọn A.**

Câu 72. Chọn D. Vì điểm $M(\sqrt{2};3)$ biểu diễn cho số phức $u=\sqrt{2}+3i$ có phần thực bằng $\sqrt{2}$, phần ảo bằng 3 và mô-đun $|u|=\sqrt{(\sqrt{2})^2+3^2}=\sqrt{11}$.

Câu 73. Phương trình $\Delta: x+y-1=0$.

Theo bài ra ta có điểm $I(t;1-t)$ là điểm biểu diễn số phức $z=t+(1-t)i$.

Suy ra $|z|=\sqrt{t^2+(1-t)^2}=\sqrt{2t^2-2t+1}=\sqrt{2\left(t^2-t+\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}}=\sqrt{2\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}}\geqslant\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Chọn D.

Câu 74. Giả sử $z_1=a+bi$ và $z_2=x+yi$ $(a,b,x,y\in\mathbb{R})$. Khi đó $M(a;b)$ và $N(x;y)$.

Suy ra $|z_1-z_2|=|(a-x)+(b-y)i|=\sqrt{(a-x)^2+(b-y)^2}$.

Lại có $|\overrightarrow{MN}|=MN=\sqrt{(a-x)^2+(b-y)^2}$.

Vậy $|z_1-z_2|=|\overrightarrow{MN}|$. **Chọn B.**

Câu 75. Chọn D. Vì $z_1.z_2=(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$.

$\Rightarrow \overline{z_1.z_2}=(ac-bd)-(ad+bc)i$

Câu 76. Vì điểm $M(1;-2)$ biểu diễn z nên $z=1-2i$, suy ra $\bar{z}=1+2i$.

Do đó $w=i(1+2i)-(1-2i)^2=-2+i-(-3-4i)=1+5i$.

Vậy $|w|=\sqrt{1+25}=\sqrt{26}$. **Chọn C.**

Câu 77. Đặt $z=a+bi\ \ (a,b\in\mathbb{R})$, suy ra $\bar{z}=a-bi$.

Theo giả thiết, ta có $2(a+bi)+3(1-i)(a-bi)=1-9i$

$$\Leftrightarrow (5a-3b)-(3a+b)i=1-9i \Leftrightarrow \begin{cases}5a-3b=1\\3a+b=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\b=3\end{cases}.$$ **Chọn D.**

Câu 78. Gọi $z=x+yi\ \ (x,y\in\mathbb{R})$.

Theo giả thiết, ta có $\begin{cases}x>0\\ \sqrt{x^2+y^2}=2\\ y-\sqrt{3}x=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\ x^2+y^2=4\\ y=\sqrt{3}x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\ y=\sqrt{3}\end{cases}.$

Suy ra $z=1+\sqrt{3}i \Rightarrow -z=-1-\sqrt{3}i.$ **Chọn C.**

Câu 79. Giả sử $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow \bar{z}=a-bi$.

Theo giả thiết, ta có $(a+bi)-(a-bi)=(a+bi)^2 \Leftrightarrow 2bi=a^2-b^2+2abi$

$$\Leftrightarrow (a^2-b^2)+(2ab-2b)i \Leftrightarrow \begin{cases}a^2-b^2=0\\2ab-2b=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}a=b\\a=-b\end{array}\right.\\2ab-2b=0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=b=0\\a=b=1\\a=1;b=-1\end{array}\right.$$

Vậy các số phức z thỏa mãn là $z=0$, $z=1+i$ và $z=1-i$. **Chọn D.**

Câu 80. Gọi $z_1=m.i$, ta có $z_1^2=(m.i)^2=m^2.i^2=-m^2$

Và $|z_1|=\sqrt{0^2+m^2}=|m|\Rightarrow |z_1|^2=m^2$. Do đó $z_2=z_1^2+|z_1|^2=-m^2+m^2=0$. **Chọn B.**

Câu 81. Ta có $|z|=1\Leftrightarrow \sqrt{a^2+(a-1)^2}=1\Leftrightarrow a^2+(a-1)^2=1\Leftrightarrow 2a^2-2a=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=0\\a=2\end{array}\right.$.

Chọn C.

Câu 82. Gọi $z=a+bi\Rightarrow |z|=\sqrt{a^2+b^2}=m$.

Ta có $(1-i)^2z=(1-2i+i^2)z=-2iz=-2i(a+bi)=-2a.i-2b.i^2=2b-2a.i$.

Suy ra $\left|(1-i)^2z\right|=\sqrt{4a^2+4b^2}=2\sqrt{a^2+b^2}=2m$. **Chọn B.**

Câu 83. Ta có $(|a|-|b|)^2\geqslant 0\Leftrightarrow a^2+b^2\geqslant 2|ab|\Leftrightarrow 2a^2+2b^2\geqslant a^2+b^2+2|ab|$

$\Leftrightarrow 2(a^2+b^2)\geqslant(|a|+|b|)^2\Leftrightarrow \sqrt{2(a^2+b^2)}\geqslant|a|+|b|\Leftrightarrow |z|\sqrt{2}\geqslant|a|+|b|$. **Chọn B.**

Câu 84. Đặt $z=a+bi\ \ (a,b\in\mathbb{R})$, suy ra $\bar{z}=a-bi$.

- Từ $|z-2+i|=2$, ta có $|a+bi-2+i|=2\Leftrightarrow |(a-2)+(b+1)i|=2$

$$\Leftrightarrow (a-2)^2+(b+1)^2=4. \qquad (1)$$

- Để $\bar{z}-i=a-bi-i=a-(b+1)i$ là số thực khi và chỉ khi $b+1=0\Leftrightarrow b=-1$. $\qquad$ (2)

Từ (1) và (2), ta có $\begin{cases}(a-2)^2+(b+1)^2=4\\b=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a-2)^2=4\\b=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\vee a=4\\b=-1\end{cases}.$

Vậy có hai số phức cần tìm là $z=-i$; $z=4-i$. **Chọn C.**

Câu 85. Đặt $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$, suy ra $\bar{z} = a - bi$.

- Từ $z\bar{z} = 1$, ta được $(a + bi)(a - bi) = 1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 1$. (1)
- Từ $|\bar{z} - 1| = 2$, ta được $|(a-1) - bi| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(a-1)^2 + b^2} = 2 \Leftrightarrow (a-1)^2 + b^2 = 4$. (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình $\begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ (a-1)^2 + b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 86. Đặt $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$, suy ra $\bar{z} = a - bi$.

- Từ $|z|^2 + 2z\bar{z} + |\bar{z}|^2 = 8$, ta có $4(a^2 + b^2) = 8$ (do $|z|^2 = |\bar{z}|^2 = z.\bar{z} = a^2 + b^2$).
- Từ $z + \bar{z} = 2$, ta có $a + bi + a - bi = 2 \Leftrightarrow 2a = 2 \Leftrightarrow a = 1$.

Từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} 4(a^2 + b^2) = 8 \\ a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \pm 1 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 87. Đặt $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$, suy ra $\bar{z} = a - bi$.

- Từ $|z - 1| = 1$, ta có $|a + bi - 1| = 1 \Leftrightarrow |(a-1) + bi| = 1 \Leftrightarrow (a-1)^2 + b^2 = 1$. (1)
- Để $(1+i)(\bar{z} - i) = (1+i)[a - (b+1)i] = a + b + 1 + (a - b - 1)i$ có phần ảo bằng 1

$$\Leftrightarrow a - b - 1 = 1. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có $\begin{cases} (a-1)^2 + b^2 = 1 \\ a - b - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + b^2 = 1 \\ a = b + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 88. Đặt $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$, suy ra $\bar{z} = a - bi$.

Theo giả thiết, ta có $5(a - bi) + 3 - i = (-2 + 5i)(a + bi)$

$$\Leftrightarrow 5a + 3 - (5b + 1)i = -2a - 5b + (5a - 2b)i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5a + 3 = -2a - 5b \\ 5b + 1 = 2b - 5a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a + 5b + 3 = 0 \\ 5a + 3b + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}.$$

Suy ra $z = 1 - 2i$, suy ra $3i(z-1)^2 = -12i$. Vậy $P = |3i(z-1)^2| = |-12i| = 12$. **Chọn C.**

Câu 89. Đặt $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$, suy ra $\bar{z} = a - bi$.

Theo giả thiết, ta có $(1 + 2i)(a + bi) + (2 + 3i)(a - bi) = 6 + 2i$

$$\Leftrightarrow 3a + b + (5a - b)i = 6 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = 6 \\ 5a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}.$$

Suy ra $z = 1 + 3i$, suy ra $z^2 + i\bar{z} = -5 + 7i$. Vậy $|w| = |z^2 + i\bar{z}| = |-5 + 7i| = \sqrt{74}$.

Câu 90. Ta có $(1 + 2i)z = 3 + i \Leftrightarrow z = \dfrac{3 + i}{1 + 2i} = \dfrac{(3+i)(1-2i)}{5} = \dfrac{5 - 5i}{5} = 1 - i$. Suy ra $|z| = \sqrt{2}$.

Vậy $P = |z|^4 - |z|^2 + 1 = (\sqrt{2})^4 - (\sqrt{2})^2 + 1 = 4 - 2 + 1 = 3$. **Chọn C.**

Câu 91. Ta có $z=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i \Leftrightarrow 2z+1=\sqrt{3}i$.

Suy ra $(2z+1)^2=-3 \Leftrightarrow z^2+z+1=0 \Leftrightarrow z+\dfrac{1}{z}=-1$.

Từ đó ta có $z^2+\dfrac{1}{z^2}=\left(z+\dfrac{1}{z}\right)^2-2=-1$ và $z^3+\dfrac{1}{z^3}=\left(z+\dfrac{1}{z}\right)^3-3\left(z+\dfrac{1}{z}\right)=2$.

Vậy $P=(1)^2+(-1)^3+(2)^4=16$. **Chọn D.**

Câu 92. Theo giả thiết, ta có $|z|=2 \Leftrightarrow \sqrt{m^2+(3m+2)^2}=2$

$$\Leftrightarrow m^2+(3m+2)^2=4 \Leftrightarrow 10m^2+12m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-6/5 \end{array}\right.$$

Vì m là tham số thực âm nên ta chọn $m=-\dfrac{6}{5}$, suy ra $z=-\dfrac{6}{5}-\dfrac{8}{5}i$. **Chọn C.**

Câu 93. Ta có $w=z^2=\left(\dfrac{m+3i}{1-i}\right)^2=\dfrac{(m+3i)^2}{(1-i)^2}=\dfrac{m^2+6mi-9}{-2i}$

$$=\frac{(m^2+6mi-9)(2i)}{4}=\frac{-12m+(2m^2-18)i}{4}=-3m+\left(\frac{m^2-9}{2}\right)i.$$

Theo giả thiết $|w|=9 \Leftrightarrow \sqrt{9m^2+\left(\dfrac{m^2-9}{2}\right)^2}=9$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{m^4+18m^2+81}=9 \Leftrightarrow m^2+9=18 \Leftrightarrow m^2=9 \Leftrightarrow m=\pm 3.$$ **Chọn A.**

Câu 94. Gọi $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$.

Theo giả thiết, ta có $|i(x+yi)-3|=|x+yi-2-i| \Leftrightarrow |(-3-y)+xi|=|(x-2)+(y-1)i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(-3-y)^2+x^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y-1)^2} \Leftrightarrow x=-2y-1.$$

Khi đó $|z|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-2y-1)^2+y^2}=\sqrt{5y^2+4y+1}=\sqrt{5\left(y+\dfrac{2}{5}\right)^2+\dfrac{1}{5}}\geqslant\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=-\dfrac{1}{5}, y=-\dfrac{2}{5}$. **Chọn C.**

Câu 95. Gọi $z=x+yi\ \ (x,y\in\mathbb{R})$.

Theo giả thiết, ta có $|x+yi-i|=|x+yi+1|$

$$\Leftrightarrow |x+(y-1)i|=|(x+1)+yi| \Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x+1)^2+y^2} \Leftrightarrow -y=x.$$

Khi đó $|z-(3-2i)|=|x+yi-(3-2i)|$

$$=|(x-3)+(y+2)i|=\sqrt{(x-3)^2+(y+2)^2}=\sqrt{(x-3)^2+(-x+2)^2}$$

$$=\sqrt{2x^2-10x+13}=\sqrt{2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{1}{2}}\geqslant\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=\frac{5}{2}, y=-\frac{5}{2}$. **Chọn A.**

Câu 96. Ta có $\frac{z}{z'}=\frac{a+bi}{a'+b'i}=\frac{(a+bi)(a'-b'i)}{(a'+b'i)(a'-b'i)}=\frac{(a+bi)(a'-b'i)}{a'^2+b'^2}=\frac{aa'+bb'+(a'b-ab')i}{a'^2+b'^2}$.

Vậy $\frac{z}{z'}$ có phần thực là $\frac{aa'+bb'}{a'^2+b'^2}$. **Chọn B.**

Câu 97. Ta có $z=a+bi$, suy ra $\frac{1}{z}=\frac{1}{a+bi}=\frac{a-bi}{(a+bi)(a-bi)}=\frac{a-bi}{a^2+b^2}$.

Do đó $\frac{1}{z}$ có phần ảo là $\frac{-b}{a^2+b^2}$. **Chọn D.**

Câu 98. Ta có $\frac{1}{3+2i}=\frac{3-2i}{(3+2i)(3-2i)}=\frac{3-2i}{13}=\frac{3}{13}-\frac{2}{13}i$. **Chọn A.**

Câu 99. Ta có $z=\frac{2}{1+i\sqrt{3}}=\frac{2\left(1-i\sqrt{3}\right)}{\left(1+i\sqrt{3}\right)\left(1-i\sqrt{3}\right)}=\frac{2-2i\sqrt{3}}{4}=\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $\bar{z}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$. **Chọn A.**

Câu 100. Ta có $z=5-3i$, suy ra $\bar{z}=5+3i$.

Do đó $\frac{1}{\bar{z}}=\frac{1}{5+3i}=\frac{5-3i}{(5+3i)(5-3i)}=\frac{5-3i}{25-9i^2}=\frac{5-3i}{34}=\frac{5}{34}-\frac{3}{34}i$. **Chọn B.**

Câu 101. Ta có $z=5-3i \Rightarrow \bar{z}=5+3i$

Vậy $\frac{1}{2i}\left(z-\bar{z}\right)=\frac{1}{2i}\left[(5-3i)-(5+3i)\right]=\frac{1}{2i}(-6i)=-3$. **Chọn D.**

Câu 102. Ta có $\frac{x(3-2i)}{2+3i}+y(1-2i)^2=6-5i \Leftrightarrow \frac{x(3-2i)(2-3i)}{13}+y(1-4i-4)=6-5i$

$\Leftrightarrow -xi+y(-3-4i)=6-5i \Leftrightarrow -3y-(x+4y)i=6-5i \Leftrightarrow \begin{cases}-3y=6\\ x+4y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=13\\ y=-2\end{cases}$.

Vậy $(x;y)=(13;-2)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn C.**

Câu 103. Dựa vào các đáp án, ta có các nhận xét cụ thể sau:

- $z=2-2\sqrt{3}.i \Rightarrow$ số phức liên hợp của nó là $\bar{z}=2+2\sqrt{3}.i$.
- $z=2-2\sqrt{3}.i=\left(\sqrt{3}\right)^2-2.\sqrt{3}.i+i^2=\left(\sqrt{3}-i\right)^2$ suy ra z là bình phương của số phức $\sqrt{3}-i$.
- $z=2-2\sqrt{3}.i \Rightarrow \frac{1}{z}=\frac{1}{2-2\sqrt{3}.i}=\frac{2+2\sqrt{3}.i}{\left(2-2\sqrt{3}.i\right)\left(2+2\sqrt{3}.i\right)}=\frac{2+2\sqrt{3}.i}{16}=\frac{1}{8}+\frac{\sqrt{3}}{8}i$.

Từ đây, các đáp án B, C, D đều đúng suy ra A sai. **Chọn A.**

Hoặc có thể làm trực tiếp $z^3=\left(2-2\sqrt{3}i\right)^3=\ldots\neq 64$.

Câu 104. Ta có $z=\frac{1+i}{1-i}+\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}+\frac{(1-i)^2}{(1-i)(1+i)}=0$. **Chọn A.**

Câu 105. Ta có $(1-i)z-1+5i=0 \Leftrightarrow (1-i)z=1-5i$

$$\Leftrightarrow z=\frac{1-5i}{1-i}=\frac{(1-5i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{1-4i-5i^2}{2}=3-2i.$$

Vậy $A=z.\bar{z}=(3)^2+(-2)^2=13$ **Chọn B.**

Câu 106. Ta có $(2+i)z+\frac{2(1+2i)}{1+i}=7+8i \Leftrightarrow (2+i)z=7+8i-\frac{2(1+2i)}{1+i}$

$$\Leftrightarrow (2+i)z=4+7i \Leftrightarrow z=\frac{4+7i}{2+i} \Leftrightarrow z=3+2i.$$

Suy ra $w=z+1+i=4+3i$, suy ra $-w=-4-3i$. **Chọn C.**

Câu 107. Ta có $\bar{z}=\frac{2+11i}{2+i}=\frac{(2+11i)(2-i)}{5}=\frac{15+20i}{5}=3+4i$.

Suy ra $z=3-4i$. Vậy $|z|=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5 \Rightarrow A=2|z|=10$. **Chọn C.**

Câu 108. Ta có $(1+i)(z-i)+2z=2i \Leftrightarrow (1+i)z-(1+i)i+2z=2i$

$$\Leftrightarrow (3+i)z=-1+3i \Leftrightarrow z=\frac{-1+3i}{3+i} \Leftrightarrow z=i.$$

Suy ra $w=(2016+i)z=(2016+i)i=-1+2016i$, suy ra $\bar{w}=-1-2016i$. **Chọn D.**

Câu 109. Ta có $(1+2i)z=5(1+i)^2 \Leftrightarrow z=\frac{5(1+i)^2}{1+2i}=\frac{10i}{1+2i}=\frac{10i(1-2i)}{5}=4+2i$.

Suy ra $w=\bar{z}+iz=(4-2i)+i(4+2i)=2+2i$.

Vậy số phức w có phần thực bằng 2, phần ảo bằng 2. Suy ra $2^2+2^2=8$. **Chọn D.**

Câu 110. Ta có $(1+i)^2(2-i)z=8+i+(1+2i)z \Leftrightarrow 2i(2-i)z=8+i+(1+2i)z$

$$\Leftrightarrow 2(2i+1)z=8+i+(1+2i)z \Leftrightarrow (1+2i)z=8+i$$

$$\Leftrightarrow z=\frac{8+i}{1+2i}=\frac{(8+i)(1-2i)}{1+4}=\frac{10-15i}{5}=2-3i.$$

Vậy số phức z có phần thực bằng 2, phần ảo bằng -3. **Chọn B.**

Câu 111. Ta có $\frac{1-i}{z+1}=1+i \Leftrightarrow z+1=\frac{1-i}{1+i} \Leftrightarrow z+1=\frac{(1-i)(1-i)}{2} \Leftrightarrow z+1=-i \Leftrightarrow z=-1-i$.

Suy ra $w=z^3+1=(-1-i)^3+1=-(1+i)^3+1$

$$=-(1+i)(1+i)^2+1=-(1+i)2i+1=3-2i.$$ **Chọn C.**

Câu 112. Ta có $\frac{z}{1-2i}+\bar{z}=2 \Leftrightarrow z+\bar{z}(1-2i)=2(1-2i)$.

Đặt $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$, suy ra $\bar{z}=a-bi$.

Theo giả thiết, ta có $a+bi+(a-bi)(1-2i)=2-4i$

$\Leftrightarrow (2a-2b)-2ai=2-4i \Leftrightarrow \begin{cases}2a-2b=2\\-2a=-4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}.$

Suy ra $w=z^2-z=(2+i)^2-(2+i)=(3+4i)-(2+i)=1+3i$ nên $|w|=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$.

Chọn A.

Câu 113. Đặt $z=a+bi\ \ (a,b\in\mathbb{R})$, suy ra $\bar{z}=a-bi$.

Theo giả thiết, ta có $\dfrac{a+bi}{1+i}=(a-bi)-\dfrac{1}{2}(3+i) \Leftrightarrow \dfrac{(a+bi)(1-i)}{2}=(a-bi)-\dfrac{1}{2}(3+i)$

$\Leftrightarrow \dfrac{a+b+(-a+b)i}{2}=\dfrac{(2a-3)+(-2b-1)i}{2} \Leftrightarrow \begin{cases}a+b=2a-3\\-a+b=-2b-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=4\\b=1\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 114. Ta có $\dfrac{|z|^2}{z}+2iz+\dfrac{2(z+i)}{1-i}=0 \Leftrightarrow \dfrac{z.\bar{z}}{z}+2iz+\dfrac{2(z+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=0$

$\Leftrightarrow \bar{z}+2iz+(z+i)(1+i)=0 \Leftrightarrow (a-bi)+2i(a+bi)+(a+bi+i)(1+i)=0$

$\Leftrightarrow 2a-3b-1+(3a+1)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases}2a-3b-1=0\\3a+1=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-\dfrac{1}{3}\\b=-\dfrac{5}{9}\end{cases}$. Vậy $\dfrac{a}{b}=\dfrac{3}{5}$. **Chọn B.**

Câu 115. Ta có $z=\dfrac{m-1+2(m-1)i}{1-mi}=\dfrac{[m-1+2(m-1)i].(1+mi)}{1+m^2}$

$$=\frac{-2m^2+3m-1}{1+m^2}+\frac{m^2+m-2}{1+m^2}i$$

Để z là số thực $\Leftrightarrow m^2+m-2=0 \Leftrightarrow m=1$ hoặc $m=-2$.

Vậy $m=1$ hoặc $m=-2$. **Chọn C.**

Câu 116. Giả sử $w=z^2=\left(\dfrac{m+9i}{1-i}\right)^2=\dfrac{(m+9i)^2}{(1-i)^2}=\dfrac{(m^2-81)+18mi}{-2i}=\dfrac{[(m^2-81)+18mi].2i}{-2i.2i}$

$$=\frac{-36m+2(m^2-81)i}{4}=-9m+\left(\frac{m^2-81}{2}\right)i.$$

Để $w=z^2$ là số thực $\Leftrightarrow \dfrac{m^2-81}{2}=0 \Leftrightarrow (m-9)(m+9)=0 \Leftrightarrow m=\pm 9$. **Chọn C.**

Câu 117. Áp dụng công thức $i^{4k}=1;\ \ i^{4k+1}=i^{4k}.i=1.i=i;\ \ i^{4k+2}=i^{4k}.i^2=1.(-1)=-1;$

$$i^{4k+3}=i^{4k}.i^3=1.i^2=1.(-i)=-1.$$

Do đó ta lấy số mũ chia cho 4 để được số dư bao nhiêu thì ứng với công thức trên.

Chọn C.

Câu 118. Ta có $z=(1+i)^2=1+2.1.i+i^2=1+2i-1=2i.$ **Chọn C.**

Câu 119. Ta có $z=(2-2i)^7=(2-2i)^6.(2-2i)$.

Từ $(2-2i)^2 = 2^2.(1-i)^2 = 2^2(-2i)$, suy ra $(2-2i)^6 = \left[(2-2i)^2\right]^3$

$$= \left[2^2(-2i)\right]^3 = 2^6.(-2i)^3 = 2^6.(-2)^3.i^3 = -2^9.(-i) = 2^9 i.$$

Vậy $z = (2-2i)^7 = 2^9 i.(2-2i) = 2^{10} + 2^{10} i$. **Chọn D.**

Câu 120. Ta có $P = (2i)^{2017} = 2^{2017}.i^{2017} = 2^{2017} i.$ **Chọn C.**

Câu 121. Ta có $z = (1+i)^{15} = \left[(1+i)^2\right]^7.(1+i) = [2i]^7.(1+i)$

$$= (2^7.i^7).(1+i) = [128.(-i)].(1+i) = 128 - 128i.$$

Suy ra $\bar{z} = 128 + 128i$. **Chọn C.**

Câu 122. Ta có $(1+i)^2 = 2i$, suy ra $\begin{cases}(1+i)^4 = (2i)^2 = 4i^2 = -4 \\ (1+i)^8 = (-4)^2 = 16\end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 123. Ta có $(1+i)^2 = 2i$, suy ra $(1+i)^{2018} = (2i)^{1009} = 2^{1009}.i^{1009} = 2^{1009}.i^{252.4+1} = 2^{1009} i$.

Chọn A.

Câu 124. Dễ thấy tổng trên là tổng của cấp số nhân có 2019 số hạng, trong đó số hạng đầu tiên $u_1 = 1$, công bội $q = 1+i$.

Do đó $w = u_1 \dfrac{1-q^{2019}}{1-q} = 1.\dfrac{1-(1+i)^{2019}}{1-(1+i)} = \dfrac{1-(1+i)^{2019}}{-i}$. Ta có $(1+i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 2i$.

Suy ra $(1+i)^{2019} = \left[(1+i)^2\right]^{1009}.(1+i) = (2i)^{1009}(1+i) = 2^{1009}.i^{1009}.(1+i)$.

$$= 2^{1009}.i.(1+i) = 2^{1009}.(-1+i)$$

Vậy $w = \dfrac{1-(1+i)^{2019}}{-i} = \dfrac{1-2^{1009}.(-1+i)}{-i} = \dfrac{i.\left[1-2^{1009}.(-1+i)\right]}{1} = 2^{1009} + \left(2^{1009}+1\right)i$.

Chọn D.

Câu 125. Ta có $w = i^5\left(1+i+i^2+i^3+...+i^{13}\right) = i.\left(1+i+i^2+i^3+...+i^{13}\right)$.

Dễ thấy $S = 1+i+i^2+i^3+...+i^{13}$ là tổng của cấp số nhân có 14 số hạng, trong đó số hạng đầu tiên $u_1 = 1$, công bội $q = i$.

Do đó $S = u_1 \dfrac{1-q^{14}}{1-q} = 1.\dfrac{1-i^{14}}{1-i} = \dfrac{1+1}{1-i} = \dfrac{2(1+i)}{1+1} = (1+i)$.

Vậy $w = i(1+i) = -1+i$. **Chọn A.**

Câu 126. Ta có $z = \dfrac{1-i}{1+i} = \dfrac{(1-i)^2}{1+1} = -i.$ Suy ra $z^{2017} = (-i)^{2017} = (-i)^{504.4+1} = -i.$ **Chọn B.**

Câu 127. Ta có $\dfrac{i}{1-i} = \dfrac{i(1+i)}{1+1} = \dfrac{-1+i}{2}$.

Suy ra $\left(\dfrac{i}{1-i}\right)^{2014} = \left(\dfrac{-1+i}{2}\right)^{2014} = \dfrac{(-1+i)^{2024}}{2^{2024}} = \dfrac{\left[(-1+i)^2\right]^{1012}}{2^{2024}} = \dfrac{(-2i)^{1012}}{2^{2024}} = \dfrac{2^{1012}}{2^{2024}} = \dfrac{1}{2^{1012}}$.

Chọn B.

Câu 128. Ta có $\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{1+1}=i$. Suy ra $z=\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}=i^{2017}=i$.

Do đó $z.z^7.z^{15}=z^{23}=i^{23}=i^3=-i$. **Chọn A.**

Câu 129. Ta có $\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{1+1}=i$. Suy ra $z=\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^5=i^5=i$.

Suy ra $z^5+z^6+z^7+z^8=i^5+i^6+i^7+i^8=i-1-i+1=0$. **Chọn A.**

Câu 130. Ta có $\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{1+1}=i$ và $\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{1+1}=-i$.

Suy ra $z=\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{16}+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8=i^{16}+(-i)^8=1+1=2$. **Chọn B.**

Câu 131. Ta có $\frac{2i}{1+i}=\frac{2i(1-i)}{2}=1+i$, suy ra $\left(\frac{2i}{1+i}\right)^8=(1+i)^8=\left[(1+i)^2\right]^4=(2i)^4=16$.

Do đó $i\bar{z}=\left(\frac{2i}{1+i}\right)^8 \Leftrightarrow i\bar{z}=16 \Leftrightarrow \bar{z}=\frac{16}{i} \Leftrightarrow \bar{z}=-16i \Leftrightarrow z=16i$.

Suy ra $w=(2-i)z=(2-i)16i=16+32i$. **Chọn D.**

Câu 132. Gọi $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$, suy ra $\bar{z}=a-bi$.

Từ giả thiết, ta có $2(a+bi-1)(2-i)=(3+i)(a-bi+2i)$

$\Leftrightarrow (4a+2b-4)+(-2a+4b+2)i=(3a+b-2)+(a-3b+6)i$

$\Leftrightarrow \begin{cases}4a+2b-4=3a+b-2\\-2a+4b+2=a-3b+6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a+b=2\\3a-7b=-4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}.$

Suy ra $z=1+i$ nên $z^9=(1+i)^9=(1+i)\left[(1+i)^2\right]^4=(1+i)(2i)^4=16+16i$. **Chọn B.**

Câu 133. Ta có $(z+2-3i)(1-i)=(1+i)^{2015} \Leftrightarrow z+2-3i=\frac{(1+i)^{2015}}{1-i}$.

Hay $w=\frac{(1+i)^{2015}}{1-i}=\frac{(1+i)^{2016}}{2}=\frac{\left[(1+i)^2\right]^{1008}}{2}=\frac{(2i)^{1008}}{2}=\frac{2^{1008}.i^{1008}}{2}=2^{1007}$. **Chọn C.**

Câu 134. Gọi $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$, suy ra $\bar{z}=a-bi$. Ta có

- $\alpha=\frac{i^{2017}-i}{\bar{z}-1}-z^2+(\bar{z})^2=\frac{i-i}{\bar{z}-1}-z^2+(\bar{z})^2=-z^2+(\bar{z})^2$

$=-(a+bi)^2+(a-bi)^2=-a^2-2abi+b^2+a^2-2abi-b^2=-4abi.$

- $\beta=\frac{z^3-z}{z-1}+\bar{z}+(\bar{z})^2=\frac{z(z-1)(z+1)}{z-1}+\bar{z}+(\bar{z})^2=z(z+1)+\bar{z}+(\bar{z})^2$

$=(a+bi)(a+1+bi)+(a-bi)+(a-bi)^2$

$=a^2+a+abi+abi+bi-b^2+a-bi+a^2-2abi-b^2=2(a^2+a-b^2).$

Chọn D.

Câu 135. Biệt số $\Delta = 1-3 = -3 = \left(\sqrt{3}i\right)^2$.

Do đó phương trình có hai nghiệm phức là $z = \dfrac{1 \pm \sqrt{3}i}{2} = \dfrac{1}{2} \pm \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$. **Chọn D.**

Câu 136. Biệt số $\Delta' = 16-20 = -2 = (2i)^2$.

Do đó phương trình có hai nghiệm phức: $z_1 = \dfrac{4-2i}{2} = 2-i$ và $z_2 = \dfrac{4+2i}{2} = 2+i$.

Suy ra $w = z_1^2 + z_2^2 = (2-i)^2 + (2+i)^2 = 3-4i+3+4i = 6$. **Chọn D.**

Câu 137. Ta có $z^2+2z+10 = 0 \Leftrightarrow (z+1)^2 = (3i)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = -1+3i \\ z_2 = -1-3i \end{array}\right.$.

Suy ra $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = \left(\sqrt{(-1)^2+3^2}\right)^2 + \left(\sqrt{(-1)^2+(-3)^2}\right) = \sqrt{10}+\sqrt{10} = 2\sqrt{10}$. **Chọn B.**

Câu 138. Theo Viet, ta có $\begin{cases} z_1+z_2 = -7 \\ z_1.z_2 = 15 \end{cases} \Rightarrow z_1+z_2+z_1z_2 = -7+15 = 8$. **Chọn D.**

Câu 139. Biệt số $\Delta' = 16-20 = -2 = (2i)^2$.

Do đó phương trình có hai nghiệm phức: $z_1 = \dfrac{4-2i}{2} = 2-i$ và $z_2 = \dfrac{4+2i}{2} = 2+i$.

Suy ra $P = (1-i)^{2017} + (1+i)^{2017} = (1-i).\left[(1-i)^2\right]^{1008} + (1+i)\left[(1+i)^2\right]^{1008}$

$= (1-i).(-2i)^{1008} + (1+i)(2i)^{1008} = (1-i).2^{1008} + (1+i).2^{1008} = 2^{1009}$. **Chọn C.**

Câu 140. Biệt số $\Delta = 4-8 = -4 = (2i)^2$.

Do đó phương trình có hai nghiệm phức: $z_1 = \dfrac{2-2i}{2} = 1-i$ và $z_2 = \dfrac{2+2i}{2} = 1+i$.

Suy ra $z_1^{2016} = (1-i)^{2016} = \left[(1-i)^2\right]^{1008} = (-2i)^{1008} = (-2)^{1008}.i^{1008} = 2^{1008}.1 = 2^{1008}$;

$z_2^{2016} = (1+i)^{2016} = \left[(1+i)^2\right]^{1008} = (2i)^{1008} = 2^{1008}.i^{1008} = 2^{1008}.1 = 2^{1008}$.

Vậy $A = z_1^{2016} + z_2^{2016} = 2^{1008} + 2^{1008} = 2^{1009}$. **Chọn A.**

Câu 141. Biệt số $\Delta' = 4-20 = -16 = 16i^2 = (4i)^2$.

Do đó phương trình có hai nghiệm phức: $z = -2+4i$ và $z = -2-4i$.
Do z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm nên $z_1 = -2-4i$ và $z_2 = -2+4i$.

Suy ra $A = |z_1|^2 + 2\left(z_1^2+z_2^2\right) = \left(\sqrt{(-2)^2+(-4)^2}\right)^2 + 2\left[(-2-4i)^2 + (-2+4i)^2\right]$

$= 20 + 2\left[(-12+16i)+(-12-16i)\right] = 20+2(-24) = -28$. **Chọn C.**

Câu 142. Hai số phức cần tìm là nghiệm của phương trình $z^2-3z+4 = 0$.

Biệt số $\Delta = 9-16 = -7 = \left(\sqrt{7}i\right)^2$.

nghiệm đó là $z_1 = \frac{3-\sqrt{7}i}{2} = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i$ và $z_2 = \frac{3+\sqrt{7}i}{2} = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i$.

Vậy $|z_1| + |z_2| = \sqrt{\frac{9}{4}+\frac{7}{4}} + \sqrt{\frac{9}{4}+\frac{7}{4}} = 4$. **Chọn B.**

Câu ... Ta có $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 3i + (5i-1) = 8i - 1 \\ P = x_1x_2 = 3i(5i-1) = -15-3i \end{cases}$.

... $5i-1$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + (1-8i)z - 15 - 3i = 0$. **Chọn C.**

Câu ... Thay $z = 1-i$ vào phương trình, ta được $(1-i)^2 + (2-m)(1-i) + 2 = 0$

$\Leftrightarrow 1-2i+i^2 + 2 - 2i - m + mi + 2 = 0 \Leftrightarrow (4-m) + (m-4)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-m=0 \\ m-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4.$

Chọn ...

Câu 145. Thay $z = 1+i$ vào phương trình, ta được $(1+i)^2 + m(1+i) + n = 0$

$\Leftrightarrow 2i + m + mi + n = 0 \Leftrightarrow (m+n) + (m+2)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m+n=0 \\ m+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-2 \\ n=2 \end{cases}.$

Suy ra $w = -2+2i$ nên $|w| = \sqrt{(-2)^2+2^2} = 2\sqrt{2}$. **Chọn C.**

Câu 146. Thay $z = 1+2i$ vào phương trình, ta được $(1+2i)^2 + a(1+2i) + b = 0$

$\Leftrightarrow a + b - 3 + (2a+4)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+b-3=0 \\ 2a+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=5 \end{cases}.$

Suy ra $a+b = -2+5 = 3$. **Chọn D.**

Câu 147. Vì m là tham số phức nên giả sử $m = a+bi$ $(a;b\in\mathbb{R})$.

Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình. Theo Viet, ta có $\begin{cases} z_1+z_2=-m \\ z_1z_2=3i \end{cases}$.

Yêu cầu bài toán: $z_1^2+z_2^2 = 8 \Leftrightarrow (z_1+z_2)^2 - 2z_1z_2 = 8 \Leftrightarrow (-m)^2 - 2.3i = 8 \Leftrightarrow m^2 = 8+6i$

$\Leftrightarrow (a+bi)^2 = 8+6i \Leftrightarrow a^2-b^2+2abi = 8+6i \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-b^2=8 \\ 2ab=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=-3 \\ b=-1 \end{cases}$.

Suy ra $m = 3+i$ hoặc $m = -3-i$. **Chọn C.**

Câu 148. Vì m là tham số phức nên giả sử $m = a+bi$ $(a;b\in\mathbb{R})$.

Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình. Theo Viet, ta có $\begin{cases} z_1+z_2=-m \\ z_1z_2=i \end{cases}$.

Yêu cầu bài toán $z_1^2+z_2^2 = -4i \Leftrightarrow (z_1+z_2)^2 - 2z_1z_2 = -4i$

$\Leftrightarrow (-m)^2 - 2i = -4i \Leftrightarrow m^2 = -2i \Leftrightarrow (a+bi)^2 = -2i \Leftrightarrow (a^2-b^2) + 2abi = -2i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2-b^2=0 \\ 2ab=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases}$. Suy ra $m = 1-i$ hoặc $m = -1+i$. **Chọn D.**

Câu 149. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình. Theo Viet, ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = -m \\ z_1 z_2 = -6i \end{cases}$.

Yêu cầu bài toán: $z_1^2 + z_2^2 = 5 \Leftrightarrow (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = 5 \Leftrightarrow m^2 - 2(-6i) = 5 \Leftrightarrow m^2 = 5 - 12i$

$\Leftrightarrow (a+bi)^2 = 5 - 12i \Leftrightarrow (a^2 - b^2) + 2abi = 5 - 12i \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 5 \\ 2ab = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases}$

hoặc $\begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases}$.

Suy ra $m = \pm(3 - 2i)$ nên ta có $a = 3,\ b = -2$. Khi đó $a + 2b = -1$. **Chọn A.**

Câu 150. Ta có $z^3 = 8 \Leftrightarrow z^3 - 8 = 0 \Leftrightarrow (z-2)(z^2 + 2z + 4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 2 \\ z^2 + 2z + 4 = 0. \quad (*) \end{array}\right.$

Phương trình $(*)$ có biệt số $\Delta' = 1 - 4 = -3 = (\sqrt{3}i)^2$.

Do đó $(*)$ có hai nghiệm phức là: $z_2 = -1 - \sqrt{3}i$ và $z_3 = -1 + \sqrt{3}i$.

Vậy có duy nhất một nghiệm phức có phần ảo âm là $z_2 = -1 - \sqrt{3}i$. **Chọn A.**

Câu 151. Thay $z = 1 + i$ vào phương trình ta được $(1+i)^3 + a(1+i)^2 + b(1+i) + c = 0$

$\Leftrightarrow (b + c - 2) + (2a + b + 2)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b + c - 2 = 0 \\ 2a + b + 2 = 0 \end{cases}$.

Thay $z = 2$ vào phương trình ta được $2^3 + a.2^2 + b.2 + c = 0 \Leftrightarrow 4a + 2b + c + 8 = 0$.

Từ đó ta có hệ $\begin{cases} 4a + 2b + c + 8 = 0 \\ b + c - 2 = 0 \\ 2a + b + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 6 \\ c = -4 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 152. Ta có $z^4 - z^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2 = 4 \\ z^2 = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = \pm 2 \\ z = \pm i\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Do đó $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = 4 + 2\sqrt{3}$. **Chọn C.**

Câu 153. Xem là phương trình bậc hai ẩn $(z^2 - 4z)$ và có $\Delta = 9 + 160 = 169 = 13^2$.

Suy ra phương trình tương đương với

$$\left[\begin{array}{l} z^2 - 4z = \dfrac{3-13}{2} = -5 \\ z^2 - 4z = \dfrac{3+13}{2} = 8 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2 - 4z + 5 = 0 \\ z^2 - 4z - 8 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (z-2)^2 = -1 \\ (z-2)^2 = 12 \end{array}\right..$$

- $(z-2)^2 = -1 \Leftrightarrow (z-2)^2 = i^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z - 2 = i \\ z - 2 = -i \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 2 + i \\ z_2 = 2 - i \end{array}\right.$.
- $(z-2)^2 = 12 \Leftrightarrow z - 2 = \pm 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 2 - 2\sqrt{2} \\ z = 2 + 2\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Khi đó $P = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2 = 34$. **Chọn B.**

Câu 154. Vì z là số ảo nên có dạng $z = bi$ $(b \in \mathbb{R})$.

Do đó các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức thỏa mãn $\begin{cases} x = 0 \\ y = b \end{cases}, b \in \mathbb{R}$.

Tập hợp các điểm này là trục ảo. **Chọn A.**

Câu 155. Số phức z có phần thực bằng 2 nên có dạng $z = 2 + bi$ $(b \in \mathbb{R})$.

Do đó các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức thỏa mãn $\begin{cases} x = 2 \\ y = b \end{cases}, b \in \mathbb{R}$.

Tập hợp các điểm này luôn nằm trên đường $x = 2$ cố định. **Chọn B.**

Câu 156. Gọi $z = x + yi$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

Số phức z có phần thực bằng ba lần phần ảo nên $x = 3y$ hay $x - 3y = 0$.

Vậy tập hợp các số phức z thỏa mãn bài toán là một đường thẳng. **Chọn C.**

Câu 157. Đặt $z = x + yi$ $(x, y \in \mathbb{R})$, suy ra $\bar{z} = x - yi$.

Theo giả thiết, ta có $(x + yi)^2 + (x - yi)^2 = 0$

$$\Leftrightarrow \left(x^2 - y^2 + 2xyi\right) + \left(x^2 - y^2 - 2xyi\right) = 0 \Leftrightarrow 2\left(x^2 - y^2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = x \\ y = -x \end{array}\right..$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là hai đường phân giác của các gốc tọa độ là $y = x$ và $y = -x$. **Chọn D.**

Câu 158. Theo bài ra, ta có $|x + 1 + (y + 3)i| = |x - 2 + (y - 1)i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y+3)^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x + 6y + 10 = x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5 \Leftrightarrow 6x + 8y + 5 = 0.$$

Phương trình đường trung trực của AB là: $6x + 8y + 5 = 0$.

Vậy tập hợp các điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức $z = x + yi$ và thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường thẳng trung trực của đoạn AB với $A(-1;-3), B(2;1)$. **Chọn C.**

Câu 159. Ta có $\dfrac{z+i}{z-i} = \dfrac{x + (y+1)i}{x + (y-1)i} = \dfrac{[x + (y+1)i].[x - (y-1)i]}{[x + (y-1)i].[x - (y-1)i]}$

$$= \frac{x^2 + y^2 - 1}{x^2 + (y-1)^2} + \frac{2x}{x^2 + (y-1)^2}.i$$

Để $\dfrac{z+i}{z-i}$ là số thực khi và chỉ khi $\dfrac{2x}{x^2 + (y-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ x^2 + (y-1)^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$.

Vậy tập hợp điểm $M(x;y)$ cần tìm là trục ảo bỏ điểm biểu diễn số phức $z = i$. **Chọn D.**

Câu 160. Gọi $z = x + yi$ $(x;, y \in \mathbb{R})$, suy ra $\bar{z} = x - yi$.

Theo giả thiết, ta có:

$$|x + yi|^2 + 3(x + yi) + 3(x - yi) = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow (x+3)^2 + y^2 = 9.$$

Vậy tập hợp các số phức z là đường tròn tâm $I(-3;0)$, bán kính $R = 3$. **Chọn A.**

Câu 161. Gọi $z = x + yi \ (x, y \in \mathbb{R})$, suy ra $\bar{z} = x - yi$.

Ta có $(2 - z)(\bar{z} + i) = [2 - (x + yi)].[(x - yi) + i]$

$= [(2 - x) - yi].[x + (1 - y)i] = (-x^2 - y^2 + 2x + y) + (-x - 2y + 2)i.$

Để $(2 - z)(\bar{z} + i)$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow -x^2 - y^2 + 2x + y = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là

đường tròn tâm $I\left(1; \frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$. **Chọn A.**

Câu 162. Ta có $w = z - 2i \Leftrightarrow z = w + 2i$.

Gọi $w = x + yi \ (x, y \in \mathbb{R})$. Suy ra $z = x + (2 + y)i$.

Theo giả thiết, ta có $|x + (2 + y)i + i| = 1$

$\Leftrightarrow |x + (3 + y)i| = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (3 + y)^2} = 1 \Leftrightarrow x^2 + (y + 3)^2 = 1$.

Vậy tập hợp các số phức $w = z - 2i$ là đường tròn tâm $I(0; -3)$. **Chọn B.**

Câu 163. Gọi $w = a + bi$, ta có $w = a + bi = (3 + 4i)z + i$

$\Leftrightarrow z = \frac{a + (b - 1)i}{3 + 4i} = \frac{[a + (b - 1)i](3 - 4i)}{9 - 16i^2}$

$= \frac{3a + 4b - 4}{25} + \frac{(3b - 4a - 3)}{25}.i \Rightarrow |z| = \frac{\sqrt{(3a + 4b - 4)^2 + (3b - 4a - 3)^2}}{25}$.

Mà $|z| = 4$ nên $(3a + 4b - 4)^2 + (3b - 4a - 3)^2 = 100^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2b = 399$.

$\Leftrightarrow a^2 + (b - 1)^2 = 20^2$. **Chọn C.**

Câu 164. Ta có $z_1 - z_2 = (1 + i) - (1 - i) = 2i$. Suy ra $|z_1 - z_2| = \sqrt{0^2 + 2^2} = 2$. Do đó A sai.

Ta có $\frac{z_1}{z_2} = \frac{1 + i}{1 - i} = \frac{(1 + i)(1 + i)}{2} = \frac{2i}{2} = i$. Do đó B đúng.

Ta có $z_1 z_2 = (1 + i)(1 - i) = 1 + 1 = 2$. Do đó C đúng.

Ta có $z_1 + z_2 = (1 + i) + (1 - i) = 2.$ Do đó D đúng. **Chọn A.**

Câu 165. Theo định nghĩa, thì B và D đúng.

Xét A: Chọn $z_1 = 3 + 4i$ và $z_2 = -4 - 3i$. Rõ ràng $z_1 \neq z_2$ nhưng $|z_1| = |z_2|$. Do đó A sai.

Xét C: Gọi $z = x + yi \ (x, y \in \mathbb{R})$. Theo đề, ta có $\sqrt{x^2 + y^2} = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$. Do đó C đúng.

Chọn A.

Câu 166. Giả sử $z = a + bi \ (a, b \in \mathbb{R})$, suy ra $\bar{z} = a - bi$.

Ta có $z + \bar{z} = 2a$ là số thực. Do đó A đúng.

Giả sử $z' = a' + b'i \ (a', b' \in \mathbb{R})$, suy ra $\overline{z'} = a' - b'i$.

Khi đó $\overline{z+z'}=\overline{(a+bi)+(a'+b'i)}=(a+a')-(b+b')i=(a-bi)+(a'-b'i)=\overline{z}+\overline{z'}$.

Do đó B đúng.

Xét $\frac{1}{1+i}+\frac{1}{1-i}=\frac{1-i+1+i}{(1+i)(1-i)}=\frac{2}{2}=1$ là một số thực. Do đó C đúng.

Xét $(1+i)^{10}=\left[(1+i)^2\right]^5=(2i)^5=2^5.i^5=2^5i$. Do đó D sai. **Chọn D.**

Câu 167. Giả sử $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$, suy ra $\overline{z}=a-bi$.

Ta có $z=\overline{z}\Leftrightarrow a+bi=a-bi\Leftrightarrow 2bi=0\Leftrightarrow b=0$.

Khi đó $z=\overline{z}=a$ là số thực. Do đó (I) đúng.

Điểm $M(a;b)$ là điểm biểu diễn số phức $z=a+bi$, suy ra $OM=\sqrt{a^2+b^2}=|z|$.

Do đó (II) đúng.

Ta có $\sqrt{z.\overline{z}}=\sqrt{(a+bi)(a-bi)}=\sqrt{a^2-b^2i^2}=\sqrt{a^2+b^2}=|z|$.

Do đó (III) đúng. **Chọn A.**

Câu 168. Ta có $u=2(4-3i)=8-6i$, suy ra $|u|=\sqrt{8^2+(-6)^2}=10$ và $\overline{u}=8+6i$.

Do đó B sai, các mệnh đề còn lại đều đúng. **Chọn B.**

Câu 169. Ta có $|i|=|0+1i|=\sqrt{0^2+1^2}=1$ và $|-i|=|0-1i|=\sqrt{0^2+(-1)^2}=1$.

Do đó A đúng. Ta có $i^2=-1$, suy ra $i^4=\left(i^2\right)^2=(-1)^2=1$. Do đó B đúng.

Số 0 cũng là một số phức, nhưng lại không có số nghịch đảo. Do đó C sai.

Với $a>0$, ta có $-a<0\Leftrightarrow\left(\sqrt{a}i\right)<0$.

Khi đó căn bậc hai của $-a$ là $\pm\sqrt{a}i$.

Do đó D đúng. **Chọn C.**

Câu 170. Giả sử có số thực a thì a cũng có thể viết được dưới dạng $a=a+0i$ là một số phức. Như vậy tập hợp số thực chính là tập con của tập số phức. Do đó A đúng.

Giả sử có hai số phức $z=1+2i$ và $z'=2-2i$, ta thấy tổng $z+z'=3$ là một số thực. Tuy nhiên z và z' lại không phải là hai số thực. Do đó B sai.

Ta có $u=(1-i)^2=-2i$ là một số phức. Trong tập hợp các số phức, người ta không hề đề cập đến khái niệm số phức âm hay số phức dương. Do đó C sai.

Số phức $u=1-7i$ có nghịch đảo là

$$\frac{1}{u}=\frac{1}{1-7i}=\frac{1+7i}{1+49}=\frac{1+7i}{50}=\frac{1}{50}+\frac{7}{50}i.$$

Do đó D sai. **Chọn A.**

BẤT ĐẲNG THỨC - BÀI TOÁN CỰC TRỊ

Câu 1. Ta có $x^2+y^2+xy=3 \Leftrightarrow (x+y)^2-3=xy \leqslant \dfrac{(x+y)^2}{4}$.

Suy ra $(x+y)^2 \leqslant 4 \Leftrightarrow -2 \leqslant x+y \leqslant 2$. **Chọn C.**

Câu 2. Ta có $\begin{cases} x^2+y^2+xy=1 \Leftrightarrow 1-3xy=(x-y)^2 \geqslant 0 \Rightarrow xy \leqslant \dfrac{1}{3} \\ x^2+y^2+xy=1 \Leftrightarrow 1+xy=(x+y)^2 \geqslant 0 \Rightarrow xy \geqslant -1 \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 3. Với mọi x, y ta có $(x+y)^2 \geqslant 4xy$.

Suy ra $(x+y)^3+(x+y)^2 \geqslant (x+y)^3+4xy \geqslant 2$ hay $(x+y)^3+(x+y)^2 \geqslant 2 \Leftrightarrow x+y \geqslant 1$.

Chọn B.

Câu 4. Ta có $(x-4)^2+(y-4)^2+2xy \leqslant 32 \Leftrightarrow (x+y)^2-8(x+y) \leqslant 0 \Leftrightarrow 0 \leqslant x+y \leqslant 8$.

Chọn B.

Câu 5. Ta có $x^2+y^2=x+y+xy$

$$\Leftrightarrow x+y=x^2+y^2-xy=(x+y)^2-3xy \geqslant (x+y)^2-\frac{3}{4}(x+y)^2=\frac{1}{4}(x+y)^2.$$

Suy ra $x+y \geqslant \dfrac{1}{4}(x+y)^2 \Leftrightarrow 0 \leqslant x+y \leqslant 4$. **Chọn D.**

Câu 6. Từ giả thiết, ta có $3(x+y)-4=x^2+y^2 \geqslant \dfrac{(x+y)^2}{2}$

$$\Leftrightarrow (x+y)^2-6(x+y)+8 \leqslant 0 \Leftrightarrow 2 \leqslant x+y \leqslant 4. \text{ **Chọn D.**}$$

Câu 7. Từ giả thiết, ta có $2(a+b)^2+3(a-b)^2 \leqslant 3(a+b)+2$. Do $3(a-b)^2 \geqslant 0$ với mọi a, b

nên suy ra $2(a+b)^2 \leqslant 3(a+b)+2 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} \leqslant a+b \leqslant 2$. **Chọn C.**

Câu 8. Ta có $7x+3y+xy \geqslant x^2+y^2+17 \Leftrightarrow x+y+xy \geqslant x^2-6x+9+y^2-2y+1+7$

$$\Leftrightarrow x+y+xy \geqslant (x-3)^2+(y-1)^2+7 \geqslant 7. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 9. Từ giả thiết, ta có $0 \leqslant x, y \leqslant \sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} x^2\left(x-\sqrt{2}\right) \leqslant 0 \\ y^2\left(y-\sqrt{2}\right) \leqslant 0 \end{cases} \Rightarrow x^3+y^3 \leqslant \sqrt{2}\left(x^2+y^2\right)=2\sqrt{2}.$

Lại có $4=\left(1^2+1^2\right).2=\left(1^2+1^2\right)\left(x^2+y^2\right) \geqslant (x+y)^2$, suy ra $2 \geqslant x+y$. (*)

Nhận hai vế của (*) cho x^3+y^3, ta được

$$2\left(x^3+y^3\right) \geqslant (x+y)\left(x^3+y^3\right) \geqslant \left(\sqrt{x}.\sqrt{x^3}+\sqrt{y}.\sqrt{y^3}\right)^2=4.$$

Suy ra $x^3+y^3 \geqslant 2$. **Chọn A.**

Câu 10. Ta có $\frac{1}{x}+\frac{4}{y}=1.\left(\frac{1}{x}+\frac{4}{y}\right)=(x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{4}{y}\right)=5+\frac{4x}{y}+\frac{y}{x}\geqslant 5+2\sqrt{\frac{4x}{y}.\frac{y}{x}}=9.$

Dấu "=" xảy ra khi $x=\frac{1}{3}; y=\frac{2}{3}$. **Chọn C.**

Câu 11. Ta có $3=x+y+xy\leqslant x+y+\frac{(x+y)^2}{4}$

$$\Leftrightarrow (x+y)^2+4(x+y)-3\geqslant 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+y\geqslant 2 \\ x+y\leqslant -6\end{array}\right.\Leftrightarrow x+y\geqslant 2 \text{ (do } x,y>0\text{)}.$$

Lại có $x+y+xy=3$, suy ra $x+y<3$ (do $x,y>0$). **Chọn C.**

Câu 12. Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có $(a+b)^2\leqslant(1^2+1^2).(a^2+b^2)=2(a^2+b^2)$.

Kết hợp giả thiết, ta được $(a+b)^2\leqslant a^2b^2\leqslant\frac{(a+b)^4}{16}$.

Suy ra $(a+b)^2\leqslant\frac{(a+b)^4}{16}\Leftrightarrow(a+b)^2\left[(a+b)^2-16\right]\geqslant 0$, suy ra $a+b\geqslant 4$ (do $a,b>0$).

Chọn B.

Câu 13. Từ giả thiết, ta có $xy(x+y)=x+y+3xy$. (*)

Vì $x>0$, $y>0$ nên $x+y>0$. Do đó (*) $\Leftrightarrow x+y=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+3\geqslant\frac{4}{x+y}+3$

$$\Leftrightarrow(x+y)^2-3(x+y)-4\geqslant 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x+y\leqslant -1 \\ x+y\geqslant 4\end{array}\right.\Leftrightarrow x+y\geqslant 4 \text{ (do } x,y>0\text{)}.$$ **Chọn D.**

Câu 14. Từ giả thiết, ta có $\ln(x+y+1)+3(x+y+1)=\ln(3xy)+3.3xy$. (*)

Xét hàm $f(t)=\ln t+3t$ trên $(0;+\infty)$, ta có $f'(t)=\frac{1}{t}+3>0,\ \forall t>0$.

Do đó (*) $\Leftrightarrow x+y+1=3xy\Leftrightarrow 3xy-1=x+y\geqslant 2\sqrt{xy}\Leftrightarrow 3xy-2\sqrt{xy}-1\geqslant 0$.

Suy ra $\sqrt{xy}\geqslant 1\Rightarrow xy\geqslant 1$. **Chọn C.**

Câu 15. Ta có $x^4+y^4\geqslant 2x^2y^2$, kết hợp với giả thiết ta được $xy+2\geqslant 2x^2y^2+\frac{1}{xy}$.

Đặt $xy=t>0$, ta được $t+2\geqslant 2t^2+\frac{1}{t}\Leftrightarrow 2t^3-t^2-(2t-1)\leqslant 0$

$$\Leftrightarrow(t+1)(t-1)(2t-1)\leqslant 0\Leftrightarrow(t-1)(2t-1)\leqslant 0\Leftrightarrow\frac{1}{2}\leqslant t\leqslant 1.$$ **Chọn A.**

Câu 16. Từ giả thiết $x+y+xy\geqslant 7\Leftrightarrow 2(x+1)(y+1)\geqslant 16$.

Ta có $16\leqslant 2(x+1)(y+1)=(x+1)(2y+2)\leqslant\left(\frac{1+x+2y+2}{2}\right)^2$

$$\Leftrightarrow(x+2y+3)^2\geqslant 64\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x+2y\geqslant 5 \\ x+2y\leqslant -11\end{array}\right.\Leftrightarrow x+2y\geqslant 5 \text{ (do } x,y>0\text{)}.$$ **Chọn B.**

Câu 17. Ta có $(xy+1)^2 \geqslant 2+x^5y+xy^5 = 2+xy\left(x^4+y^4\right) \geqslant 2+xy\left(2x^2y^2\right)$. Suy ra

$$(xy+1)^2 \geqslant 2+xy\left(2x^2y^2\right) \Leftrightarrow 2(xy)^3-(xy)^2-2xy+1 \leqslant 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} xy \leqslant -1 \\ \dfrac{1}{2} \leqslant xy \leqslant 1 \end{array}\right. \Rightarrow \frac{1}{2} \leqslant xy \leqslant 1.$$

Chọn A.

Câu 18. Ta có $3(x+y)=4xy \Leftrightarrow 3x(x+y)=4x^2y \Leftrightarrow xy=\dfrac{3x^2}{4x-3}$ (do $x \geqslant 1$).

Cũng từ giả thiết, suy ra $x=\dfrac{3y}{4y-3}$.

Xét hàm $f(y)=\dfrac{3y}{4y-3}$ trên $[1;+\infty)$, ta có $f'(y)=\dfrac{-9}{(4y-3)^2}<0,\ \forall y \geqslant 1$.

Suy ra $x=f(y) \leqslant f(1)=3$. Do đó $1 \leqslant x \leqslant 3$.

Xét hàm $g(x)=\dfrac{3x^2}{4x-3}$ trên đoạn $[1;3]$, ta được $\dfrac{9}{4} \leqslant g(x)=xy \leqslant 3$.

Chọn B.

Câu 19. Ta có $4xy=x+y \geqslant 2\sqrt{xy} \Rightarrow xy \geqslant \dfrac{1}{4}$.

Do $x,y \in [0;1]$, suy ra $(1-x)(1-y) \geqslant 0 \Leftrightarrow 1-(x+y)+xy \geqslant 0$. (*)

Kết hợp (*) và giả thiết, ta được $1-4xy+xy \geqslant 0 \Rightarrow xy \leqslant \dfrac{1}{3}$. **Chọn C.**

Câu 20. Giả thiết $\Leftrightarrow \dfrac{\left(a^3+b^3\right)(a+b)}{ab}=(1-a)(1-b)$. (*)

- $\dfrac{\left(a^3+b^3\right)(a+b)}{ab}=\left(\dfrac{a^2}{b}+\dfrac{b^2}{a}\right)(a+b) \geqslant 2\sqrt{ab}.2\sqrt{ab}=4ab.$ (1)
- $(1-a)(1-b)=1-(a+b)+ab \leqslant 1-2\sqrt{ab}+ab.$ (2)

Từ (1), (2) và kết hợp với (*), ta được

$$4ab \leqslant 1-2\sqrt{ab}+ab \Leftrightarrow 3ab+2\sqrt{ab}-1 \leqslant 0 \Rightarrow 0<ab \leqslant \frac{1}{9}.$$ **Chọn A.**

Câu 21. Ta có $6(x+1)(y+1)=(2x+2)(3y+3) \leqslant \dfrac{(2x+2+3y+3)^2}{4} \leqslant \dfrac{(7+5)^2}{4} \leqslant 36$.

Suy ra $x+y+xy \leqslant 5$. **Chọn B.**

Câu 22. Từ giả thiết, ta có $16=\left(x^2+4\right)+2y \geqslant 4x+2y \geqslant 2\sqrt{4x.2y}$.

Suy ra $xy \leqslant 8$. Dấu "=" xảy ra khi $x=2;\ y=4$. **Chọn C.**

Câu 23. Từ giả thiết, ta có: $x+2y=xy=\dfrac{1}{2}.x.2y=\dfrac{1}{2}.\dfrac{(x+2y)^2}{4}$

$$\Leftrightarrow (x+2y)\left[(x+2y)-8\right]\geqslant 0 \Leftrightarrow x+2y\geqslant 8 \text{ (do } x,y>0\text{)}.$$ **Chọn C.**

Câu 24. Từ giả thiết, ta có $(x-3)^2+(y-1)^2=5$.

Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có

$$\left[1.(x-3)+2.(y-1)\right]^2 \leqslant \left(1^2+2^2\right).\left[(x-3)^2+(y-1)^2\right]=25$$

$\Leftrightarrow -5\leqslant (x-3)+2.(y-1)\leqslant 5 \Leftrightarrow 0\leqslant x+2y\leqslant 10.$ **Chọn D.**

Câu 25. Ta có $2a^3b=\left(a^2+b^2\right)(ab+1)$

$$\Leftrightarrow a^2+b^2=ab\left(a^2-b^2\right)=\frac{1}{2}(2ab)\left(a^2-b^2\right)\leqslant \frac{1}{2}.\frac{4a^2b^2+\left(a^2-b^2\right)^2}{2}=\frac{\left(a^2+b^2\right)^2}{4}$$

$\Leftrightarrow a^2+b^2\leqslant \dfrac{\left(a^2+b^2\right)^2}{4} \Leftrightarrow a^2+b^2\geqslant 4.$ **Chọn C.**

Câu 26. Từ giả thiết, ta có $\begin{cases} b\geqslant 0 \\ b-2a\geqslant 0 \end{cases} \Rightarrow b(b-2a)\geqslant 0 \Leftrightarrow b^2-2ab\geqslant 0.$

Ta có $2=b\left(\sqrt{6b^2-ab}+\sqrt{2b^2-ab}\right)=b\left(\sqrt{4b^2+2b^2-ab}+\sqrt{2b^2-ab}\right)\geqslant b\sqrt{4b^2}=2b^2.$

Suy ra $2\geqslant 2b^2 \Rightarrow b\leqslant 1$. Khi đó $a\leqslant 2b\leqslant 2.1=2$. **Chọn B.**

Câu 27. Ta có $5xy+y^2=3xy+2xy+y^2\leqslant 3xy+y^2+\left(x^2+y^2\right)=(x+y)(x+2y).$

Kết hợp với giả thiết, ta có

$$(x+2y-3)\sqrt{2016x^2+y^2}+(x+y)(x+2y)\geqslant 3(x+y)$$

$\Leftrightarrow (x+2y-3)\left(\sqrt{2016x^2+y^2}+x+y\right)\geqslant 0 \Leftrightarrow x+2y-3\geqslant 0 \Leftrightarrow x+2y\geqslant 3.$ **Chọn B.**

Câu 28. Từ giả thiết, ta có $16=1+x^2+1+2y+2\sqrt{\left(1+x^2\right)(1+2y)}$

$$=2+x^2+2y+2\sqrt{1+x^2+2y+2x^2y}\geqslant 2+x^2+2y+2\sqrt{1+x^2+2y}.$$

Suy ra $\left(1+x^2+2y\right)+2\sqrt{1+x^2+2y}-15\leqslant 0$, từ đó ta có

$\sqrt{1+x^2+2y}\leqslant 3 \Leftrightarrow x^2+2y\leqslant 8.$ **Chọn B.**

Câu 29. Ta có $\left(x^2+y^2+1\right)^2+3x^2y^2+1=4x^2+5y^2$

$$\Leftrightarrow \left(x^2+y^2\right)^2-2\left(x^2+y^2\right)+2+3x^2y^2=y^2. \tag{1}$$

Rõ ràng $\begin{cases} x^2+y^2\geqslant y^2 \\ \left(x^2+y^2\right)^2-2\left(x^2+y^2\right)+2+3x^2y^2\geqslant \left(x^2+y^2\right)^2-2\left(x^2+y^2\right)^2+2 \end{cases}$ (2)

Kết hợp (1) và (2), ta được

$$x^2+y^2\geqslant y^2=\left(x^2+y^2\right)^2-2\left(x^2+y^2\right)+2+3x^2y^2\geqslant \left(x^2+y^2\right)^2-2\left(x^2+y^2\right)^2+2.$$

Suy ra $x^2+y^2 \geqslant \left(x^2+y^2\right)^2-2\left(x^2+y^2\right)+2$

$$\Leftrightarrow \left(x^2+y^2\right)^2-3\left(x^2+y^2\right)+2 \leqslant 0 \Leftrightarrow 1 \leqslant x^2+y^2 \leqslant 2.$$ **Chọn C.**

Câu 30. Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 2 \\ y \geq -3 \end{cases}$, suy ra $x+y+1 \geqslant 0$.

- Ta có $x+y+1=2\left(\sqrt{x-2}+\sqrt{y+3}\right)$

$$=2\sqrt{x-2}+2\sqrt{y+3} \leq \frac{4+x-2}{2}+\frac{4+y+3}{2}=\frac{x+y+9}{2}$$

Suy ra $x+y+1 \leq \dfrac{x+y+9}{2} \Leftrightarrow x+y \leq 7$.

- Lại có $x+y+1=2\left(\sqrt{x-2}+\sqrt{y+3}\right)$

$$\Leftrightarrow (x+y+1)^2=4\left(x+y+1+2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3}\right) \geq 4(x+y+1) \text{ (do } 2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3} \geqslant 0)$$

Suy ra $(x+y+1)^2 \geq 4(x+y+1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+y+1 \leqslant 0 \\ x+y+1 \geq 4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x+y+1=0 \\ x+y+1 \geq 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+y=-1 \\ x+y \geq 3 \end{array}\right.$.

Chọn C.

Câu 31. Ta có $S=x^2+y^2+z^2 \geqslant xy+yz+zx=3$. **Chọn B.**

Câu 32. Ta có $P=xy+yz+zx \leqslant \dfrac{(x+y+z)^2}{3}=3$. **Chọn B.**

Câu 33. Ta có $S=x+y+z=3xyz \leqslant \dfrac{(x+y+z)^3}{9}$

$$\Leftrightarrow (x+y+z)\left[(x+y+z)^2-9\right] \geqslant 0 \Rightarrow x+y+z \geqslant 3 \text{ (do } x,\ y,\ z>0).$$ **Chọn B.**

Câu 34. Vì $\begin{cases} a,\ b,\ c>0 \\ a+b+c=1 \end{cases} \Rightarrow a,\ b,\ c \in (0;1)$. Suy ra $S=a^2+b^2+c^2<a+b+c=1$.

Mặt khác $S=a^2+b^2+c^2=\dfrac{a^2}{1}+\dfrac{b^2}{1}+\dfrac{c^2}{1} \geqslant \dfrac{(a+b+c)^2}{3}=\dfrac{1}{3}$. **Chọn C.**

Câu 35. Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacoxpki, ta có

$$1=\left[(a+b+c)^2\right]^2 \leqslant \left[\left(1^2+1^2+1^2\right).\left(a^2+b^2+c^2\right)\right]^2=\left[3\left(\sqrt{a}a\sqrt{a}+\sqrt{b}b\sqrt{b}+\sqrt{c}c\sqrt{c}\right)\right]^2$$

$$\leqslant 9(a+b+c)\left(a^3+b^3+c^3\right)=9\left(a^3+b^3+c^3\right).$$

Suy ra $a^3+b^3+c^3 \geqslant \dfrac{1}{9}$. **Chọn B.**

Câu 36. Từ giả thiết, ta có

$$3\left(x^2+y^2+z^2\right)-2016(x+y+z) \leqslant 2017 \Leftrightarrow 3\left(x^2+y^2+z^2\right) \leqslant 2017+2016(x+y+z).$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacoxpki, ta có

$$3\left(x^2+y^2+z^2\right)=\left(1^2+1^2+1^2\right).\left(x^2+y^2+z^2\right) \geqslant (x+y+z)^2.$$

Từ đó suy ra $(x+y+z)^2 \leqslant 2017+2016(x+y+z)$

$$\Leftrightarrow (x+y+z)^2-2016(x+y+z)-2017 \leqslant 0 \Leftrightarrow -1 \leqslant x+y+z \leqslant 2017.$$

Suy ra $m=-1$, $M=2017$ nên $M+2m=2015$. **Chọn A.**

Câu 37. Từ giả thiết suy ra $a^2+b^2+c^2 \leqslant 4$.

Ta có $4=a^2+b^2+c^2+abc=a^2+b^2+c^2+\sqrt{a^2b^2c^2}$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có $\dfrac{\left(a^2+b^2+c^2\right)^3}{27} \geqslant a^2b^2c^2$.

Từ đó suy ra $4 \leqslant a^2+b^2+c^2+\sqrt{\dfrac{\left(a^2+b^2+c^2\right)^3}{27}}$ hay $\sqrt{\dfrac{S^3}{27}} \geqslant 4-S \Leftrightarrow 3 \leqslant S \leqslant 4$.

Chọn D.

Câu 38. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy – Schwarz, ta có $3\left(a^4+b^4+c^4\right) \geqslant \left(a^2+b^2+c^2\right)^2$.

Do đó $25\left(a^2+b^2+c^2\right)-48=9\left(a^4+b^4+c^4\right) \geqslant 3\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$

$$\Leftrightarrow 3\left(a^2+b^2+c^2\right)^2-25\left(a^2+b^2+c^2\right)+48 \leqslant 0 \Leftrightarrow \left[3\left(a^2+b^2+c^2\right)-16\right]\left(a^2+b^2+c^2-3\right) \leqslant 0$$

$$\Leftrightarrow 3 \leqslant a^2+b^2+c^2 \leqslant \frac{16}{3} \Leftrightarrow \frac{16}{3} \geqslant a^2+b^2+c^2 \geqslant \frac{(a+b+c)^2}{3} \Leftrightarrow a+b+c \leqslant 4.$$ **Chọn C.**

Câu 39. Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacoxpki, ta có

$$2(x+y)+(y+z)+(z+x) \leqslant \sqrt{6\left[(x+y)^2+(y+z)^2+(z+x)^2\right]}=6.$$

Suy ra $3x+3y+2z \leqslant 6$. **Chọn B.**

Câu 40. Ta có $S^2=x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$.

Suy ra $2S^2=2\left(x^2+y^2+z^2\right)+4(xy+yz+zx)$. (1)

Mặt khác, ta lại có $x^2+y^2+z^2 \geqslant xy+yz+zx$ với mọi $x, y, z \in \mathbb{R}$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $2S^2 \leqslant 3\left(x^2+y^2+z^2+xy+yz+zx\right)=18$, suy ra $S \leqslant 3$. **Chọn A.**

Câu 41. Ta có $(x+y+z)^2-xy-yz+2=x^2+y^2+z^2+xy+yz+2zx+2$

$$=xy+yz+2zx+3.$$

Suy ra $xy+yz+2zx=(x+y+z)^2-y(x+z)-1$.

Áp dụng bất đẳng thức $ab \leqslant \dfrac{(a+b)^2}{4}$, $\forall a,b \in \mathbb{R}$.

Ta được: $xy+yz+2zx=(x+y+z)^2-y(x+z)-1$

$$\geqslant (x+y+z)^2-\frac{(x+y+z)^2}{4}-1=\frac{3}{4}(x+y+z)^2-1 \geqslant -1.$$ **Chọn B.**

Câu 42. Từ giả thiết, ta có $\dfrac{(a+b+c)^2}{3}+3 \leqslant a^2+b^2+c^2+3=6abc \leqslant \dfrac{2(a+b+c)^3}{9}$.

Suy ra $\frac{S^2}{3}+3\leqslant\frac{2S^3}{9}\Leftrightarrow 2S^3-3S^2-27\geqslant 0\Leftrightarrow (S-3)(2S^2+3S+9)\geqslant 0\Leftrightarrow S\geqslant 3$. **Chọn A.**

Câu 43. Từ $a+b+c=0$, suy ra $b+c=-a$. (1)

Lại có $a^2+b^2+c^2=6\Leftrightarrow b^2+c^2=6-a^2\Leftrightarrow (b+c)^2-2bc=6-a^2$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $bc=a^2-3$. Tóm lại, ta được hệ $\begin{cases} b+c=-a \\ bc=a^2-3 \end{cases}$.

Để hệ có nghiệm $\Leftrightarrow a^2\geqslant 4(a^2-3)\Leftrightarrow a^2\leqslant 4\Leftrightarrow -2\leqslant a\leqslant 2$.

Vì vai trò a, b, c như nhau nên a, b, c cùng thuộc đoạn $[-2;2]$. **Chọn C.**

Câu 44. Do $a,\ b,\ c\in[1;3]\Rightarrow\begin{cases}(a-1)(b-1)(c-1)\geqslant 0\\(a-3)(b-3)(c-3)\leqslant 0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}abc-(ab+bc+ca)+(a+b+c)-1\geqslant 0\\ abc-3(ab+bc+ca)+9(a+b+c)-27\leqslant 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}abc\geqslant ab+bc+ca-5 & (1)\\ abc\leqslant 3(ab+bc+ca)-27 & (2)\end{cases}.$$

Từ (1) và (2), suy ra $11\leqslant ab+bc+ca$.

Hơn nữa, ta lại có $ab+bc+ca\leqslant\frac{(a+b+c)^2}{3}=12$. **Chọn B.**

Câu 45. Do $a,\ b,\ c\in[1;3]\Rightarrow\begin{cases}(a-1)(b-1)(c-1)\geqslant 0\\(a-3)(b-3)(c-3)\leqslant 0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}abc-(ab+bc+ca)+(a+b+c)-1\geqslant 0\\ abc-3(ab+bc+ca)+9(a+b+c)-27\leqslant 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}abc\geqslant ab+bc+ca-5 & (1)\\ abc\leqslant 3(ab+bc+ca)-27 & (2)\end{cases}.$$

Từ (1) và (2), suy ra $11\leqslant ab+bc+ca$.

Hơn nữa, ta lại có $ab+bc+ca\leqslant\frac{(a+b+c)^2}{3}=12$. Suy ra $11\leqslant ab+bc+ca\leqslant 12$.

Mà $S=a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)=36-2(ab+bc+ca)$.

Từ đó suy ra $12\leqslant S\leqslant 14$. **Chọn C.**

Câu 46. Do $5-(a+b+c)=ab+bc+ca\leqslant\frac{(a+b+c)^2}{3}$ nên ta có

$$5-S\leqslant\frac{S^2}{3}\Leftrightarrow S^2+3S-15\geqslant 0\Rightarrow S\geqslant\frac{-3+\sqrt{69}}{2}.$$

Lại có $5-(a+b+c)=ab+bc+ca\geqslant 0$ nên ta có $5-S\geqslant 0\Leftrightarrow S\leqslant 5$.

Tóm lại $\frac{-3+\sqrt{69}}{2}\leqslant S\leqslant 5$. **Chọn D.**

Câu 47. Từ giả thiết: $4=a+b+c\geqslant c+2\sqrt{ab}=c+2\sqrt{\frac{2}{c}}$.

Suy ra $c\sqrt{c}-4\sqrt{c}+2\sqrt{2}\leqslant 0\Leftrightarrow\left(\sqrt{c}-\sqrt{2}\right)\left(c+\sqrt{2}.\sqrt{c}-2\right)\leqslant 0$.

Kết hợp với điều kiện $c\in[1;4]$, suy ra $c\in[1;2]$.

Ta có $P=ab+bc+ca=ab+c(a+b)=\frac{2}{c}+c(4-c)=-c^2+4c+\frac{2}{c}$.

Xét hàm số $f(c)=-c^2+4c+\frac{2}{c}$ trên đoạn $[1;2]$, ta tìm được

$$\begin{cases}\min\limits_{[1;2]} f(c)=5\\ \max\limits_{[1;2]} f(c)=\dfrac{-1+5\sqrt{5}}{2}\end{cases}.$$ **Chọn D.**

Câu 48. Từ giả thiết, suy ra $4xz\geqslant(2-y)^2\Rightarrow 2\sqrt{xz}\geqslant|2-y|\geqslant 2-y$.

Do đó $2\leqslant 2\sqrt{xz}+y\leqslant x+y+z$. **Chọn C.**

Câu 49. Do $x>0$ nên từ giả thiết, ta có $4\left(x-1+\frac{1}{x}\right)\leqslant 16\sqrt{yz}-3(y+z)^2$.

Áp dụng bất đẳng thức $ab\leqslant\frac{(a+b)^2}{4}$, ta được $4\left(x-1+\frac{1}{x}\right)\leqslant 16\sqrt{yz}-3.4yz$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{yz}-3yz\geqslant x+\frac{1}{x}-1\overset{AM-GM}{\geqslant}2\sqrt{x.\frac{1}{x}}-1=1$

$\Leftrightarrow 3yz-4\sqrt{yz}+1\leqslant 0\Leftrightarrow\frac{1}{3}\leqslant\sqrt{yz}\leqslant 1\Leftrightarrow\frac{1}{9}\leqslant yz\leqslant 1$. **Chọn D.**

Câu 50. Từ giả thiết, ta có $(a+b)c=a^2+b^2\geqslant\frac{(a+b)^2}{2}$.

Chia hai vế có c^2, ta được $\frac{a+b}{c}\geqslant\frac{1}{2}.\left(\frac{a+b}{c}\right)^2\Leftrightarrow 0<\frac{a+b}{c}\leqslant 2$. **Chọn C.**

Câu 51. Từ giả thiết, ta có $a^2=b^2+c^2-bc=\frac{b^2}{1}+\frac{c^2}{1}-bc\geqslant\frac{(b+c)^2}{1+1}-\frac{(b+c)^2}{4}=\frac{(b+c)^2}{4}$.

Suy ra $a^2\geqslant\frac{(b+c)^2}{4}\Leftrightarrow\left(\frac{a}{b+c}\right)^2\geqslant\frac{1}{4}\Leftrightarrow\frac{a}{b+c}\geqslant\frac{1}{2}$. **Chọn A.**

Câu 52. Từ giả thiết, ta có $(a+b-c)^2=ab\Leftrightarrow\left(\frac{a}{c}+\frac{b}{c}-1\right)^2=\frac{a}{c}.\frac{b}{c}\leqslant\frac{\left(\frac{a}{c}+\frac{b}{c}\right)^2}{4}$.

Suy ra $\left(\frac{a}{c}+\frac{b}{c}-1\right)^2\leqslant\frac{\left(\frac{a}{c}+\frac{b}{c}\right)^2}{4}\Leftrightarrow\frac{2}{3}\leqslant\frac{a}{c}+\frac{b}{c}\leqslant 2$. **Chọn C.**

Câu 53. Áp dụng bất đẳng thức $m^3+n^3\geqslant\frac{1}{4}(m+n)^3$ với mọi $m, n>0$, ta được

$4\left(a^3+b^3\right)+c^3\geqslant(a+b)^3+c^3\geqslant\frac{1}{4}(a+b+c)^3$.

Áp dụng bất đẳng thức $mn \leqslant \frac{(m+n)^2}{4}$ với mọi m, n, ta được

$$2(a+b+c)(ac+bc-2)=2(a+b+c)[(a+b)c-2]\leqslant 2(a+b+c)\left(\frac{(a+b+c)^2}{4}-2\right).$$

Từ đó suy ra $\frac{1}{4}(a+b+c)^3 \leqslant 2(a+b+c)\left(\frac{(a+b+c)^2}{4}-2\right)$, suy ra $a+b+c \geqslant 4$. **Chọn D.**

Câu 54. Áp dụng bất đẳng thức $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geqslant\frac{4}{a+b}$ với mọi $a, b>0$, ta được

$$\frac{2}{3x+2y+z+1}+\frac{2}{3x+2z+y+1}\geqslant\frac{8}{3(2x+y+z)+2}.$$

Áp dụng bất đẳng thức $ab\leqslant\frac{(a+b)^2}{4}$ với mọi a, b, ta được

$$(x+y)(x+z)\leqslant\frac{(2x+y+z)^2}{4}. \text{ Suy ra } \frac{8}{3(2x+y+z)+2}\leqslant\frac{(2x+y+z)^2}{4}.$$

Đặt $u=2x+y+z>0$, ta được $\frac{8}{3u+2}\leqslant\frac{u^2}{4}\Leftrightarrow 3u^3+2u^2-32\geqslant 0$

$\Leftrightarrow (u-2)(3u^2+8u+16)\geqslant 0 \Leftrightarrow u\geqslant 2$. Suy ra $2x+y+z\geqslant 2$. **Chọn A.**

Câu 55. Áp dụng bất đẳng thức $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geqslant\frac{4}{a+b}$ với mọi $a, b>0$, ta được

$\frac{2}{z}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\geqslant\frac{4}{(x+y)}$. Suy ra $\frac{x+y}{z}\geqslant 2$. **Chọn A.**

Câu 56. Từ giả thiết, ta có $3(a+b+c)=(a+b)^2+c^2\geqslant\frac{(a+b+c)^2}{2}$.

Đặt $t=a+b+c>0$, ta được $3t\geqslant\frac{t^2}{2}\Leftrightarrow t^2-6t\leqslant 0\Leftrightarrow 0\leqslant t\leqslant 6$.

Suy ra $0<t\leqslant 6$ hay $0<a+b+c\leqslant 6$. **Chọn B.**

Câu 57. Ta có $2x+4y+2z\leqslant(x^2+1)+(y^2+4)+(z^2+1)=(x^2+y^2+x^2)+6\leqslant 3y+6$.

Suy ra $2x+y+2z\leqslant 6$. Khi $x=1; y=2; z=1$ thì $P=6$. **Chọn B.**

Câu 58. Từ giả thiết, ta có $2(y^2+1)+6\geqslant(x^4+1)+(y^4+4)+(z^4+1)$.

Mà $(x^4+1)+(y^4+4)+(z^4+1)\geqslant 2x^2+4y^2+2z^2$.

Suy ra $2(y^2+1)+6\geqslant 2x^2+4y^2+2z^2\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2\leqslant 4$. **Chọn B.**

Câu 59. Từ giả thiết, ta có $(bc)^2+bc=1+2a-a^2=2-(a-1)^2\leqslant 2$.

Suy ra $(bc)^2+bc-2\leqslant 0\Leftrightarrow -2\leqslant bc\leqslant 1$. **Chọn C.**

Câu 60. Từ giả thiết, ta có $\left(\frac{x+y}{z}\right)\left(1-\frac{z^2}{xy}\right)=3$. Đặt $\begin{cases} a=\frac{x+y}{z}>0 \\ b=1-\frac{z^2}{xy} \end{cases}$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có $a=\frac{x+y}{z}\geqslant\frac{2\sqrt{xy}}{z}$, suy ra $a^2\geqslant\frac{4xy}{z^2}\Leftrightarrow\frac{z^2}{xy}\geqslant\frac{4}{a^2}$.

Do đó $3=\left(\frac{x+y}{z}\right)\left(1-\frac{z^2}{xy}\right)\leqslant a\left(1-\frac{4}{a^2}\right)\Leftrightarrow a^2-3a-4\geqslant 0\Leftrightarrow(a-4)(a+1)\geqslant 0\Leftrightarrow a\geqslant 4$.

Suy ra $\frac{x+y}{z}\geqslant 4$. **Chọn B.**

Câu 61. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$\frac{3}{2}a^2+3\left(b^2+c^2\right)=\left(\frac{3}{4}a^2+3b^2\right)+\left(\frac{3}{4}a^2+3c^2\right)\geqslant 3ab+3ac.$$

Do đó giả thiết $\Leftrightarrow 4ab+3ac\geqslant 3ab+3ac+\frac{a^2}{2}\Leftrightarrow ab\geqslant\frac{a^2}{2}\Leftrightarrow 0<\frac{a}{b}\leqslant 2$. **Chọn D.**

Câu 62. Áp dụng bất đẳng thức $m^2+n^2\geqslant\frac{(m+n)^2}{2}$, ta được $x^2+y^2+z^2\geqslant x^2+\frac{(y+z)^2}{2}$.

Áp dụng bất đẳng thức $mn\leqslant\frac{(m+n)^2}{4}$, ta được

$$xy+xz+10yz\leqslant x(y+z)+10.\frac{(y+z)^2}{4}.$$

Suy ra $x^2+\frac{(y+z)^2}{2}\leqslant x(y+z)+\frac{5}{2}.(y+z)^2$

$$\Leftrightarrow x^2-x(y+z)-2(y+z)^2\leqslant 0\Leftrightarrow(x+y+z)\left[x-2(y+z)\right]\leqslant 0$$

$\Leftrightarrow x\leqslant 2(y+z)\Leftrightarrow\frac{x}{y+z}\leqslant 2$ (do $x,\ y,\ z>0$). Do đó $0<\frac{x}{y+z}\leqslant 2$. **Chọn D.**

Câu 63. Giả thiết tương đương với $a^3+b^3=c^3\Leftrightarrow\left(\frac{a}{c}\right)^3+\left(\frac{b}{c}\right)^3=1$.

Đặt $x=\frac{a}{c};\ y=\frac{b}{c}$ khi đó giả thiết trở thành $x^3+y^3=1$ và $P=x+y$.

Ta có $x^3+y^3\geqslant\frac{(x+y)^3}{4}\Leftrightarrow(x+y)^3\leqslant 4\left(x^3+y^3\right)=4\Leftrightarrow x+y\leqslant\sqrt[3]{4}$. **Chọn D.**

Câu 64. Giả thiết tương đương với $\frac{(a+b)(a+c)}{a^2}=4\Leftrightarrow\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{c}{a}\right)=4$.

Đặt $x=\frac{b}{a};\ y=\frac{c}{a}$ khi đó giả thiết trở thành

$$(1+x)(1+y)=4\Leftrightarrow x+y+xy=3 \text{ và } S=x+y.$$

Ta có $3-(x+y)=xy\leqslant\dfrac{(x+y)^2}{4}\Leftrightarrow(x+y)^2+4(x+y)-12\geqslant0$

$$\Leftrightarrow(x+y-2)(x+y+6)\geqslant0\Leftrightarrow x+y\geqslant2.$$ **Chọn B.**

Câu 65. Điều kiện: $\begin{cases}a\geq1\\ b\geq1\\ c\geqslant0\end{cases}$, suy ra $a+b+c-2\geqslant0$.

- Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz, ta có

$$a+b+c-2=\sqrt{a-1}+\sqrt{b-1}+\sqrt{c}\leqslant\sqrt{3(a+b+c-2)}$$

Suy ra $a+b+c\leqslant5$.

- Lại có $a+b+c-2=\sqrt{a-1}+\sqrt{b-1}+\sqrt{c}\geqslant\sqrt{a+b+c-2}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a+b+c\geqslant3\\ a+b+c\leqslant2\end{array}\right.$.

Kết hợp các điều kiện lại, ta được $\left[\begin{array}{l}5\geqslant a+b+c\geqslant3\\ a+b+c=2\end{array}\right.$. **Chọn C.**

Câu 66. Ta có $P=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi và bất đẳng thức cơ bản $\dfrac{1}{u}+\dfrac{1}{v}\geqslant\dfrac{4}{u+v}$, ta được

$P\geqslant\dfrac{4}{x+y}+2\sqrt{\dfrac{x}{y}.\dfrac{y}{x}}=\dfrac{4}{2}+2\sqrt{1}=4$. Khi $x=y=1$ thì $P=4$. **Chọn A.**

Câu 67. Ta có $P=\dfrac{4x}{4x^2+4}+\dfrac{4y}{4y^2+4}=\dfrac{4x}{(4x^2+1)+3}+\dfrac{4y}{(4y^2+1)+3}$.

Áp dụng $(2a-1)^2\geqslant0\Leftrightarrow4a^2+1\geqslant4a$ với mọi $a\in\mathbb{R}$, ta được

$$P\leqslant\frac{4x}{4x+3}+\frac{4y}{4y+3}=1-\frac{3}{4x+3}+1-\frac{3}{4y+3}$$

$$=2-3\left(\frac{1}{4x+3}+\frac{1}{4y+3}\right)\overset{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geqslant\frac{4}{a+b}}{\leqslant}2-3.\frac{4}{4(x+y)+6}\leqslant2-3.\frac{4}{4.1+6}=\frac{4}{5}.$$ **Chọn B.**

Câu 68. Từ giả thiết $0<xy\leqslant\left(\dfrac{x+y}{2}\right)^2\leqslant\dfrac{1}{4}$.

Ta có $A=xy+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}\geqslant xy+\dfrac{2}{xy}$. Đặt $t=xy$ với $0<t\leqslant\dfrac{1}{4}$.

Khi đó $A\geqslant t+\dfrac{2}{t}=32t+\dfrac{2}{t}-31t\geqslant2\sqrt{32.2}-\dfrac{31}{4}=16-\dfrac{31}{4}=\dfrac{33}{4}$. **Chọn D.**

Câu 69. Do $a,\ b\in[0;1]$ nên $1-a\geqslant0;\ 1-b\geqslant0;\ a+b\geqslant0$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$P=(1-a)(1-b)(a+b)\leqslant\left(\frac{1-a+1-b+a+b}{3}\right)^3=\frac{8}{27}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} 1-a=1-b \\ 1-b=a+b \end{cases} \Leftrightarrow a=b=\dfrac{1}{3}$. **Chọn B.**

Câu 7[illegible] và $y>0$ nên từ giả thiết $x+y=(x-y)\sqrt{xy}$ suy ra $x-y>0$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$4xy+(x-y)^2 \geqslant 2\sqrt{4xy.(x-y)^2}=4\sqrt{xy}(x-y)=4(x+y)$$

$$\Rightarrow (x+y)^2 \geqslant 4(x+y) \Leftrightarrow \left(x+y\left[(x+y)-4\right]\right) \geqslant 0 \Leftrightarrow (x+y)-4 \geqslant 0.$$

Khi $(x;y)=\left(2+\sqrt{2};2-\sqrt{2}\right)$ thì $P=4$. **Chọn B.**

Câu 71. Từ giả thiết, ta có

$$(1-a)(1-b)(1-c)=(b+c)(a+c)(a+b) \geqslant 2\sqrt{bc}.2\sqrt{ac}.2\sqrt{ab}=8abc.$$

Suy ra $P=\dfrac{(1-a)(1-b)(1-c)}{abc} \geqslant \dfrac{8abc}{abc}=8$.

Khi $a=b=c=\dfrac{1}{3}$ thì $P=8$. **Chọn B.**

Câu 72. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$x^2+\frac{y}{zx}+\frac{z}{xy} \geqslant 3.\sqrt[3]{x^2.\frac{y}{zx}.\frac{z}{xy}}=3;\quad y^2+\frac{x}{yz}+\frac{z}{xy} \geqslant 3;\quad z^2+\frac{x}{yz}+\frac{y}{zx} \geqslant 3.$$

Cộng từng vế của ba bất đẳng thức trên, ta được $x^2+y^2+z^2+2\left(\dfrac{x}{yz}+\dfrac{y}{zx}+\dfrac{z}{xy}\right) \geqslant 9$.

Suy ra $P \geqslant \dfrac{9}{2}$. Khi $x=y=z=1$ thì $P=\dfrac{9}{2}$. **Chọn C.**

Câu 73. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$x^3+\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x} \geqslant 4x \text{ hay } x^3+3\sqrt[3]{x} \geqslant 4x.$$

Tương tự: $y^3+3\sqrt[3]{y} \geqslant 4y$ và $z^3+3\sqrt[3]{z} \geqslant 4z$.

Suy ra $P=x^3+y^3+z^3+3\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}+\sqrt[3]{z}\right) \geqslant 4(x+y+z)=12$.

Khi $x=y=z=1$ thì $P=12$. **Chọn A.**

Câu 74. Từ giả thiết suy ra $x,\ y,\ z \in (0;1)$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có $\sqrt{(1-x).\dfrac{2}{3}} \leqslant \dfrac{1-x+\dfrac{2}{3}}{2}=\dfrac{5-3x}{6}$.

Tương tự: $\sqrt{(1-y).\dfrac{2}{3}} \leqslant \dfrac{5-3y}{6}$ và $\sqrt{(1-z).\dfrac{2}{3}} \leqslant \dfrac{5-3z}{6}$.

Suy ra $\sqrt{(1-x).\dfrac{2}{3}}+\sqrt{(1-y).\dfrac{2}{3}}+\sqrt{(1-z).\dfrac{2}{3}} \leqslant \dfrac{5-3x}{6}+\dfrac{5-3y}{6}+\dfrac{5-3z}{6}=2$.

Do đó $P=\sqrt{1-x}+\sqrt{1-y}+\sqrt{1-z} \leqslant \sqrt{6}$.

Khi $x=y=z=\dfrac{1}{3}$ thì $P=\sqrt{6}$. **Chọn D.**

Câu 75. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$\sqrt{(x+y).\frac{4}{3}} \leqslant \frac{x+y+\frac{4}{3}}{2};\ \sqrt{(y+z).\frac{4}{3}} \leqslant \frac{y+z+\frac{4}{3}}{2} \text{ và } \sqrt{(z+x).\frac{4}{3}} \leqslant \frac{z+x+\frac{4}{3}}{2}.$$

Suy ra $\sqrt{(x+y).\frac{4}{3}}+\sqrt{(y+z).\frac{4}{3}}+\sqrt{(z+x).\frac{4}{3}} \leqslant x+y+z+2=4.$

Do đó $P=\sqrt{x+y}+\sqrt{y+z}+\sqrt{z+x} \geqslant 2\sqrt{3}.$

Khi $x=y=z=\frac{2}{3}$ thì $P=2\sqrt{3}$. **Chọn C.**

Câu 76. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$P=\frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{z}+\frac{z^2}{z}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} \geqslant 3\sqrt[3]{xyz}+\frac{3}{\sqrt[3]{xyz}}.$$

Đặt $t=\sqrt[3]{xyz}$, ta có $0<t=\sqrt[3]{xyz}<\frac{x+y+z}{3} \leqslant \frac{1}{2}$.

Khi đó $P=3t+\frac{3}{t}=12t+\frac{3}{t}-9t \geqslant 2\sqrt{36}-\frac{9}{2}=\frac{15}{2}$.

Khi $x=y=z=\frac{1}{2}$ thì $P=\frac{15}{2}$. **Chọn C.**

Câu 77. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$a+\frac{4}{a} \geqslant 2\sqrt{a.\frac{4}{a}}=4 \qquad \Rightarrow \frac{3}{4}\left(a+\frac{4}{a}\right) \geqslant 3$$

$$b+\frac{9}{b} \geqslant 6 \qquad \Rightarrow \frac{1}{2}\left(b+\frac{9}{b}\right) \geqslant 3$$

$$c+\frac{16}{c} \geqslant 8 \Rightarrow \frac{1}{4}\left(c+\frac{16}{c}\right) \geqslant 2 \qquad \Rightarrow \frac{1}{4}\left(c+\frac{16}{c}\right) \geqslant 2.$$

Suy ra $\frac{3a}{4}+\frac{b}{2}+\frac{c}{4}+\frac{3}{a}+\frac{9}{2b}+\frac{4}{c} \geqslant 8.$ (1)

Từ giả thiết: $a+2b+3c \geqslant 20$ nên suy ra $\frac{a}{4}+\frac{b}{2}+\frac{3c}{4} \geqslant 5$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $P=a+b+c+\frac{3}{a}+\frac{9}{2b}+\frac{4}{c} \geqslant 13$.

khi $a=2,\ b=3,\ c=4$ thì $P=13$. **Chọn C.**

Câu 78. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$\frac{1}{2+4a}+\frac{2+4a}{16} \geqslant \frac{1}{2};\ \frac{1}{3+9b}+\frac{3+9b}{36} \geqslant \frac{1}{3};\ \frac{1}{6+36c}+\frac{6+36c}{144} \geqslant \frac{1}{6}.$$

Suy ra $P+\frac{2+4a}{16}+\frac{3+9b}{36}+\frac{6+36c}{144} \geqslant 1 \Leftrightarrow P+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}(a+b+c) \geqslant 1 \Leftrightarrow P \geqslant \frac{1}{2}.$

Khi $\Leftrightarrow a=\frac{1}{2};\ b=\frac{1}{3};\ c=\frac{1}{6}$ thì $P=\frac{1}{2}$. **Chọn A.**

Câu 79. Áp dụng bất đẳng thức $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}\geqslant\frac{16}{a+b+c+d}$ với $a,\ b,\ c,\ d>0$, ta được

$$\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\geqslant\frac{16}{2x+y+z};\\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\geqslant\frac{16}{x+2y+z};\\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{z}\geqslant\frac{16}{x+y+2z}.\end{cases}$$

Suy ra $16P\leqslant 4\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)=16\Leftrightarrow P\leqslant 1.$

Khi $x=y=z=\frac{3}{4}$. **Chọn C.**

Câu 80. Từ giả thiết, ta có $(a+b+c)^2\leqslant 3\left(a^2+b^2+c^2\right)=36$, suy ra $a+b+c\leqslant 6$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có $\begin{cases}\left(b^2+c^2\right)+2a^2+4a\geqslant 6a\sqrt{b^2+c^2};\\ \left(c^2+a^2\right)+2b^2+4b\geqslant 6b\sqrt{c^2+a^2};\\ \left(a^2+b^2\right)+2c^2+4c\geqslant 6c\sqrt{a^2+b^2}.\end{cases}$

Suy ra $6P\leqslant 4\left(a^2+b^2+c^2\right)+4(a+b+c)\leqslant 4.12+4.6=72$ hay $P\leqslant 12$.

Khi $a=b=c=2$ thì $P=12$. **Chọn C.**

Câu 81. Từ $\begin{cases}y\leqslant 0\\ x^2+x=y+12\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=x^2+x-12\leqslant 0\\ -4\leqslant x\leqslant 3\end{cases}$. Thay $y=x^2+x-12$ vào P, ta được

$$P=x\left(x^2+x-12\right)+x+2\left(x^2+x-12\right)+17=x^3+3x^2-9x-7.$$

Xét hàm số $f(x)=x^3+3x^2-9x-7$ trên đoạn $[-4;3]$, ta được:

$\begin{cases}\min\limits_{[-4;3]}f(x)=f(1)=-12\\ \max\limits_{[-4;3]}f(x)=f(\pm 3)=20\end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 82. Ta có $0\leqslant xy\leqslant\left(\frac{x+y}{2}\right)^2=1$. Đặt $t=xy$ với $t\in[0;1]$. Khi đó $P=t+\frac{1}{t+1}$.

Xét hàm số $f(t)=t+\frac{1}{t+1}$ trên $[0;1]$, ta được $\begin{cases}\min\limits_{[0;1]}f(t)=f(0)=1\\ \max\limits_{[0;1]}f(t)=f(1)=\frac{3}{2}\end{cases}$.

Suy ra $m=1,\ M=\frac{3}{2}$ nên $m^{2016}+2016M=3025$. **Chọn A.**

Câu 83. Từ giả thiết, suy ra $x+y\geqslant 2$.

Ta có $P=\frac{3\left(x^2+y^2\right)+3(x+y)}{xy+x+y+1}+\frac{xy}{x+y}-\left(x^2+y^2\right)=-t^2+t+\frac{12}{t}-\frac{5}{2}$.

Xét hàm số $f(t)=-t^2+t+\frac{12}{t}-\frac{5}{2}$ với $t\in[2;+\infty)$, ta được $\max\limits_{[2;+\infty)} f(t)=f(2)=\frac{3}{2}$.

Chọn D.

Câu 84. Từ giả thiết:

$$(x-4)^2+(y-4)^2+2xy\leqslant 32\Leftrightarrow (x+y)^2-8(x+y)\leqslant 0\Leftrightarrow 0\leqslant x+y\leqslant 8.$$

Khi đó $P=(x+y)^3-3(x+y)-6xy+6\geqslant (x+y)^3-3(x+y)-6.\frac{(x+y)^2}{4}+6$.

Xét hàm số $f(t)=t^3-\frac{3}{2}t^2-3t+6$ trên đoạn $[0;8]$, ta được

$$\begin{cases}\min\limits_{[0;8]} f(t)=f\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)=\frac{17-5\sqrt{5}}{4}\\ \max\limits_{[0;8]} f(t)=f(8)=398\end{cases}$$. **Chọn B.**

Câu 85. Ta có $8\geqslant 4x^2+y^2\geqslant \frac{(2x+y)^2}{2}\Leftrightarrow (2x+y)^2\leqslant 16$.

Suy ra $-4\leqslant 2x+y\leqslant 4\Leftrightarrow 2\leqslant 2x+y+6\leqslant 10$.

Ta có $P=2x+y+6+\frac{4}{2x+y+6}$. Đặt $t=2x+y+6$ với $t\in[2;10]$.

Xét hàm số $f(t)=t+\frac{4}{t}$ trên $[2;10]$, ta có $\begin{cases}\min\limits_{[2;10]} f(t)=f(2)=4\\ \max\limits_{[2;10]} f(t)=f(10)=\frac{52}{5}\end{cases}$.

Suy ra $m=4$, $M=\frac{52}{5}$ nên $M-m=\frac{32}{5}$. **Chọn C.**

Câu 86. Từ giả thiết: $x+y\geqslant 2\sqrt{xy}\Leftrightarrow 1\geqslant 2\sqrt{xy}\Leftrightarrow xy\leqslant \frac{1}{4}$.

Ta có $P=(4x^2+3y)(4y^2+3x)+25xy=16x^2y^2+12x^2+12y^3+9xy+25xy$

$$=16x^2y^2+12\left[(x+y)^3-3xy(x+y)\right]+34xy.$$

Thay $x+y=1$ vào P, ta được $P=16x^2y^2+12[1-3xy]+34xy=16x^2y^2-2xy+12$.

Đặt $t=xy$ với $t\in\left[0;\frac{1}{4}\right]$. Khi đó $P=16t^2-2t+12$.

Xét hàm số $f(t)=16t^2-2t+12$ trên $\left[0;\frac{1}{4}\right]$, ta có $\begin{cases}\min\limits_{\left[0;\frac{1}{4}\right]} f(t)=f\left(\frac{1}{16}\right)=\frac{191}{16}\\ \max\limits_{\left[0;\frac{1}{4}\right]} f(t)=f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{25}{2}\end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 87. Theo giả thiết $7\leqslant x+y+xy\Leftrightarrow 16\leqslant 2(x+1)(y+1)$

$$\Leftrightarrow 16\leqslant (x+1)(2y+2)\leqslant \left(\frac{1+x+2y+2}{2}\right)^2,$$ suy ra $x+2y\geqslant 5$.

Ta có $\begin{cases} 10xy-5y^2=4xy+2.x.3y-5y^2 \overset{\text{do } (x-3y)^2\geqslant 0}{\leqslant} 4xy+x^2+9y^2-5y^2=(x+2y)^2 \\ x^2+\dfrac{1}{4}(x+5y)^2=x^2+\dfrac{1}{4}(4y+x+y)^2 \overset{\text{do } ab\leqslant\frac{(a+b)^2}{4}}{\geqslant} x^2+4y(x+y)=(x+2y)^2 \end{cases}$.

Suy ra $P\leqslant \ln\left[1+(x+2y)^2\right]-(x+2y)^2$. Đặt $t=(x+2y)^2\geqslant 25$. Khi đó $P\leqslant \ln(1+t)-t$.

Xét hàm số $f(t)=\ln(1+t)-t$ với $t\geqslant 25$, ta có $\max\limits_{[25;+\infty)} f(t)=f(25)=-25+\ln 26$.

Chọn C.

Câu 88. Theo giả thiết $\dfrac{3}{4}\geqslant a^2+b^2+c^2\geqslant 3.\sqrt[3]{a^2b^2c^2}$, suy ra $0<abc\leqslant\dfrac{1}{8}$.

Theo bất đẳng thức $AM-GM$, ta có

$$\begin{cases} (a+b)(b+c)(c+a)\geqslant 2\sqrt{ab}.2\sqrt{bc}.2\sqrt{ca}=8abc \\ \dfrac{1}{a^3}+\dfrac{1}{b^3}+\dfrac{1}{c^3}\geqslant 3.\sqrt[3]{\dfrac{1}{a^3}.\dfrac{1}{b^3}.\dfrac{1}{c^3}}=\dfrac{3}{abc} \end{cases}.$$

Do đó $P\geqslant 8abc+\dfrac{3}{abc}$. Khảo sát hàm $f(t)=8t+\dfrac{3}{t}$ trên $\left(0;\dfrac{1}{8}\right]$, ta được

$P\geqslant f(t)\geqslant f\left(\dfrac{1}{8}\right)=25.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 25; khi $(a;b;c)=\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$. **Chọn A.**

Câu 89. Ta có $P=\dfrac{(a+b)^2}{c^2+4(ab+bc+ca)}=\dfrac{\left(\dfrac{a+b}{c}\right)^2}{1+4\left(\dfrac{a}{c}.\dfrac{b}{c}+\dfrac{a+b}{c}\right)}\geqslant\dfrac{\left(\dfrac{a+b}{c}\right)^2}{1+\left(\dfrac{a+b}{c}\right)^2+4\dfrac{a+b}{c}}$.

Đặt $t=\dfrac{a+b}{c}$. Vì $a,\ b,\ c\in[1;2]$ nên $\dfrac{1}{2}\leqslant\dfrac{a}{c}\leqslant\dfrac{2}{1}$ và $\dfrac{1}{2}\leqslant\dfrac{b}{c}\leqslant\dfrac{2}{1}$.

Suy ra $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\leqslant\dfrac{a}{c}+\dfrac{b}{c}\leqslant\dfrac{2}{1}+\dfrac{2}{1}$ hay $1\leqslant\dfrac{a+b}{c}\leqslant 4$.

Khảo sát hàm số $f(t)=\dfrac{t^2}{t^2+4t+1}$ trên đoạn $[1;4]$, ta được $P\geqslant f(t)\geqslant f(1)=\dfrac{1}{6}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $\dfrac{1}{6}$; khi $(a;b;c)=(1;1;2)$. **Chọn B.**

Câu 90. Ta có $P=(a+b)^3-3ab(a+b)+5c^3\leqslant(a+b)^3-3\left[(a+b)-1\right](a+b)+5c^3$

$=(8-2c)^3-3(7-2c)(8-2c)+5c^3=-3c^3+84c^2-294c+344$.

Theo giả thiết, ta có $2+2c\leqslant a+b+2c=8$. Suy ra $c\in[1;3]$.

Do $a,\ b\in[1;4]\Rightarrow\begin{cases}a\geqslant 1\\ b\geqslant 1\end{cases}\Rightarrow(a-1)(b-1)\geqslant 0\Leftrightarrow ab-(a+b)+1\geqslant 0\Leftrightarrow ab\geqslant(a+b)-1.$

Khảo sát hàm $f(c)=-3c^3+84c^2-294c+344$ trên $[1;3]$, ta được

$$P\leqslant f(x)\leqslant f(3)=137.$$

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 137; khi $(a;b;c)=(1;1;3)$. **Chọn A.**

Câu 91. Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxkia, ta có

$$\begin{cases}\sqrt{a^2+\dfrac{1}{a^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{17}}.\sqrt{\left(a^2+\dfrac{1}{a^2}\right).\left(4^2+1^2\right)}\geqslant\dfrac{1}{\sqrt{17}}\left(4a+\dfrac{1}{a}\right)\\ \sqrt{b^2+\dfrac{1}{c^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{17}}.\sqrt{\left(b^2+\dfrac{1}{b^2}\right).\left(4^2+1^2\right)}\geqslant\dfrac{1}{\sqrt{17}}\left(4b+\dfrac{1}{b}\right)\end{cases}.$$

Suy ra $P\geqslant\dfrac{1}{\sqrt{17}}\left[4(a+b)+\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)\right]\geqslant\dfrac{1}{\sqrt{17}}\left[4(a+b)+\dfrac{4}{a+b}\right]$

$$=\frac{1}{\sqrt{17}}\left[\frac{a+b}{4}+\frac{4}{a+b}+\frac{15(a+b)}{4}\right]\geqslant\frac{1}{\sqrt{17}}[2+15]=\sqrt{17}.$$

Khi $a=b=2$ thì $P=\dfrac{3}{4}$. **Chọn B.**

Câu 92. Từ giả thiết suy ra $a,\ b\in[-1;1.]$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxkia, ta có

$$a\sqrt{1+a}+b\sqrt{1+b}\leqslant\sqrt{\left(a^2+b^2\right)(1+a+1+b)}=\sqrt{a+b+2}$$

$$\leqslant\sqrt{\sqrt{2\left(a^2+b^2\right)}+2}=\sqrt{\sqrt{2}+2}.$$

Khi $a=b=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ thì $P=\sqrt{\sqrt{2}+2}$. **Chọn A.**

Câu 93. Ta có $P=3x-2y+5=\dfrac{3}{\sqrt{2}}.\sqrt{2}x-\dfrac{2}{\sqrt{3}}.\sqrt{3}y+5.$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxkia, ta có

$$(P-5)^2=\left(\frac{3}{\sqrt{2}}.\sqrt{2}x-\frac{2}{\sqrt{3}}.\sqrt{3}y\right)^2\leqslant\left(\frac{9}{2}+\frac{4}{3}\right)\left(2x^2+3y^2\right)=\frac{35}{6}.4=\frac{70}{3}.$$

Suy ra $-\sqrt{\dfrac{70}{3}}\leqslant P-5\leqslant\sqrt{\dfrac{70}{3}}\Leftrightarrow-\sqrt{\dfrac{70}{3}}+5\leqslant P\leqslant\sqrt{\dfrac{70}{3}}+5$. **Chọn A.**

Câu 94. Ta có $P=\left(\dfrac{a}{b+c}+1\right)+4\left(\dfrac{b}{c+a}+1\right)+9\left(\dfrac{c}{a+b}+1\right)-14$

$$=\frac{a+b+c}{b+c}+4.\frac{a+b+c}{c+a}+9.\frac{a+b+c}{a+b}-14$$

$$=(a+b+c)\left(\frac{9}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{4}{c+a}\right)-14$$

$$=\frac{1}{2}\left[(a+b)+(b+c)+(c+a)\right]\left(\frac{9}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{4}{c+a}\right)-14.$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxkia, ta có

$$(3+1+2)^2=\left(\sqrt{a+b}.\frac{3}{\sqrt{a+b}}+\sqrt{b+c}.\frac{1}{\sqrt{b+c}}+\sqrt{c+a}.\frac{2}{\sqrt{c+a}}\right)^2$$

$$\leqslant\left[(a+b)+(b+c)+(c+a)\right]\left(\frac{9}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{4}{c+a}\right).$$

Suy ra $P\geqslant\frac{(3+1+2)^2}{2}-14=\frac{21}{2}$. **Chọn B.**

Câu 95. Ta chọn m, n dương sao cho

$$a+3c+x(a+b)=c+3a+y(b+c)$$

$$\Leftrightarrow(x+1)a+xb+3c=3a+yb+(y+1)c\Leftrightarrow\begin{cases}x+1=3\\x=y\\y+1=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=2\end{cases}.$$

Vậy ta thêm vào $\frac{4b}{a+c}+6=\frac{2(3a+3c+2b)}{a+c}$.

Khi đó $P=\left(\frac{a+3c}{a+b}+2\right)+\left(\frac{c+3a}{b+c}+2\right)+\left(\frac{4b}{a+c}+6\right)-10$

$$=(3a+2b+3c)\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\right)-10$$

$$=\left[(a+b)+(b+c)+2(c+a)\right]\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\right)-10\geqslant4\sqrt{2}-4.$$ **Chọn B.**

Câu 96. Áp dụng bất đẳng thức $\frac{m^2}{p}+\frac{n^2}{q}+\frac{t^2}{r}\geqslant\frac{(m+n+t)^2}{p+q+r}$ với $\begin{cases}m,\ n,\ t\in\mathbb{R}\\p,\ q,\ r>0\end{cases}$, ta được

$$P\geqslant\frac{(1+1+1)^2}{a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca}=\frac{9}{(a+b+c)^2}\geqslant\frac{9}{1}=9.$$

Khi $a=b=c=\frac{1}{3}$ thì $P=9$. **Chọn C.**

Câu 97. Ta có $P=\frac{x^2}{y}+\frac{x^2}{z}+\frac{y^2}{z}+\frac{y^2}{x}+\frac{z^2}{x}+\frac{z^2}{y}$.

Áp dụng bất đẳng thức $\frac{m^2}{p}+\frac{n^2}{q}\geqslant\frac{(m+n)^2}{p+q}$ với $\begin{cases}m,\ n\in\mathbb{R}\\p,\ q>0\end{cases}$, ta được

$$P=\left(\frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{x}\right)+\left(\frac{y^2}{z}+\frac{z^2}{y}\right)+\left(\frac{z^2}{x}+\frac{x^2}{z}\right)\geqslant\frac{(x+y)^2}{y+x}+\frac{(y+z)^2}{z+y}+\frac{(z+x)^2}{x+z}$$

$$=(x+y)+(y+z)+(z+x)=2(x+y+z)=2.$$

Khi $x=y=z=\frac{1}{3}$ $P=2$. **Chọn C.**

Câu 98. Áp dụng bất đẳng thức $\frac{m^2}{p}+\frac{n^2}{q}\geqslant\frac{(m+n)^2}{p+q}$ với $\begin{cases}m,\ n\in\mathbb{R}\\p,\ q>0\end{cases}$, ta được

$$3\sqrt{1+2x^2}=3\sqrt{\frac{3^2}{9}+\frac{(2x)^2}{2}}\geqslant 3\sqrt{\frac{(3+2x)^2}{11}}=\frac{3}{\sqrt{11}}(3+2x);$$

$$2\sqrt{40+9y^2}=2\sqrt{\frac{40^2}{40}+\frac{(6y)^2}{4}}\geqslant 2\sqrt{\frac{(40+6y)^2}{44}}=\frac{\sqrt{11}}{11}(40+6y).$$

Khi đó $P\geqslant\frac{3}{\sqrt{11}}(3+2x)+\frac{\sqrt{11}}{11}(40+6y)=\frac{\sqrt{11}}{11}(49+6x+6y)=5\sqrt{11}.$

Khi $x=\frac{1}{3};\ y=\frac{2}{3}$ thì $P=5\sqrt{11}$. **Chọn A.**

Câu 99. Ta có $P=\frac{a}{bc+1}+\frac{b}{ca+1}+\frac{c}{ab+1}=\frac{a^2}{abc+a}+\frac{b^2}{abc+b}+\frac{c^2}{abc+c}$.

Áp dụng bất đẳng thức $\frac{m^2}{p}+\frac{n^2}{q}+\frac{t^2}{r}\geqslant\frac{(m+n+t)^2}{p+q+r}$

với $\begin{cases}m,\ n,\ t\in\mathbb{R}\\ p,\ q,\ r>0\end{cases}$, ta được $P\geqslant\frac{(a+b+c)^2}{3abc+(a+b+c)}=\frac{9}{3abc+3}$.

Theo AM-GM, ta có $3=a+b+c\geqslant 3\sqrt[3]{abc}$, suy ra $abc\leqslant 1$.

Do đó $P\geqslant\frac{9}{3+3}=\frac{3}{2}$. Khi $a=b=c=1$ thì $P=\frac{3}{2}$. **Chọn C.**

Câu 100. Ta có $P=\frac{x^2}{3x^2+7(y+z)x}+\frac{y^2}{3y^2+7(z+x)y}+\frac{z^2}{3z^2+7(x+y)z}$.

Áp dụng bất đẳng thức $\frac{m^2}{p}+\frac{n^2}{q}+\frac{t^2}{r}\geqslant\frac{(m+n+t)^2}{p+q+r}$ với $\begin{cases}m,\ n,\ t\in\mathbb{R}\\ p,\ q,\ r>0\end{cases}$, ta được

$$P\geqslant\frac{(x+y+z)^2}{3(x^2+y^2+z^2)+14(xy+yz+zx)}=\frac{(x+y+z)^2}{3(x+y+z)^2+8(xy+yz+zx)}$$

$$\geqslant\frac{(x+y+z)^2}{3(x+y+z)^2+\frac{8}{3}(x+y+z)^2}=\frac{3}{17}.$$

Khi $x=y=z$ thì $P=\frac{3}{17}$. **Chọn D.**

Câu 101. Ta có $P=\frac{\frac{1}{a^2}}{a(b+c)}+\frac{\frac{1}{b^2}}{b(c+a)}+\frac{\frac{1}{c^2}}{c(a+b)}$.

Áp dụng bất đẳng thức $\frac{m^2}{p}+\frac{n^2}{q}+\frac{t^2}{r}\geqslant\frac{(m+n+t)^2}{p+q+r}$ với $\begin{cases}m,\ n,\ t\in\mathbb{R}\\ p,\ q,\ r>0\end{cases}$, ta được

$$P\geqslant\frac{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)^2}{a(b+c)+b(c+a)+c(a+b)}=\frac{(ab+bc+ca)^2}{2(ab+bc+ca)}=\frac{ab+bc+ca}{2}.$$

Theo bất đẳng thức AM-GM, ta có $ab+bc+ca \geqslant 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}=3$.

Suy ra $P \geqslant \frac{3}{2}$. Khi $a=b=c=1$ thì $P=\frac{3}{2}$. Chọn C.

Câu 102. Áp dụng bất đẳng thức $\frac{m^2}{p}+\frac{n^2}{q}+\frac{t^2}{r} \geqslant \frac{(m+n+t)^2}{p+q+r}$ với $\begin{cases} m,\ n,\ t \in \mathbb{R} \\ p,\ q,\ r>0 \end{cases}$, ta được

$$P \geqslant \frac{(x+y+z)^2}{2(x+y+z)}=\frac{x+y+z}{2}.$$

Mặt khác $x+y+z \geqslant \sqrt{xy}+\sqrt{yz}+\sqrt{zx}=1$ nên suy ra $P \geqslant \frac{1}{2}$.

Khi $x=y=z=\frac{1}{3}$ thì $P=\frac{1}{2}$. Chọn C.

Câu 103. Ta có $P=\dfrac{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}{1}+\dfrac{\left(b+\frac{1}{b}\right)^2}{1}+\dfrac{\left(c+\frac{1}{c}\right)^2}{1}$.

Áp dụng bất đẳng thức $\frac{m^2}{p}+\frac{n^2}{q}+\frac{t^2}{r} \geqslant \frac{(m+n+t)^2}{p+q+r}$ với $\begin{cases} m,\ n,\ t \in \mathbb{R} \\ p,\ q,\ r>0 \end{cases}$, ta được

$$P \geqslant \frac{\left(a+\frac{1}{a}+b+\frac{1}{b}+c+\frac{1}{c}\right)^2}{3}=\frac{\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)^2}{3}.$$

Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có

$$9=\left(\sqrt{a}.\frac{1}{\sqrt{a}}+\sqrt{b}.\frac{1}{\sqrt{b}}+\sqrt{c}.\frac{1}{\sqrt{c}}\right)^2 \leqslant (a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \geqslant 9.$$

Suy ra $P \geqslant \frac{100}{3}$. Khi $a=b=c=\frac{1}{3}$ thì $P=\frac{100}{3}$. Chọn B.

Câu 104. Do $x \geqslant 1$ nên $x^2 \geqslant x$. Suy ra $P \geqslant x\left(\dfrac{1}{(x+y)^2+x}+\dfrac{1}{z^2+x}\right)$.

Áp dụng bất đẳng thức $\frac{m^2}{p}+\frac{n^2}{q} \geqslant \frac{(m+n)^2}{p+q}$ với $\begin{cases} m,\ n \in \mathbb{R} \\ p,\ q>0 \end{cases}$, ta được

$$P \geqslant x.\frac{4}{(x+y)^2+z^2+2x}=\frac{4x}{(x+y)^2+z^2+2x}.$$

Theo giả thiết, ta có $(x+y)^2+z^2=3[(x+y)+z] \leqslant 3\sqrt{2\left[(x+y)^2+z^2\right]}$.

Suy ra $(x+y)^2+z^2 \leqslant 18$ nên $P \geqslant \frac{4x}{18+2x}=\frac{2(2x+18)-36}{2x+18}=2-\frac{18}{x+9} \geqslant 2-\frac{18}{1+9}=\frac{1}{5}$.

Khi $x=1,\ y=2,\ z=3$ thì $P=\frac{1}{5}$. Chọn C.

Câu 105. Ta có $P=\dfrac{(2x^2+1)+(2y^2+1)}{2(2x^2+1)(2y^2+1)}+\dfrac{1}{xy}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2x^2+1}+\dfrac{1}{2y^2+1}\right)+\dfrac{1}{xy}$.

Áp dụng bất đẳng thức $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\geqslant\dfrac{4}{a+b}$ với $a>0,\ b>0$. Ta được

$$P\geqslant\left(\frac{1}{x^2+y^2+1}\right)+\frac{1}{xy}=\left(\frac{1}{x^2+y^2+1}+\frac{1}{3xy}\right)+\frac{2}{3xy}.$$

Áp dụng bất đẳng thức $\dfrac{m^2}{p}+\dfrac{n^2}{q}\geqslant\dfrac{(m+n)^2}{p+q}$ với $\begin{cases}m,\ n\in\mathbb{R}\\ p,\ q>0\end{cases}$, ta được

$$P\geqslant\frac{4}{(x+y)^2+xy+1}+\frac{2}{3xy}=\frac{4}{xy+5}+\frac{2}{3xy}\geqslant\frac{4}{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2+5}+\frac{2}{3.\left(\frac{x+y}{2}\right)^2}=\frac{4}{3}$$

Khi $x=y=1$ thì $P=\dfrac{4}{3}$. **Chọn B.**

Câu 106. Từ giả thiết suy ra $x,y,z\in(0;1)$.

Ta chứng minh $\dfrac{x}{x+1}\leqslant\dfrac{9}{16}x+\dfrac{1}{16}$ (1).

Thật vậy:

$(1)\Leftrightarrow\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{9}{16}x-\dfrac{1}{16}\leqslant0\Leftrightarrow\dfrac{-9x^2+6x-1}{16(x+1)}\leqslant0\Leftrightarrow\dfrac{-(3x-1)^2}{16(x+1)}\leqslant0$: đúng $\forall x\in(0;1)$.

Tương tự ta cũng có $\dfrac{y}{y+1}\leqslant\dfrac{9}{16}y+\dfrac{1}{16}$ và $\dfrac{z}{z+1}\leqslant\dfrac{9}{16}z+\dfrac{1}{16}$.

Cộng các vế của bất đẳng thức, ta được

$$P=\frac{x}{x+1}+\frac{y}{y+1}+\frac{z}{z+1}\leqslant\frac{9}{16}(x+y+z)+\frac{3}{16}=\frac{3}{4}.$$

Khi $x=y=z=\dfrac{1}{3}$ thì $P=\dfrac{3}{4}$. **Chọn C.**

Câu 107. Từ giả thiết suy ra $a,\ b,\ c\in(0;3)$.

Vì $a+b+c=3$ nên P viết lại là $P=\dfrac{3+a^2}{3-a}+\dfrac{3+b^2}{3-b}+\dfrac{3+c^2}{3-c}$.

Ta chứng minh $\dfrac{3+a^2}{3-a}\geqslant2a$ (1). Thật vậy $(1)\Leftrightarrow\dfrac{3(a-1)^2}{3-a}\geqslant0$: đúng $\forall a\in(0;3)$.

Tương tự ta cũng có $\dfrac{3+b^2}{3-b}\geqslant2b$ và $\dfrac{3+c^2}{3-c}\geqslant2c$.

Cộng các vế của bất đẳng thức, ta được $P\geqslant2(a+b+c)=6$.

Khi $a=b=c=1$ thì $P=6$. **Chọn B.**

Câu 108. Từ giả thiết suy ra $x, y, z \in \left(0;\sqrt{3}\right)$.

Ta chứng minh $3x + \frac{2}{x} \geqslant \frac{1}{2}\left(x^2 + 9\right)$ (1).

Thật vậy $(1) \Leftrightarrow 6x + \frac{4}{x} \geqslant x^2 + 9 \Leftrightarrow \frac{(x-1)^2(x-4)}{x} \leqslant 0$: đúng $\forall x \in \left(0;\sqrt{3}\right)$.

Tương tự ta cũng có $3y + \frac{2}{y} \geqslant \frac{1}{2}\left(y^2 + 9\right)$ và $3z + \frac{2}{z} \geqslant \frac{1}{2}\left(z^2 + 9\right)$.

Cộng các vế của bất đẳng thức, ta được $P \geqslant \frac{1}{2}\left(x^2 + y^2 + z^2 + 27\right) = 15$.

Khi $x = y = z = 1$ thì $P = 15$. **Chọn D.**

Câu 109. Từ giả thiết suy ra $a,\ b,\ c \in (0;1)$.

Ta có $bc \leqslant \left(\frac{b+c}{2}\right)^2$, suy ra $\frac{a}{1+bc} \geqslant \frac{4a}{a^2 - 2a + 5}$.

Tương tự ta có được $P \geqslant \frac{4a}{a^2-2a+5} + \frac{4b}{b^2-2b+5} + \frac{4c}{c^2-2c+5}$.

Ta chứng minh $\frac{4a}{a^2-2a+5} \geqslant \frac{99a-3}{100}$ (1).

Thật vậy $(1) \Leftrightarrow \frac{(3a-1)^2(15-11a)}{100\left(a^2-2a+5\right)} \geqslant 0$: đúng $\forall a \in (0;1)$.

Tương tự ta cũng có $\frac{4b}{b^2-2b+5} \geqslant \frac{99b-3}{100}$ và $\frac{4c}{c^2-2c+5} \geqslant \frac{99c-3}{100}$.

Cộng các vế của bất đẳng thức, ta được $P \geqslant \frac{99(a+b+c)-9}{100} = \frac{9}{10}$.

Khi $a = b = c = \frac{1}{3}$ thì $P = \frac{9}{10}$. **Chọn A.**

Câu 110. Từ giả thiết suy ra $a,\ b,\ c \in (0;3)$.

Ta chứng minh $\frac{1}{b^2+1} \geqslant -\frac{1}{2}b + 1$ (1). Thật vậy $(1) \Leftrightarrow \frac{b(b-1)^2}{2\left(b^2+1\right)} \geqslant 0$: đúng $\forall b \in (0;3)$.

Vì $a+1 > 0$ nên $(1) \Leftrightarrow \frac{a+1}{b^2+1} \geqslant \left(-\frac{1}{2}b+1\right)(a+1) \Leftrightarrow \frac{a+1}{b^2+1} \geqslant -\frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}b + a + 1$.

Tương tự ta cũng có $\frac{b+1}{c^2+1} \geqslant -\frac{1}{2}bc - \frac{1}{2}c + b + 1$ và $\frac{c+1}{a^2+1} \geqslant -\frac{1}{2}ca - \frac{1}{2}a + c + 1$.

Cộng các vế của bất đẳng thức, ta được

$$P \geqslant -\frac{1}{2}(ab+bc+ca) - \frac{1}{2}(b+c+a) + (a+b+c) + 3$$

$$\geqslant -\frac{1}{2}\cdot\frac{(a+b+c)^2}{3} + \frac{1}{2}(a+b+c) + 3 = 3.$$

Khi $a = b = c = 1$ thì $P = 3$. **Chọn B.**

CHỦ ĐỀ 6. KHỐI ĐA DIỆN VÀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

Câu 1. Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$. Chiều cao khối chóp là $SA = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$ (đvtt). **Chọn D.**

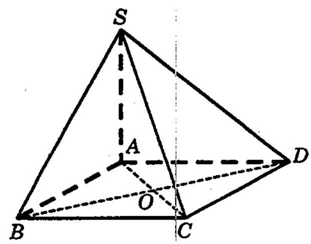
Câu 2. Vì hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$,

Suy ra $SA \perp (ABCD)$. Do đó chiều cao khối chóp là $SA = a\sqrt{15}$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB.BC = 2a^2$.

Vậy thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \dfrac{2a^3\sqrt{15}}{3}$ (đvtt). **Chọn B.**

Câu 3. Đường chéo hình vuông $AC = a\sqrt{2}$.



Xét tam giác SAC, ta có $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a\sqrt{3}$.

Chiều cao khối chóp là $SA = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{3} \text{ (đvtt). Chọn A.}$$

Câu 4. Diện tích tam giác vuông ABC là $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}BA.BC = \dfrac{a^2}{2}$.

Chiều cao khối chóp $SA = 2a$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}S_{ABC}.SA = \dfrac{a^3}{3}$ (đvtt). **Chọn C.**

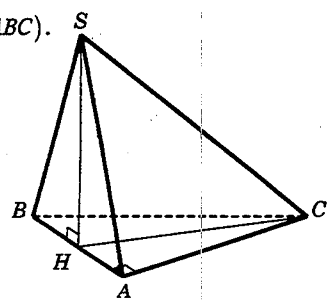
Câu 5. Diện tích hình thang $ABCD$ là $S_{ABCD} = \left(\dfrac{AD+BC}{2}\right).AB = \dfrac{3}{2}$.

Chiều cao khối chóp là $SA = 2$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA = 1$ (đvtt). **Chọn A.**

Câu 6. Gọi H là trung điểm của AB, suy ra $SH \perp AB$.

Do $(SAB) \perp (ABC)$ theo giao tuyến AB nên $SH \perp (ABC)$.



Tam giác SAB là đều cạnh $AB = a$ nên $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác vuông ABC, ta có

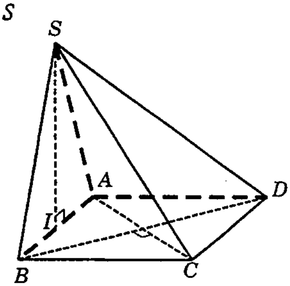
$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}.$$

Diện tích tam giác vuông ABC là

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ (đvtt). **Chọn A.**

Câu 7. Gọi I là trung điểm của AB. Tam giác SAB cân tại S và có I là trung điểm của AB nên $SI \perp AB$.



Mặt phẳng $(SAB) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến AB nên $SI \perp (ABCD)$.

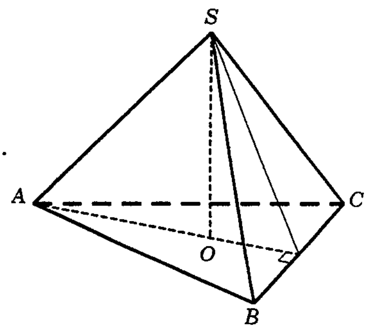
Trong tam giác vuông SIA, ta có

$$SI = \sqrt{SA^2 - IA^2} = \sqrt{SA^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SI = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ (đvtt). **Chọn B.**

Câu 8. Gọi O là tâm của tam giác đều ABC.



Suy ra O cũng là trọng tâm tam giác ABC nên

$$AO = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Do hình chóp $S.ABC$ đều nên suy ra $SO \perp (ABC)$.

Trong tam giác vuông SOA, ta có

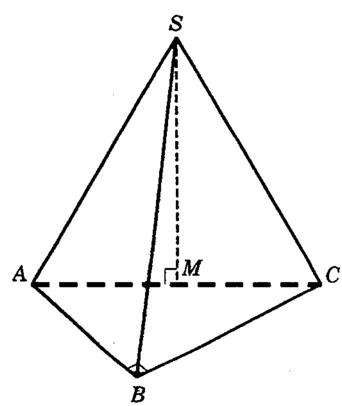
$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a}{2}.$$

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SO = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ (đvtt). **Chọn C.**

Câu 9. Gọi M là trung điểm AC. Theo giả thiết, ta có $SM \perp (ABC) \Rightarrow SM \perp AC$.

Tam giác SAC có SM vừa là đường cao, vừa là trung tuyến nên tam giác SAC cân tại S.



Mặt khác tam giác ABC vuông cân tại B có cạnh góc vuông bằng a nên cạnh huyền $AC = a\sqrt{2}$.

Suy ra $AC = SA = SC = a\sqrt{2}$ hay tam giác SAC đều.

Do SM là đường cao tam giác đều cạnh $a\sqrt{2}$ nên

$$SM = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Diện tích tam giác vuông cân ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SM = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ (đvtt). **Chọn A.**

Câu 10. Vì $\widehat{ABC} = 60°$ nên tam giác ABC đều.

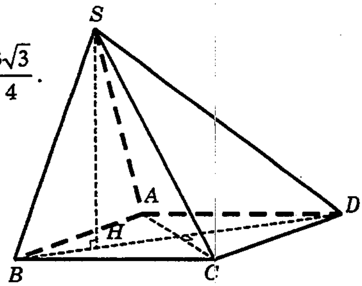
Suy ra $BO = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $BD = 2BO = \sqrt{3}$; $HD = \frac{3}{4}BD = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Trong tam giác vuông SHD, ta có

$$SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \frac{\sqrt{5}}{4}.$$

Diện tích hình thoi $ABCD$ là $S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{\sqrt{15}}{24}$ (đvtt). **Chọn B.**



Câu 11. Trong tam giác vuông SAB, ta có

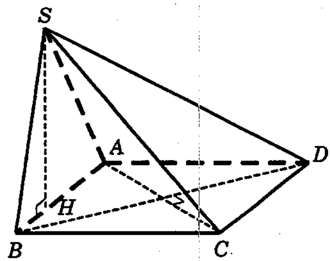
$$SA^2 = AH.AB = \frac{2}{3}AB.AB = \frac{2}{3}a^2.$$

Trong tam giác vuông SHA, ta có

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$ (đvtt). **Chọn D.**



Câu 12. Ta có $\Delta SAB = \Delta SAD$ $(c-g-c)$, suy ra $SB = SD$.

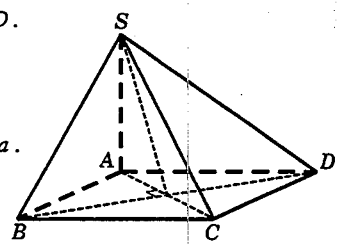
Hơn nữa, theo giả thiết $\widehat{SBD} = 60^0$.

Do đó ΔSBD đều cạnh $SB = SD = BD = a\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông SAB, ta có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3}{3}$ (đvtt). **Chọn C.**



Câu 13. Kẻ $SH \perp AC$ $(H \in AC)$.

Do $(SAC) \perp (ABC)$ theo giao tuyến AC nên $SH \perp (ABC)$.

Trong tam giác vuông ABC, ta có

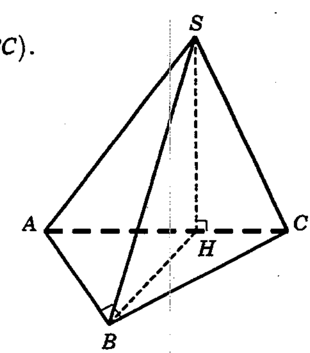
$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}.$$

Trong tam giác vuông SAC, ta có

$$SC = \sqrt{AC^2 - SA^2} = a\sqrt{3},\ SH = \frac{SA.SC}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Diện tích tam giác ABC là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

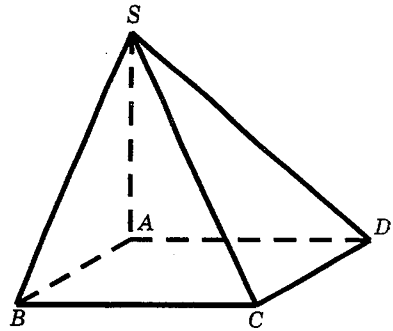
Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH = \frac{a^3}{4}$ (đvtt). **Chọn A.**



Câu 14. Ta có

$BC \perp AB$ (do $ABCD$ là hình vuông). (1)

Lại có $BC \perp SA$ (do SA vuông góc với đáy $(ABCD)$). (2)



Từ (1) và (2), suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

Do đó tam giác SBC vuông tại B.

Đặt cạnh hình vuông là $x > 0$.

Tam giác SAB vuông tại A nên

$$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{a^2 + x^2}.$$

Theo chứng minh trên, ta có tam giác SBC vuông tại B nên

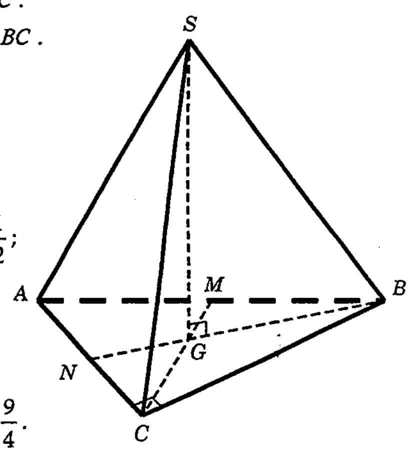
$$\frac{a^2\sqrt{2}}{2} = S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}SB.BC = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+x^2}.a \text{, suy ra } x = a.$$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$. Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3}{3}$ (đvtt). Chọn C.

Câu 15. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, AC.

Suy ra $G = CM \cap BN$ là trọng tâm tam giác ABC.

Theo đề $SG \perp (ABC)$.



Tam giác ABC vuông cân tại C, suy ra

$$CA = CB = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \text{ và } CM \perp AB.$$

Ta có $CM = \frac{1}{2}AB = \frac{3}{2}$, suy ra $GM = \frac{1}{3}CM = \frac{1}{2}$;

$$BG = \sqrt{BM^2 + GM^2} = \frac{\sqrt{10}}{2};$$

$$SG = \sqrt{SB^2 + GB^2} = 1.$$

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}CA.CB = \frac{9}{4}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SG = \frac{3}{4}$ (đvtt). Chọn C.

Câu 16. Gọi $O = AC \cap BD$.

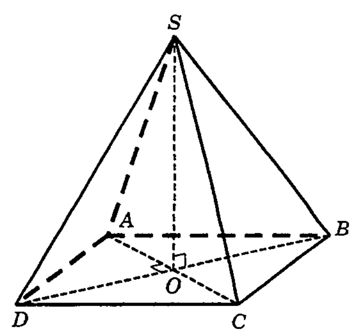
Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Suy ra OB là hình chiếu của SB trên $(ABCD)$.

Khi đó $60^0 = \widehat{SB,(ABCD)} = \widehat{SB,OB} = \widehat{SBO}$.

Trong tam giác vuông SOB, ta có

$$SO = OB.\tan\widehat{SBO} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$



Diện tích hình vuông ABC là $S_{ABCD} = AB^2 = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$ (đvtt). **Chọn A.**

Câu 17. Trong tam giác vuông ABC, ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2\sqrt{6}a$.

Do $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của SB trên mặt phẳng $(ABCD)$ là AB.

Do đó $60^0 = \widehat{SB,(ABCD)} = \widehat{SB,AB} = \widehat{SBA}$.

Trong tam giác vuông SAB, ta có $SA = AB.\tan\widehat{SBA} = a\sqrt{3}$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB.BC = 2\sqrt{6}a^2$.

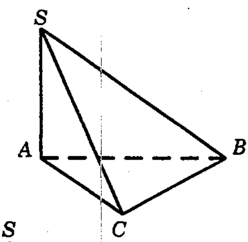
Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA = 2\sqrt{2}a^3$ (đvtt). **Chọn C.**

Câu 18. Do $SA \perp (ABCD)$ nên ta có $60^0 = \widehat{SB,(ABC)} = \widehat{SB,AB} = \widehat{SBA}$.

Xét tam giác SAB, ta có $SA = AB.\tan\widehat{SBA} = a.\sqrt{3} = a\sqrt{3}$.

Diện tích tam giác đều SAB là $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA = \dfrac{a^3}{4}$ (đvtt). **Chọn A.**



Câu 19. Do $SA \perp (ABCD)$ nên

$60^0 = \widehat{SD,(ABCD)} = \widehat{SD,AD} = \widehat{SDA}$.

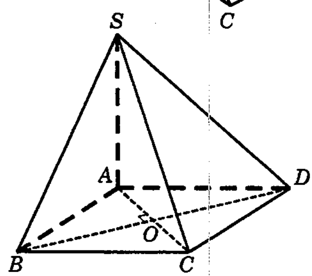
Trong tam giác vuông SAD, ta có

$$SA = AD.\tan\widehat{SDA} = a\sqrt{3}.$$

Diện tích hình thoi

$$S_{ABCD} = 2S_{\Delta BAD} = AB.AD.\sin\widehat{BAD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \dfrac{a^3}{2}$ (đvtt). **Chọn C.**



Câu 20. Vì $SH \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là HC.

Do đó $30^0 = \widehat{SC,(ABCD)} = \widehat{SC,HC} = \widehat{SCH}$.

Trong tam giác vuông BCH, ta có

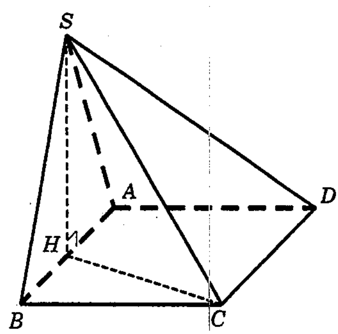
$$HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Trong tam giác vuông SHC, ta có

$$SH = HC.\tan\widehat{SCH} = \frac{\sqrt{15}}{6}.$$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = 1$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \dfrac{\sqrt{15}}{18}$ (đvtt). **Chọn B.**



Câu 21. Gọi O là trung điểm AC, suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Theo giả thiết đỉnh S cách đều các điểm A, B, C nên hình chiếu của S xuống đáy là O. Suy ra $SO \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của SB trên mặt đáy $(ABCD)$ là OB.

Do đó $60^0 = \widehat{SB,(ABCD)} = \widehat{SB,OB} = \widehat{SBO}$.

Trong tam giác vuông SOB, ta có

$$SO = OB.\tan\widehat{SBO} = a\sqrt{3}.$$

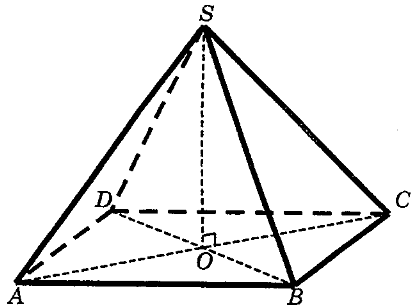
Trong tam giác vuông ABC, ta có

$$AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}.$$

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là

$$S_{ABCD} = AB.BC = a^2\sqrt{3}.$$

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SO = a^3$ (đvtt). **Chọn D.**



Câu 22. Vì $SA \perp (ABC)$ nên hình chiếu vuông góc của SI trên mặt phẳng (ABC) là AI.

Do đó $60^\circ = \widehat{SI,(ABC)} = \widehat{SI,AI} = \widehat{SIA}$.

Tam giác ABC vuông cân tại A, suy ra trung tuyến

$$AI = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

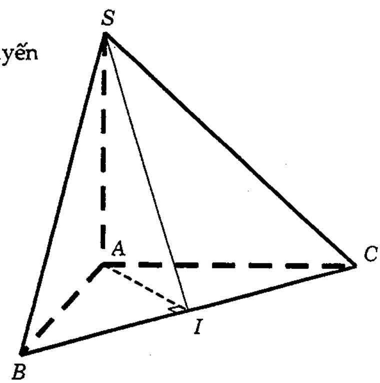
Trong tam giác vuông SAI, ta có

$$SA = AI.\tan\widehat{SIA} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Diện tích tam giác vuông ABC là

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{a^2}{2}.$$

Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$ (đvtt). **Chọn D.**



Câu 23. Vì $SH \perp (ABC)$ nên hình chiếu vuông góc của SA trên mặt đáy (ABC) là HA.

Do đó $60^0 = \widehat{SA,(ABC)} = \widehat{SA,HA} = \widehat{SAH}$.

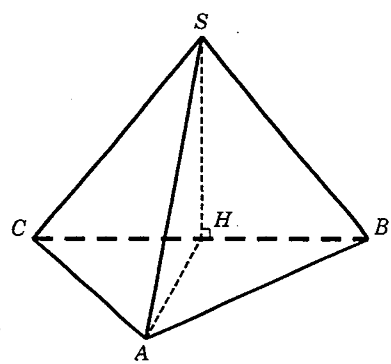
Tam giác ABC đều cạnh a nên $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác vuông SHA, ta có

$$SH = AH.\tan\widehat{SAH} = \frac{3a}{2}.$$

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$ (đvtt). **Chọn A.**



Câu 24. Gọi H là trung điểm AC. Do tam giác ABC vuông tại B nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Đỉnh S cách đều các điểm A, B, C nên hình chiếu của S trên mặt đáy (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, suy ra $SH \perp (ABC)$.

Do đó $60^0 = \widehat{SB,(ABC)} = \widehat{SB,BH} = \widehat{SBH}$.

Trong tam giác vuông SHB, ta có

$$SH = BH.\tan\widehat{SBH} = \frac{AC}{2}.\tan\widehat{SBH} = a\sqrt{3}.$$

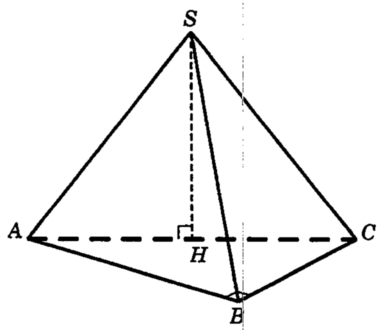
Trong tam giác vuông ABC, ta có

$$AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}.$$

Diện tích tam giác vuông

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BA.BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH = \frac{a^3}{2}$ (đvtt). **Chọn C.**



Câu 25. Vì $SH \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của SD trên mặt đáy $(ABCD)$ là HD.

Do đó $60^0 = \widehat{SD,(ABCD)} = \widehat{SD,HD} = \widehat{SDH}$.

Trong tam giác vuông SHD, ta có

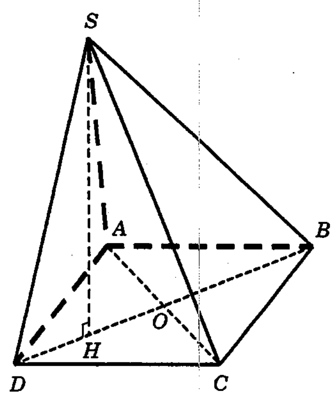
$$SH = HD.\tan\widehat{SDH} = \frac{BD}{4}.\tan\widehat{SDH} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Trong hình vuông $ABCD$, ta có

$$BA = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB^2 = \frac{1}{2}$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{\sqrt{3}}{24}$ (đvtt). **Chọn A.**



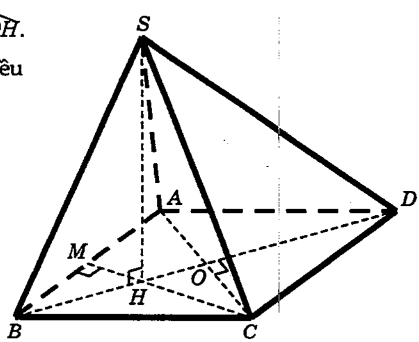
Câu 26. Gọi $O = AC \cap BD$; M là trung điểm AB. Suy ra $H = BO \cap CM$.

Theo giả thiết $SH \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của SD trên mặt đáy $(ABCD)$ là HD. Do đó $30^0 = \widehat{SD,(ABCD)} = \widehat{SD,HD} = \widehat{SDH}$.

Tam giác ABC và ADC là các tam giác đều cạnh a, suy ra

$$\begin{cases} OD = \frac{a\sqrt{3}}{2} \\ OH = \frac{1}{3}BO = \frac{a\sqrt{3}}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow HD = OD + OH = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

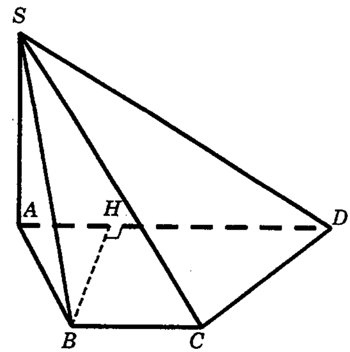


Trong tam giác vuông SHD, ta có $SH = HD.\tan\widehat{SDH} = \dfrac{2a}{3}$.

Diện tích hình thoi $ABCD$ là $S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABC} = 2.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$ (đvtt). **Chọn C.**

Câu 27. Ta có $45^0 = \widehat{SD,(ABCD)} = \widehat{SD,AD} = \widehat{SDA}$. Suy ra tam giác SAD vuông cân tại A nên $SA = AD = 2a$.



Trong hình thang $ABCD$, kẻ $BH \perp AD$ $(H \in AD)$.

Do $ABCD$ là hình thang cân nên

$$2AH + BC = AD \Rightarrow AH = \frac{AD - BC}{2} = \frac{a}{2}.$$

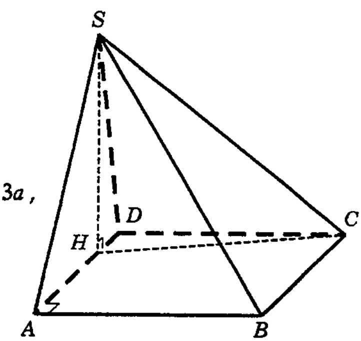
Tam giác AHB, có $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích $S_{ABCD} = \dfrac{1}{2}(AD + BC)BH = \dfrac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ (đvtt). **Chọn B.**

Câu 28. Hình chiếu vuông góc của SC trên mặt đáy là HC nên

$$30^0 = \widehat{SC,(ABCD)} = \widehat{SC,HC} = \widehat{SCH}.$$



Trong tam giác vuông SAD, ta có

$$SA^2 = AH.AD \Leftrightarrow 12a^2 = \frac{3}{4}AD.AD = \frac{3}{4}AD^2.$$

Suy ra $AD = 4a$, $HA = 3a$, $HD = a$,

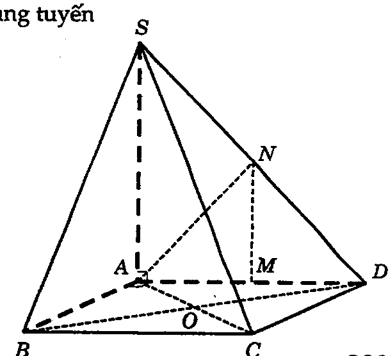
$$SH = \sqrt{HA.HD} = a\sqrt{3},\ HC = SH.\cot\widehat{SCH} = 3a,$$

$$CD = \sqrt{HC^2 - HD^2} = 2a\sqrt{2}.$$

Diện tích $S_{ABCD} = AD.CD = 8\sqrt{2}a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \dfrac{8\sqrt{6}a^3}{3}$ (đvtt). **Chọn D.**

Câu 29. Tam giác SAD vuông tại A, có AN là trung tuyến nên $AN = \dfrac{1}{2}SD$.



Gọi M là trung điểm AD, suy ra $MN \parallel SA$ nên $MN \perp (ABCD)$.

Do đó $30^0 = \widehat{AN,(ABCD)} = \widehat{AN,AM} = \widehat{NAM}$.

Tam giác vuông NMA, có

$$AI = AN.\cos\widehat{NAM} = \frac{SD\sqrt{3}}{4}.$$

Tam giác SAD, có $SD^2 = SA^2 + AD^2 \Leftrightarrow SD^2 = a^2 + \left(\frac{SD\sqrt{3}}{2}\right)^2$.

Suy ra $SD = 2a$ nên $AD = a\sqrt{3}$.

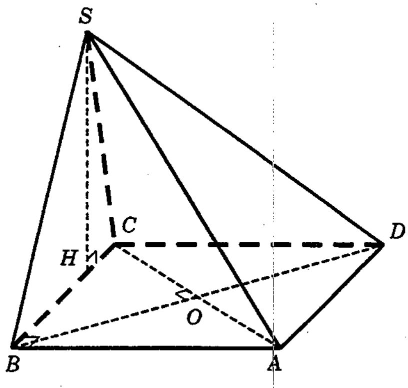
Diện tích hình chữ nhật $S_{ABCD} = AB.AD = a^2\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ (đvtt). **Chọn B.**

Câu 30. Kẻ $SH \perp BC$ $(H \in BC)$.

Do $(SBC) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến BC nên $SH \perp (ABCD)$.

Ta có $\begin{cases} DC \perp BC \\ DC \perp SH \end{cases} \Rightarrow DC \perp (SBC)$.



Do đó $60^0 = \widehat{SD,(SBC)} = \widehat{SD,SC} = \widehat{DSC}$.

Từ $DC \perp (SBC) \Rightarrow DC \perp SC$.

Trong tam giác vuông SCD, ta có

$$SC = \frac{DC}{\tan\widehat{DSC}} = 1.$$

Trong tam giác vuông SBC, ta có

$$SH = \frac{SB.SC}{BC} = \frac{\sqrt{BC^2 - SC^2}.SC}{BC} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là: $S_{ABCD} = 3$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{\sqrt{6}}{3}$ (đvtt). **Chọn C.**

Câu 31. Gọi E, F lần lượt là trung điểm BC, BA; $O = AE \cap CF$.

Do $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABC)$.

Khi đó

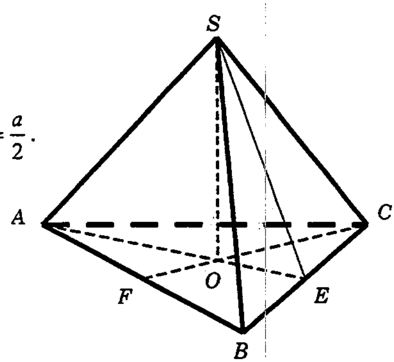
$$60^0 = \widehat{(SBC),(ABC)} = \widehat{SE,OE} = \widehat{SEO}.$$

Xét tam giác vuông SOE, ta có

$$SO = OE.\tan\widehat{SEO} = \frac{AE}{3}.\tan 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{6}.\sqrt{3} = \frac{a}{2}.$$

Diện tích tam giác đều ABC là

$$S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

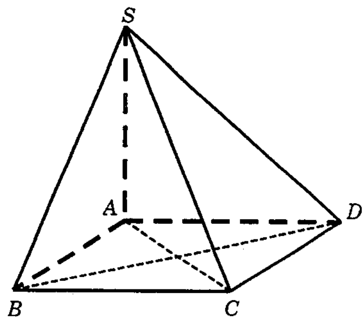


Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SO = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ (đvtt).

Chọn A.

Câu 32. Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp CD$.

Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$.



Do $\begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ SD \perp CD;\ AD \perp CD \end{cases}$, suy ra

$$60^0 = \left[\widehat{(SCD),(ABCD)}\right] = \left[\widehat{SD,AD}\right] = \widehat{SDA}.$$

Trong tam giác vuông SAD, ta có

$$SA = AD.\tan\widehat{SDA} = a\sqrt{3}.$$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB^2 = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ (đvtt). **Chọn D.**

Câu 33. Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$. (1)

Gọi $O = AC \cap BD$, suy ra $BD \perp AO$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $BD \perp (SAO) \Rightarrow BD \perp SO$.

Do $\begin{cases} (SBD) \cap (ABCD) = BD \\ SO \subset (SBD); SO \perp BD \\ AO \subset (ABCD); AO \perp BD \end{cases}$, suy ra $60^0 = \left[\widehat{(SBD),(ABCD)}\right] = \left[\widehat{SO,AO}\right] = \widehat{SOA}$.

Trong tam giác vuông SAO, ta có $SA = AO.\tan\widehat{SOA} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

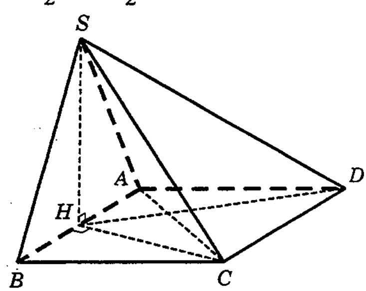
Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ (đvtt). **Chọn C.**

Câu 34. Gọi H là trung điểm AB, suy ra $SH \perp AB$.

Mà $(SAB) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến AB nên $SH \perp (ABCD)$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $CH \perp AB$ và $CH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Suy ra $CH \perp CD$.

Ta có $\begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ SC \subset (SCD),\ SC \perp CD \\ HC \subset (ABCD),\ HC \perp CD \end{cases}$



suy ra $45^0 = \widehat{(SCD),(ABCD)} = \widehat{SC,HC} = \widehat{SCH}$.

Trong tam giác vuông SHC, ta có

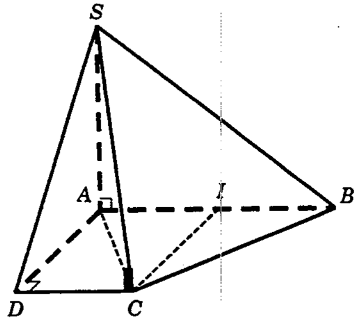
$$SH = HC.\tan\widehat{SCH} = AM.\widehat{SCH} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Diện tích hình thoi $ABCD$ là $S_{ABCD} = 2S_{\Delta ADC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{a^3}{4}$ (đvtt). **Chọn A.**

Câu 35. Gọi I là trung điểm AB, suy ra $CI = AD = 1 = \frac{1}{2}AB$.

Do đó tam giác ABC vuông tại C.



Suy ra $BC \perp AC$ nên

$$45^0 = \widehat{(SBC),(ABCD)} = \widehat{SC,AC} = \widehat{SCA}.$$

Ta có $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông SAC, ta có

$$SA = AC.\tan\widehat{SCA} = \sqrt{2}.$$

Diện tích hình thang $ABCD$ là:

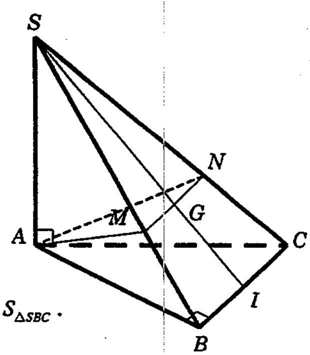
$$S_{ABCD} = \frac{(AB+DC)AD}{2} = \frac{3}{2}.$$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (đvtt). **Chọn C.**

Câu 36 Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{6}AB.AC.AD = \frac{1}{6}.6a.7a.4a = 28a^3$.

Dễ thấy $S_{MNP} = \frac{1}{4}S_{BCD}$. Suy ra $V_{AMNP} = \frac{1}{4}V_{ABCD} = 7a^3$. **Chọn D.**

Câu 37. Từ giả thiết suy ra $AB = BC = a$.



Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{a^2}{2}$.

Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA = \frac{a^3}{6}$.

Gọi I là trung điểm BC, do G là trọng tâm ΔSBC nên $\frac{SG}{SI} = \frac{2}{3}$.

Vì (α) song song BC nên $MN \parallel BC$, suy ra $S_{\Delta AMN} = \frac{4}{9}S_{\Delta SBC}$.

Vậy $V_{S.AMN} = \frac{4}{9}.V_{S.ABC} = \frac{2a^3}{27}$ (đvtt). **Chọn A.**

Câu 38. Theo giả thiết, ta có $SH = a\sqrt{3}$.

Diện tích tứ giác: $S_{CDNM} = S_{ABCD} - S_{\Delta AMN} - S_{\Delta BMC}$

$$= AB^2 - \frac{1}{2}AM.AN - \frac{1}{2}BM.BC = a^2 - \frac{a^2}{8} - \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{8}.$$

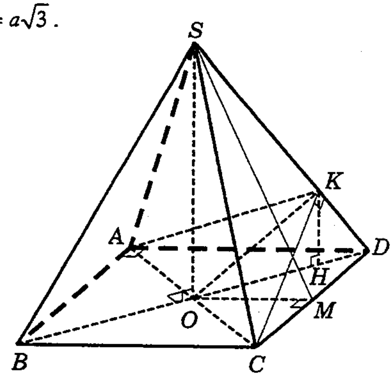
Vậy $V_{S.CDNM} = \frac{1}{3}S_{CDNM}.SH = \frac{5a^3\sqrt{3}}{24}$ (đvtt). **Chọn B.**

Câu 39. Gọi M là trung điểm CD, suy ra $OM \perp CD$ nên

$$60^0 = \widehat{(SCD),(ABCD)} = \widehat{SM,OM} = \widehat{SMO}.$$

Tam giác vuông SOM, có $SO = OM.\tan\widehat{SMO} = a\sqrt{3}$.

Kẻ $KH \perp OD \Rightarrow KH \parallel SO$ nên $KH \perp (ABCD)$.



Trong tam giác vuông SOD, ta có

$$\frac{KH}{SO} = \frac{DK}{DS} = \frac{DO^2}{DS^2} = \frac{OD^2}{SO^2 + OD^2} = \frac{2}{5}.$$

Suy ra $KH = \frac{2}{5}SO = \frac{2a\sqrt{3}}{5}$.

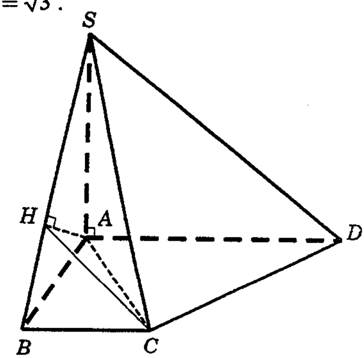
Diện tích tam giác ADC là

$$S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2}AD.DC = 2a^2.$$

Vậy $V_{DKAC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ADC}.KH = \frac{4a^3\sqrt{3}}{15}$ (đvtt). **Chọn C.**

Câu 40. Trong tam giác SAB, ta có $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{3}$.

Ta có $V_{S.AHCD} = V_{S.ACD} + V_{S.AHC}$.



- $V_{S.ACD} = \frac{1}{3}S_{\Delta ACD}.SA = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}AD.CE\right)SA = \frac{\sqrt{2}}{3}$.
- $\frac{V_{S.AHC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SH}{SB} = \left(\frac{SA}{SB}\right)^2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{2}{3}$.

Suy ra $V_{S.AHC} = \frac{2}{3}V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{2}}{9}$.

Vậy $V_{S.AHCD} = \frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{9} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$ (đvtt). **Chọn B.**

Câu 41. Đặt cạnh của khối lập phương là x $(x > 0)$.

Suy ra $CC' = x;\ AC = x\sqrt{2}$.

Tam giác vuông ACC', có $AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = x\sqrt{3} \Leftrightarrow a\sqrt{3} = x\sqrt{3} \Rightarrow x = a$.

Vậy thể tích khối lập phương $V = a^3$ (đvtt). **Chọn A.**

Câu 42. Do $ABCD.A'B'C'D'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp AB$.

Xét tam giác vuông $A'AB$, ta có $A'A = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = a\sqrt{5}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB^2 = 4a^2$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.A'A = 4\sqrt{5}a^3$ (đvtt). **Chọn B.**

Câu 43. Trong tam giác vuông ABB', ta có $BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = 2a$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB.AD = a^2\sqrt{2}$.

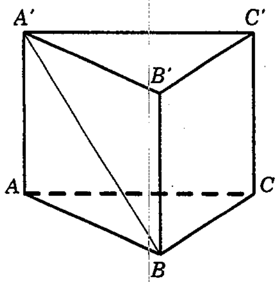
Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.BB' = 2a^3\sqrt{2} \text{ (đvtt)}. \textbf{ Chọn D.}$$

Câu 44. Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin\widehat{BAC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.AA'=a^3\sqrt{15}$ (đvtt). **Chọn B.**

Câu 45. Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $AA'\perp(ABC)$, suy ra hình chiếu vuông góc của $A'B$ trên mặt đáy (ABC) là AB.



Do đó $60^0=\widehat{A'B,(ABC)}=\widehat{A'B,AB}=\widehat{A'BA}$.

Trong tam giác vuông $A'AB$, ta có

$AA'=AB.\tan\widehat{A'BA}=\sqrt{3}.$

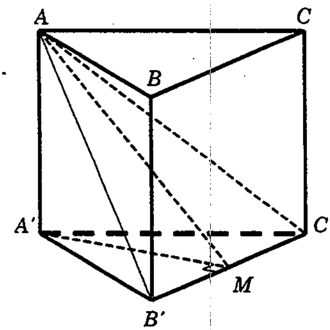
Diện tích $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BA.BC=\frac{1}{2}.$

Vậy $V=S_{ABC}.AA'=\frac{\sqrt{3}}{2}$ (đvtt). **Chọn C.**

Câu 46. Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $AA'\perp(ABC)$.

Gọi M là trung điểm $B'C'$, do tam giác $A'B'C'$ đều

Nên suy ra $A'M\perp B'C'$.



Khi đó $60^0=\widehat{(AB'C'),(A'B'C')}=\widehat{AM,A'M}=\widehat{AMA'}$.

Tam giác $AA'M$, có

$A'M=\frac{a\sqrt{3}}{2}$; $AA'=A'M.\tan\widehat{AMA'}=\frac{3a}{2}$.

Diện tích tam giác đều $S_{\Delta A'B'C'}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V=S_{\Delta ABC}.AA'=\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ (đvtt). **Chọn D.**

Câu 47. Ta có $AA'\perp(ABCD)$ nên $\widehat{A'C,(ABCD)}=\widehat{A'C,AC}=\widehat{A'CA}$.

Xét tam giác vuông $A'AC$, ta có $AC=AA'.\cot\alpha=a\sqrt{5}$.

Xét tam giác vuông ABC, ta có $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=2a$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD}=AB.BC=2a^2$.

Vậy thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

$V_{ABCD.A'B'C'D'}=S_{ABCD}.AA'=2a^3$ (đvtt). **Chọn A.**

Câu 48. Tam giác ABC cân và có $\widehat{BAC}=120^0$ nên cân tại A.

Gọi M là trung điểm BC, suy ra $AM\perp BC$.

Ta có $\begin{cases}BC\perp AM\\BC\perp A'A\end{cases}\Rightarrow BC\perp(A'AM)\Rightarrow BC\perp A'M$.

Khi đó $60^0=\widehat{(A'BC),(ABC)}=\widehat{A'M,AM}=\widehat{A'MA}$.

Tam giác vuông AMB, có

$$AM = AB.\sin\widehat{ABM} = a.\sin 30^0 = \frac{a}{2}.$$

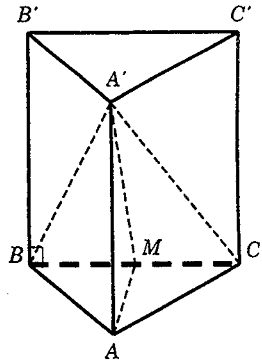
Tam giác vuông $A'AM$, có:

$$A'A = AM.\tan\widehat{A'MA} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Diện tích:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin\widehat{BAC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.A'A = \frac{3a^3}{8}$ (đvtt). **Chọn B.**



Câu 49. Ta có $30^0 = \widehat{A'C,(ABCD)} = \widehat{A'C,AC} = \widehat{A'CA}$.

Lại có $60^0 = \widehat{(A'BC),(ABCD)} = \widehat{A'B,AB} = \widehat{A'BA}$.

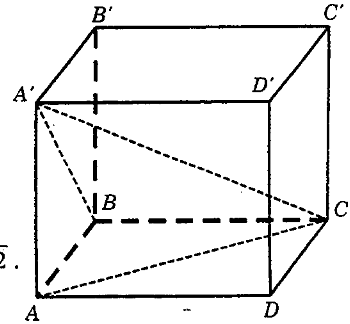
Tam giác vuông $A'AB$, có $AB = \dfrac{AA'}{\tan\widehat{A'BA}} = a$.

Tam giác vuông $A'AC$, có $AC = \dfrac{AA'}{\tan\widehat{A'CA}} = 3a$.

Tam giác vuông ABC, có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a\sqrt{2}$.

Diện tích $S_{ABCD} = AB.BC = 2a^2\sqrt{2}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.AA' = 2a^3\sqrt{6}$ (đvtt). **Chọn A.**



Câu 50. Hình thoi $ABCD$ có $\widehat{BAD} = 120^0$, suy ra $\widehat{ADC} = 60^0$.

Do đó tam giác ABC và ADC là các tam giác đều.

Vì N là trung điểm $A'D'$ nên

$$C'N \perp A'D' \text{ và } C'N = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

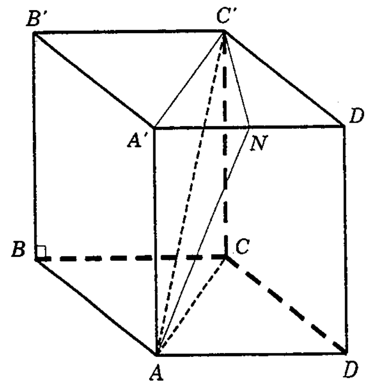
Suy ra $30^0 = \widehat{AC',(ADD'A')} = \widehat{AC',AN} = \widehat{C'AN}$.

Tam giác $C'AN$, có $AN = \dfrac{C'N}{\tan\widehat{C'AN}} = \dfrac{3}{2}$.

Tam giác $AA'N$, có $AA' = \sqrt{AN^2 - A'N^2} = \sqrt{2}$.

Diện tích hình thoi $S_{ABCD} = AB^2.\sin\widehat{BAD} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.AA' = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$ (đvtt). **Chọn C.**



Câu 51. Diện tích tam giác đều $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Chiều cao khối lăng trụ $A'O = a$.

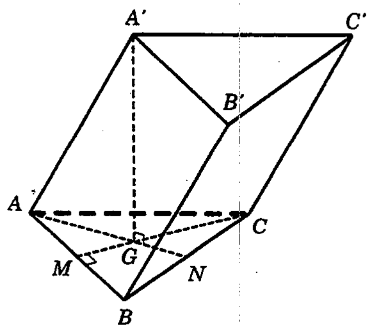
Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = S_{\Delta ABC}.A'O = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4} \text{ (đvtt)}.$$ **Chọn A.**

Câu 52. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, BC.

Khi đó $G = AN \cap CM$ là trọng tâm tam giác ABC.

Theo giả thiết, ta có $A'G \perp (ABC)$.



Suy ra $AN = CM = \left(2a\sqrt{2}\right).\frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{6}$;

$$AG = \frac{2}{3}AN = \frac{2}{3}a\sqrt{6}.$$

Tam giác vuông $A'GA$, có

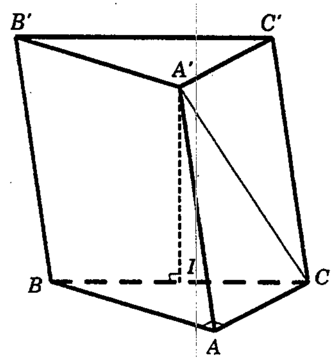
$$A'G = \sqrt{A'A^2 - AG^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Diện tích $S_{\Delta ABC} = \left(2a\sqrt{2}\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = 2a^2\sqrt{3}.$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.A'G = 2a^3$ (đvtt). **Chọn D.**

Câu 53. Gọi I là trung điểm BC. Từ $A'A = A'B = A'C = a$, suy ra hình chiếu vuông góc của A' trên mặt đáy là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Suy ra $A'I \perp (ABC)$.



Tam giác ABC, có

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow BI = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

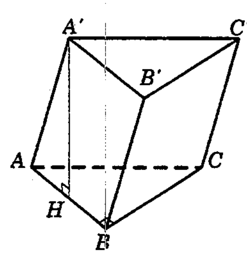
Tam giác vuông $A'IB$, có

$$A'I = \sqrt{A'B^2 - BI^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Diện tích tam giác $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{a^2}{2}.$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.A'I = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ (đvtt). **Chọn C.**

Câu 54. Từ giả thiết suy ra $BA = BC = a\sqrt{2}.$

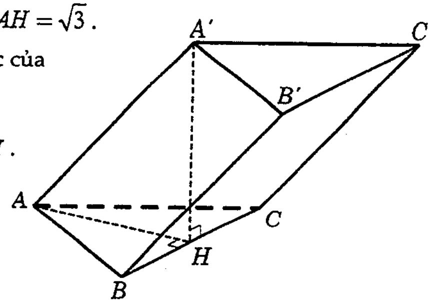


Tam giác vuông $A'HA$, có $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BA.BC = a^2.$

Vậy $V = S_{\Delta ABC}.A'H = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ (đvtt). **Chọn C.**

Câu 55. Tam giác ABC đều cạnh bằng 2 nên $AH=\sqrt{3}$.



Vì $A'H\perp(ABC)$ nên hình chiếu vuông góc của AA' trên mặt đáy (ABC) là AH.

Do đó $45^0=\widehat{AA',(ABC)}=\widehat{AA',AH}=\widehat{A'AH}$.

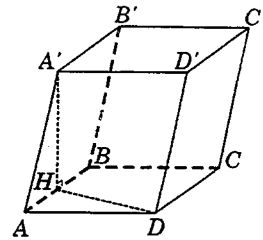
Suy ra tam giác $A'HA$ vuông cân tại H nên

$HA'=HA=\sqrt{3}$.

Diện tích tam giác đều $S_{\Delta ABC}=\sqrt{3}$.

Vậy $V=S_{\Delta ABC}.A'H=3$ (đvtt). **Chọn A.**

Câu 56. Theo giả thiết, ta có $A'H\perp AB$.



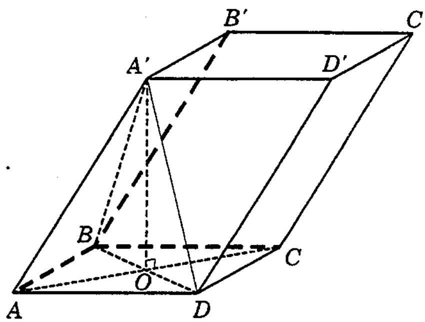
Tam giác vuông $A'HA$, có

$$A'H=\sqrt{AA'^2-AH^2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Diện tích hình vuông $S_{ABCD}=a^2$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'}=S_{ABCD}.A'H=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ (đvtt). **Chọn B.**

Câu 57. Diện tích hình chữ nhật



$$S_{ABCD}=AB.AD=a^2\sqrt{3}.$$

Đường chéo hình chữ nhật

$$AC=\sqrt{AB^2+AD^2}=2a\Rightarrow AO=\frac{AC}{2}=a.$$

Vì $A'O\perp(ABCD)$ nên

$$45^0=\widehat{AA',(ABCD)}=\widehat{AA',AO}=\widehat{A'AO}.$$

Suy ra tam giác $A'OA$ vuông cân tại O nên $A'O=AO=a$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'}=S_{ABCD}.A'O=a^3\sqrt{3}$ (đvtt). **Chọn D.**

Câu 58. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, suy ra $A'O\perp(ABCD)$.

Tam giác vuông $A'OA$, có $A'O=\sqrt{AA'^2-AO^2}=\sqrt{4a^2-2a^2}=a\sqrt{2}$.

Diện tích hình vuông $S_{ABCD}=4a^2$.

Vậy thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V_{ABCD.A'B'C'D'}=S_{\Delta ABCD}.A'O=4a^3\sqrt{2}$ (đvtt).

Chọn D.

Câu 59. Từ giả thiết suy ra ΔABD đều cạnh a.

Gọi H là tâm tam giác ABD, vì A' cách đều các điểm A, B, D nên $A'H\perp(ABD)$.

Do đó $60^0=\widehat{AA',(ABCD)}=\widehat{AA',HA}=\widehat{A'AH}$.

Ta có $OH = \frac{1}{3}AO = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

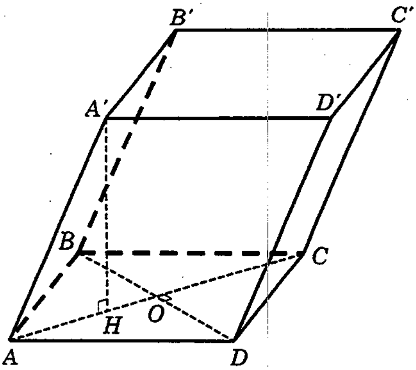
Tam giác vuông $A'AH$, có

$$A'H = AH.\tan\widehat{A'AH} = a.$$

Diện tích hình thoi $S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.A'H = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ (đvtt).

Chọn C.



Câu 60. Gọi H là chân đường cao hạ từ B trong ΔABC.

Theo giả thiết, suy ra $A'H \perp (ABC)$.

Tam giác vuông ABC, có

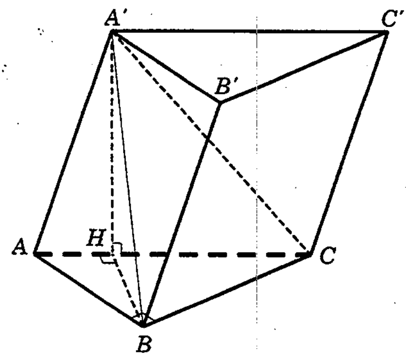
$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{3};\ AH = \frac{AB^2}{AC} = \frac{1}{2}.$$

Tam giác vuông $A'HA$, có

$$A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

Diện tích tam giác $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.A'H = \frac{\sqrt{21}}{4}$ (đvdt). **Chọn A.**



Câu 61. Gọi M là trung điểm BC, suy ra $AM \perp BC$ và $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi K là hình chiếu của A trên SM, suy ra $AK \perp SM$. (1)

Ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AK.$ (2)

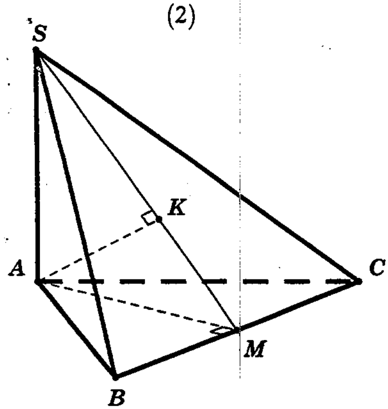
Từ (1) và (2), suy ra

$AK \perp (SBC)$ nên $d[A,(SBC)] = AK$.

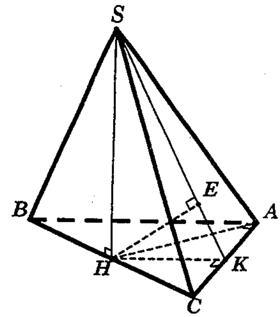
Trong ΔSAM, có

$$AK = \frac{SA.AM}{\sqrt{SA^2 + AM^2}} = \frac{3a}{\sqrt{15}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Vậy $d[A,(SBC)] = AK = \frac{a\sqrt{15}}{5}$. **Chọn A.**



Câu 62. Gọi H là trung điểm của BC, suy ra $SH \perp BC \Rightarrow SH \perp (ABC)$.



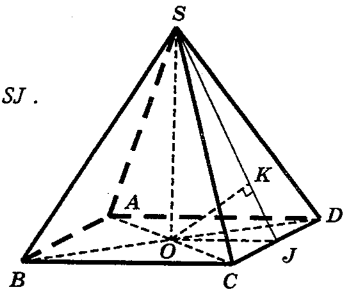
Gọi K là trung điểm AC, suy ra $HK \perp AC$.

Kẻ $HE \perp SK$ $(E \in SK)$.

Khi đó $d[B,(SAC)] = 2d[H,(SAC)]$

$$= 2HE = 2.\frac{SH.HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \frac{2a\sqrt{39}}{13}.$$ **Chọn C.**

Câu 63. Gọi O là tâm của đáy, suy ra $SO \perp (ABCD)$.



Ta có $d[A,(SCD)] = 2d[O,(SCD)]$.

Gọi J là trung điểm CD, suy ra $OJ \perp CD$.

Gọi K là hình chiếu của O trên SJ, suy ra $OK \perp SJ$.

Khi đó

$$d[O,(SCD)] = OK = \frac{SO.OJ}{\sqrt{SO^2 + OJ^2}} = \frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{30}}.$$

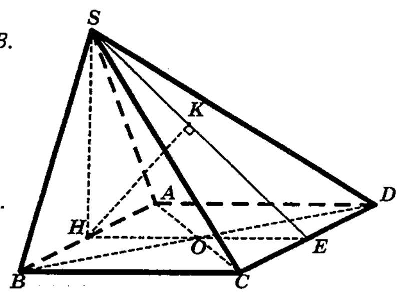
Vậy $d[A,(SCD)] = 2OK = \dfrac{2a\sqrt{7}}{\sqrt{30}}$. **Chọn B.**

Câu 64. Do $AD \parallel BC$ nên $d[D,(SBC)] = d[A,(SBC)]$.

Gọi K là hình chiếu của A trên SB, suy ra $AK \perp SB$.

Khi $d[A,(SBC)] = AK = \dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **Chọn C.**

Câu 65. Gọi H là trung điểm AB, suy ra $SH \perp AB$.



Do đó $SH \perp (ABCD)$.

Do $AH \parallel CD$ nên $d[A,(SCD)] = d[H,(SCD)]$.

Gọi E là trung điểm CD;

K là hình chiếu vuông góc của H trên SE.

Khi đó $d[H,(SCD)] = HK = \dfrac{SH.HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

Vậy $d[A,(SCD)] = HK = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$. **Chọn D.**

Câu 66. Do $AB \parallel CD$ nên $d[B,(SCD)] = d[A,(SCD)]$. Kẻ $AE \perp SD$ tại E.

Khi đó $d[A,(SCD)] = AE$. Trong tam giác vuông SAD, ta có:

$$AE = \frac{SA.AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$ Vậy $d[B,(SCD)] = AE = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **Chọn B.**

Câu 67. Ta có $d[O,(SBC)] = \frac{1}{2}d[A,(SBC)]$.

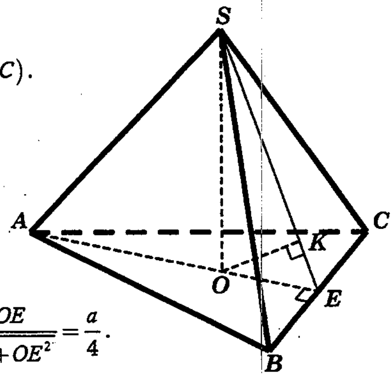
Gọi K là hình chiếu của A trên SB, suy ra $AK \perp SB$.

Khi đó $d[A,(SBC)] = AK$.

Trong tam giác vuông SAB, ta có $AK = \frac{SA.AB}{\sqrt{SA^2+AB^2}} = \frac{a\sqrt{285}}{19}$.

Vậy $d[O,(SBC)] = \frac{1}{2}AK = \frac{a\sqrt{285}}{38}$. **Chọn C.**

Câu 68. Gọi O là tâm của tam giác đều ABC.



Do hình chóp $S.ABC$ đều nên suy ra $SO \perp (ABC)$.

Ta có $d[A,(SBC)] = 3d[O,(SBC)]$.

Gọi E là trung điểm BC; Kẻ $OK \perp SE$.

Khi đó $d[O,(SBC)] = OK$.

Tính được $SO = \frac{a}{2}$ và $OE = \frac{1}{3}AE = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Trong tam giác vuông SOE, ta có $OK = \frac{SO.OE}{\sqrt{SO^2+OE^2}} = \frac{a}{4}$.

Vậy $d[A,(SBC)] = 3OK = \frac{3a}{4}$. **Chọn B.**

Câu 69. Xác định $60^0 = \widehat{SB,(ABCD)} = \widehat{SB,AB} = \widehat{SBA}$, suy ra $SA = AB.\tan\widehat{SBA} = a\sqrt{3}$.

Ta có $AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (SBC)$ nên $d[D,(SBC)] = d[A,(SBC)]$.

Kẻ $AK \perp SB$. Khi đó $d[A,(SBC)] = AK = \frac{SA.AB}{\sqrt{SA^2+AB^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d[D,(SBC)] = AK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **Chọn A.**

Câu 70. Xác định $60^0 = \widehat{SB,(ABCD)} = \widehat{SB,OB} = \widehat{SBO}$ và $SO = OB.\tan\widehat{SBO} = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Gọi M là trung điểm BC, kẻ $OK \perp SM$. Khi đó $d[O,(SBC)] = OK$.

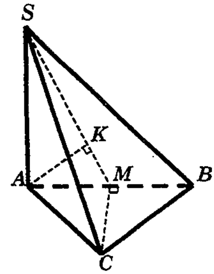
Trong tam giác vuông SOM, ta có $OK = \frac{SO.OM}{\sqrt{SO^2+OM^2}} = \frac{\sqrt{42}}{14}$.

Vậy $d[O,(SBC)] = OK = \frac{\sqrt{42}}{14}$. **Chọn D.**

Câu 71. Xác định $60^0 = \widehat{SB,(ABC)} = \widehat{SB,AB} = \widehat{SBA}$ và $SA = AB.\tan\widehat{SBA} = a.\sqrt{3} = a\sqrt{3}$.

Do M là trung điểm của cạnh AB nên $d[B,(SMC)] = d[A,(SMC)]$.

Kẻ $AK \perp SM$.



Khi đó $d[A,(SMC)] = AK$.

Trong tam giác vuông SAM, ta có

$$AK = \frac{SA.AM}{\sqrt{SA^2 + AM^2}} = \frac{a\sqrt{39}}{13}.$$

Vậy $d[B,(SMC)] = AK = \frac{a\sqrt{39}}{13}$. Chọn B.

Câu 72. Gọi O là trung điểm AC, suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Do đỉnh S cách đều các điểm A, B, C nên $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $d[M,(SBD)] = \frac{1}{2} d[C,(SBD)]$.

Kẻ $CE \perp BD$. Khi đó $d[C,(SBD)] = CE = \frac{CB.CD}{\sqrt{CB^2 + CD^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d[M,(SBD)] = \frac{1}{2} CE = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. Chọn A.

Câu 73. Ta có $d[E,(SAD)] = \frac{1}{2} d[C,(SAD)]$.

Gọi M là trung điểm AD, suy ra $ABCM$ là hình vuông $\Rightarrow CM \perp AD$.

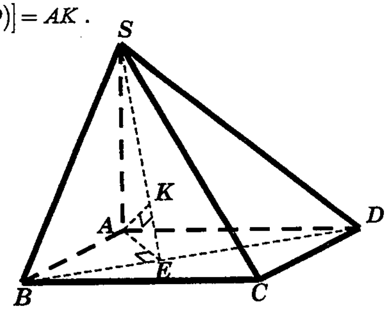
Do $\begin{cases} CM \perp AD \\ CM \perp SA \end{cases} \Rightarrow CM \perp (SAD)$ nên $d[C,(SAD)] = CM = AB = a\sqrt{3}$.

Vậy $d[E,(SAD)] = \frac{1}{2} CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Chọn C.

Câu 74. Xác định $60^0 = \widehat{SD,(ABCD)} = \widehat{SD,AD} = \widehat{SDA}$ và $SA = AD.\tan\widehat{SDA} = 2a\sqrt{3}$.

Ta có $d[C,(SBD)] = d[A,(SBD)]$.

Kẻ $AE \perp BD$ và kẻ $AK \perp SE$. Khi đó $d[A,(SBD)] = AK$.



Trong tam giác vuông BAD, ta có

$$AE = \frac{AB.AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

Trong tam giác vuông SAE, ta có

$$AK = \frac{SA.AE}{\sqrt{SA^2 + AE^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $d[C,(SBD)] = AK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Chọn A.

Câu 75. Kẻ $AE \perp BD$, kẻ $AK \perp SE$.

Khi đó $d[A,(SBD)] = AK$.

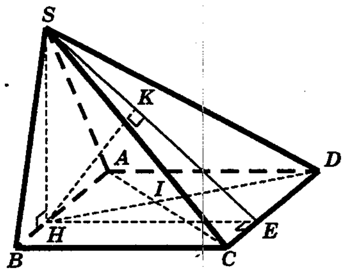
Trong tam giác vuông ABD, ta có $AE = \dfrac{AB.AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Trong tam giác vuông SAE, ta có $AK = \dfrac{SA.AE}{\sqrt{SA^2 + AE^2}} = \dfrac{2}{3}$.

Vậy $d\left[A,(SBD)\right] = AK = \dfrac{2}{3}$. **Chọn A.**

Câu 76. Tam giác HAD, ta có AI là phân giác nên $\dfrac{ID}{IH} = \dfrac{AD}{AH} = \dfrac{3}{2}$.

Suy ra $\dfrac{ID}{HD} = \dfrac{3}{5}$.



Do đó $d\left[I,(CSD)\right] = \dfrac{ID}{HD}.d\left[H,(CSD)\right] = \dfrac{3}{5}.d\left[H,(CSD)\right]$.

Kẻ $HE \perp CD$, kẻ $HK \perp SE$.

Khi đó $d\left[H,(CSD)\right] = HK$.

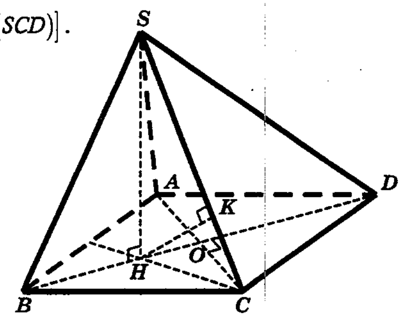
Trong tam giác vuông SHE, ta có

$$HK = \frac{SH.HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \frac{SH.BC}{\sqrt{SH^2 + BC^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{11}.$$

Vậy $d\left[I,(CSD)\right] = \dfrac{3}{5}.HK = \dfrac{3a\sqrt{21}}{55}$. **Chọn D.**

Câu 77. Xác định $30^0 = \widehat{SD,(ABCD)} = \widehat{SD,HD} = \widehat{SDH}$ và $SH = HD.\tan\widehat{SDH} = \dfrac{2a}{3}$.

Ta có $d\left[B,(SCD)\right] = \dfrac{BD}{HD}.d\left[H,(SCD)\right] = \dfrac{3}{2}.d\left[H,(SCD)\right]$.



Ta có $HC \perp AB \Rightarrow HC \perp CD$.

Kẻ $HK \perp SC$.

Khi đó $d\left[H,(SCD)\right] = HK$.

Trong tam giác vuông SHC, ta có

$$HK = \frac{SH.HC}{\sqrt{SH^2 + HC^2}} = \frac{2a\sqrt{21}}{21}.$$

Vậy $d\left[B,(SCD)\right] = \dfrac{3}{2}HK = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **Chọn B.**

Câu 78. Gọi M là trung điểm AD, suy ra $ABCM$ là hình vuông.

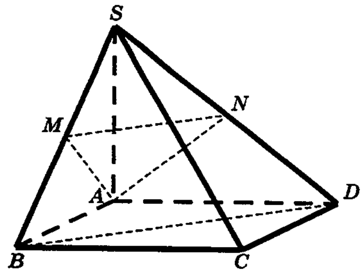
Do đó $CM = MA = \dfrac{AD}{2}$ nên tam gác ACD vuông tại C.

Kẻ $AK \perp SC$. Khi đó $d\left[A,(SCD)\right] = AK = \dfrac{SA.AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **Chọn C.**

Câu 79. Thể tích khối chóp $V_{S.ABD} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABD}.SA = \frac{2a^3}{3}$.

Vì $S_{\Delta SMN} = \frac{1}{4} S_{\Delta SBD}$ nên $V_{A.SMN} = \frac{1}{4} V_{A.SBD} = \frac{a^3}{6}$.

Ta có AM, AN là các đường trung tuyến trong tam giác vuông, MN là đường trung bình



Nên tính được

$AM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $AN = a\sqrt{2}$, $MN = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

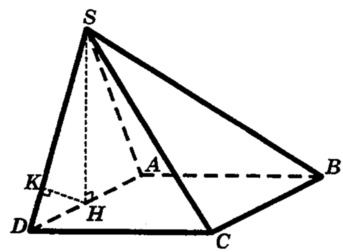
Từ đó tính được $S_{\Delta AMN} = \frac{a^2\sqrt{6}}{4}$.

Vậy $d[S,(AMN)] = \frac{3V_{S.AMN}}{S_{\Delta AMN}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. **Chọn A.**

Câu 80. Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$, suy ra $AI \perp BD$.

Kẻ $AK \perp A'I$. Khi đó $d[A,(BDA')] = AK = \frac{AA'.AI}{\sqrt{AA'^2 + AI^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. **Chọn B.**

Câu 81. Gọi H là trung điểm AD.



Suy ra $SH \perp AD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Đặt $SH = x$.

Ta có $V = \frac{1}{3}.x.\left(a\sqrt{2}\right)^2 = \frac{4}{3}a^3 \Rightarrow x = 2a$.

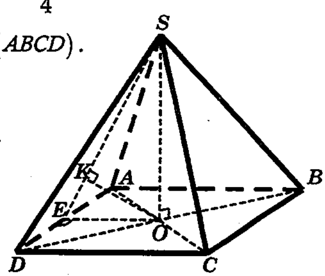
Ta có $d[B,(SCD)] = d[A,(SCD)]$

$= 2d[H,(SCD)] = 2HK = \frac{4a}{3}$. **Chọn B.**

Câu 82. Ta có $d[AD,SC] = d[AD,(SBC)] = d[A,(SBC)]$.

Kẻ $AK \perp SB$. Khi đó $d[A,(SBC)] = AK = \frac{SA.AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. **Chọn A.**

Câu 83. Gọi O là tâm hình vuông $S.ABCD$, suy ra $SO \perp (ABCD)$.



Đặt $SO = x$.

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}a^2.x = \frac{a^3\sqrt{2}}{6} \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

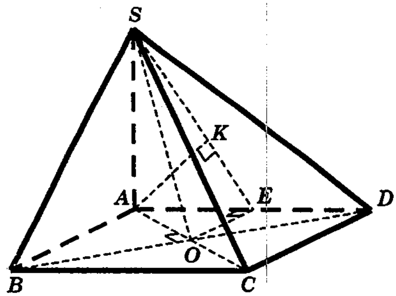
Ta có $BC \parallel AD$ nên $BC \parallel (SAD)$. Do đó

$d[BC,SA] = d[BC,(SAD)] = d[B,(SAD)] = 2d[O,(SAD)]$.

Kẻ $OK \perp SE$.

Khi đó $d[O,(SAD)] = OK = \frac{SO.OE}{\sqrt{SO^2 + OE^2}} = \frac{a}{\sqrt{6}}$. Vậy $d[BC,SA] = 2OK = \frac{2a}{\sqrt{6}}$. **Chọn C.**

Câu 84. Ta có $\Delta SAB = \Delta SAD$ $(c-g-c)$, suy ra $SB = SD$.



Lại có $\widehat{SBD} = 60^0$, suy ra

ΔSBD đều cạnh $SB = SD = BD = a\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông SAB, ta có

$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a$.

Gọi E là trung điểm AD, suy ra

$OE \parallel AB$ và $AE \perp OE$.

Do đó

$d[AB,SO] = d[AB,(SOE)] = d[A,(SOE)]$.

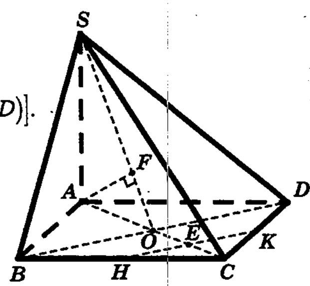
Kẻ $AK \perp SE$.

Khi đó $d[A,(SOE)] = AK = \dfrac{SA.AE}{\sqrt{SA^2 + AE^2}} = \dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **Chọn D.**

Câu 85. Ta có $BD \perp (SAC)$. Kẻ $OK \perp SA$.

Khi đó $d[SA,BD] = \dfrac{SO.OA}{\sqrt{SO^2 + OA^2}} = \dfrac{\sqrt{30}}{5}$. **Chọn B.**

Câu 86. Gọi $E = HK \cap AC$.



Do $HK \parallel BD$ nên

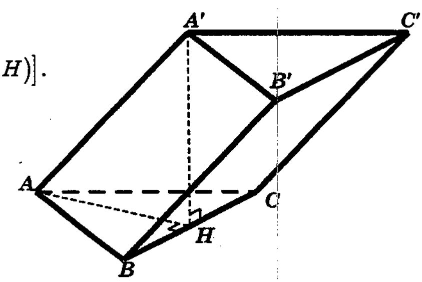
$d[HK,SD] = d[HK,(SBD)] = d[E,(SBD)] = \dfrac{1}{2}d[A,(SBD)]$.

Kẻ $AF \perp SO$.

Khi đó $d[A,(SBD)] = AF = \dfrac{SA.AO}{\sqrt{SA^2 + AO^2}} = \dfrac{2a}{3}$.

Vậy $d[HK,SD] = \dfrac{1}{2}AF = \dfrac{a}{3}$. **Chọn A.**

Câu 87. Do $BB' \parallel AA'$ nên



$d[BB',A'H] = d[BB',(AA'H)] = d[B,(AA'H)]$.

Ta có $\begin{cases} BH \perp AH \\ BH \perp A'H \end{cases} \Rightarrow BH \perp (AA'H)$ nên

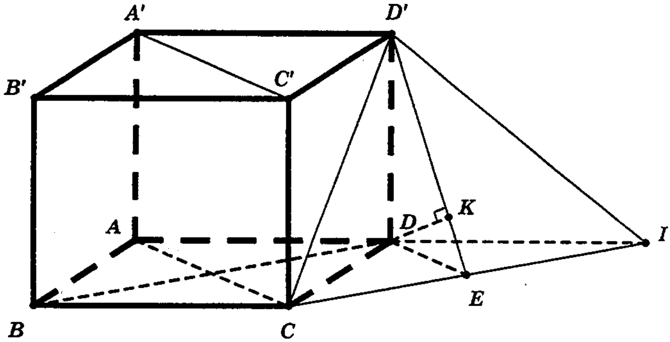
$d[B,(AA'H)] = BH = \dfrac{BC}{2} = a$.

Vậy $d[BB',A'H] = a$. **Chọn B.**

Câu 88. Gọi I là điểm đối xứng của A qua D, suy ra $BCID$ là hình bình hành nên $BD \parallel CI$.

Do đó $d[BD,CD'] = d[BD,(CD'I)] = d[D,(CD'I)]$.

Kẻ $DE \perp CI$ tại E, kẻ $DK \perp D'E$. Khi đó $d[D,(CD'I)] = DK$.



Xét tam giác IAC, ta có $DE \parallel AC$ (do cùng vuông góc với CI) và có D là trung điểm của AI nên suy ra DE là đường trung bình của tam giác. Suy ra $DE = \frac{1}{2}AC = a.$

Tam giác vuông $D'DE$, có $DK = \frac{D'D.DE}{\sqrt{D'D^2 + DE^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **Chọn C.**

Câu 89. Do $AB \parallel CD$ nên $d[SD, AB] = d[AB,(SCD)] = d[A,(SCD)] = \frac{4}{3}d[H,(SCD)]$.

Kẻ $HE \perp CD$, kẻ $HL \perp SE$.

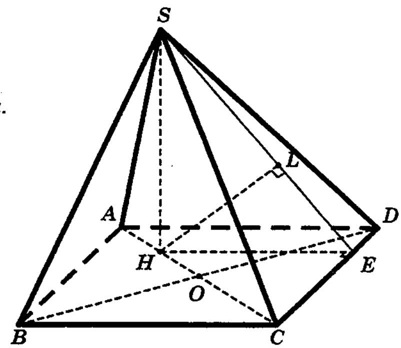
Tính được

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a\sqrt{2},\ HE = \frac{3}{4}AD = 3a.$$

Khi đó

$$d[H,(SCD)] = HL = \frac{SH.HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \frac{3a\sqrt{2}}{\sqrt{11}}.$$

Vậy $d[SD, AB] = \frac{4}{3}HL = \frac{4a\sqrt{22}}{11}$. **Chọn A.**



Câu 90. Gọi P là trung điểm CD và $E = NP \cap AC$, suy ra $PN \parallel BD$ nên $BD \parallel (MNP)$.

Do đó $d[BD, MN] = d[BD,(MNP)] = d[O,(MNP)] = \frac{1}{3}d[A,(MNP)]$.

Kẻ $AK \perp ME$.

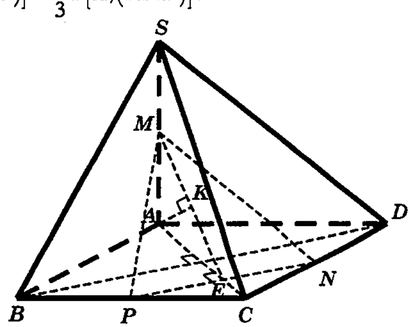
Khi đó

$$d[A,(MNP)] = AK.$$

Tính được

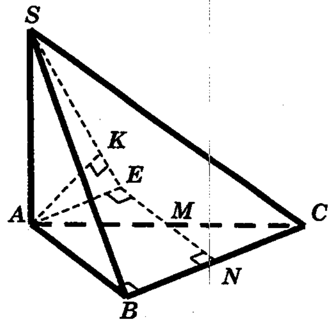
$$SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = 10\sqrt{3} \Rightarrow MA = 5\sqrt{3};$$

$$AE = \frac{3}{4}AC = \frac{15\sqrt{2}}{2}.$$



Tam giác vuông MAE, có $AK = \dfrac{MA.AE}{\sqrt{MA^2 + AE^2}} = 3\sqrt{5}$.

Vậy $d[BD, MN] = \dfrac{1}{3}AK = \sqrt{5}$. **Chọn B.**



Câu 91. Xác định $60^0 = \widehat{SC,(ABC)} = \widehat{SC,AC} = \widehat{SCA}$

và $SA = AC.\tan\widehat{SCA} = 5a\sqrt{3}$.

Gọi N là trung điểm BC, suy ra $MN \parallel AB$.

Lấy điểm E đối xứng với N qua M,

suy ra $ABNE$ là hình chữ nhật.

Do đó $d[AB, SM] = d[AB,(SME)] = d[A,(SME)]$.

Kẻ $AK \perp SE$.

Khi đó $d[A,(SME)] = AK = \dfrac{SA.AE}{\sqrt{SA^2 + AE^2}} = \dfrac{10a\sqrt{3}}{\sqrt{79}}$. **Chọn D.**

Câu 92. Gọi I là trung điểm của AD nên suy ra $SI \perp AD \Rightarrow SI \perp (ABCD)$.

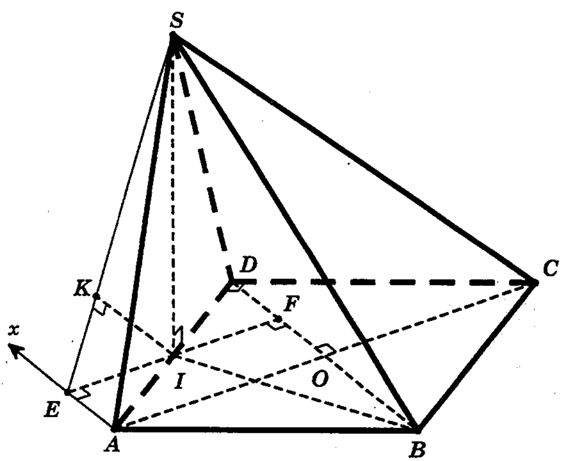
Kẻ $Ax \parallel BD$. Do đó $d[BD, SA] = d[BD,(SAx)] = d[D,(SAx)] = 2d[I,(SAx)]$.

Kẻ $IE \perp Ax$, kẻ $IK \perp SE$. Khi đó $d[I,(SAx)] = IK$.

Gọi F là hình chiếu của I trên BD, ta có $IE = IF = \dfrac{AO}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Tam giác vuông SIE, có $IK = \dfrac{SI.IE}{\sqrt{SI^2 + IE^2}} = \dfrac{a\sqrt{21}}{14}$.

Vậy $d[BD, SA] = 2IK = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **Chọn C.**



Câu 93. Xác định $60^0 = \widehat{SC,(ABCD)} = \widehat{SC,AC} = \widehat{SCA}$ và $SA = AC.\tan\widehat{SCA} = a\sqrt{6}$.

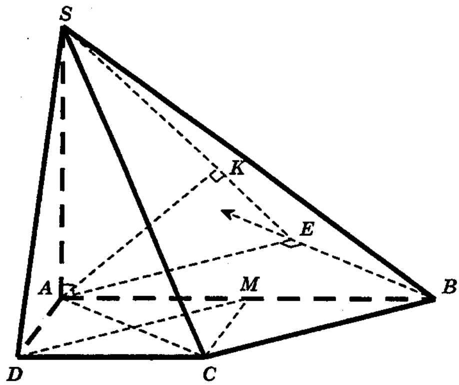
Gọi M là trung điểm AB, suy ra $ADCM$ là hình vuông nên $CM = AD = a$.

Xét tam giác ACB, ta có trung tuyến $CM = a = \frac{1}{2}AB$ nên tam giác ACB vuông tại C.

Lấy điểm E sao cho $ACBE$ là hình chữ nhật, suy ra $AC \parallel BE$.

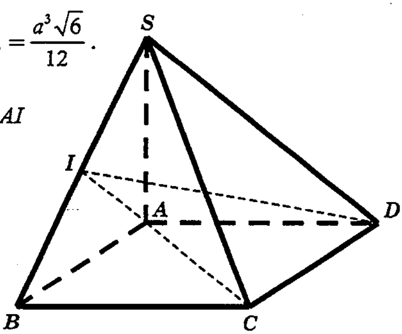
Do đó $d[AC,SB] = d[AC,(SBE)] = d[A,(SBE)]$. Kẻ $AK \perp SE$.

Khi đó $d[A,(SBE)] = AK = \frac{SA.AE}{\sqrt{SA^2 + AE^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. **Chọn A.**



Câu 94. Xác định $60^0 = \widehat{SC,(ABCD)} = \widehat{SC,AC} = \widehat{SCA}$ và $SA = AC.\tan\widehat{SCA} = a\sqrt{6}$.

Ta có $d[S,(ADI)] = \frac{3.V_{S.ADI}}{S_{\Delta ADI}} = \frac{a\sqrt{42}}{7}$.



- $\frac{V_{S.AID}}{V_{S.ABD}} = \frac{SI}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.AID} = \frac{1}{2}V_{S.ABD} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.
- Ta có $\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SA \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp AI$

hay tam giác AID vuông tại A.

Trong tam giác vuông SAB, ta có

$$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{7}.$$

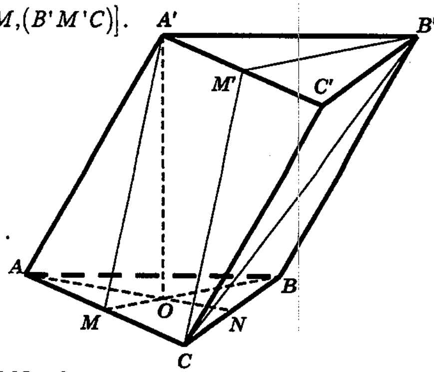
Suy ra $AI = \frac{1}{2}SB = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Diện tích tam giác ADI là $S_{\Delta ADI} = \frac{1}{2}AD.AI = \frac{a^2\sqrt{7}}{4}$.

Vậy $d[S,(ADI)] = \frac{3.V_{S.ADI}}{S_{\Delta ADI}} = \frac{a\sqrt{42}}{7}$. **Chọn C.**

Câu 95. Gọi M' là trung điểm $A'C'$, suy ra $BM \parallel B'M'$ nên $BM \parallel (B'M'C)$.

Do đó $d[BM, B'C] = d[BM, (B'M'C)] = d[M, (B'M'C)]$.



Ta có $MC \perp MB$, suy ra $MC \perp M'B'$. (1)

Theo cách dựng thì $A'M'CM$ là hình bình hành nên $A'M \parallel M'C$.

Mà

$$\begin{cases} MC \perp BM \\ MC \perp A'O \end{cases} \Rightarrow MC \perp A'BM \Rightarrow MC \perp A'M.$$

Từ đó suy ra $MC \perp M'C$. (2)

Từ (2) và (2), suy ra

$MC \perp (B'M'C)$ nên $d[M, (B'M'C)] = MC = 2$.

Chọn A.

Câu 96. Do $SA \perp (ABCD)$ nên $\widehat{SC,(ABD)} = \widehat{SC,(ABCD)} = \widehat{SC,AC} = \widehat{SCA}$.

Xét tam giác vuông SAC, ta có $\tan\widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{SA}{\sqrt{AB^2 + BC^2}} = \sqrt{3}$.

Suy ra $\widehat{SCA} = 60^0$. **Chọn C.**

Câu 97. Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của SO trên mặt đáy $(ABCD)$ là AO.

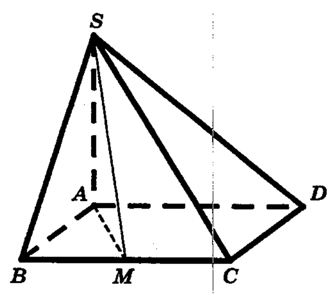
Do đó $\widehat{(SO,(ABCD))} = \widehat{(SO,OA)} = \widehat{SOA}$.

Trong tam giác vuông SAO, ta có $\tan\widehat{SOA} = \dfrac{SA}{OA} = 2\sqrt{2}$.

Vậy SO hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc nhọn φ thỏa mãn $\tan\varphi = 2\sqrt{2}$. **Chọn A.**

Câu 98. Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của SM trên mặt đáy $(ABCD)$ là AM.

Do đó $\widehat{SM,(ABCD)} = \widehat{(SM,AM)} = \widehat{SMA}$.



Trong tam giác vuông ABM, ta có

$AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Trong tam giác vuông SAM, ta có:

$\tan\widehat{SMA} = \dfrac{SA}{AM} = \sqrt{3}$.

Suy ra $\widehat{SMA} = 60^0$.

Vậy SM tạo với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 60^0. **Chọn C.**

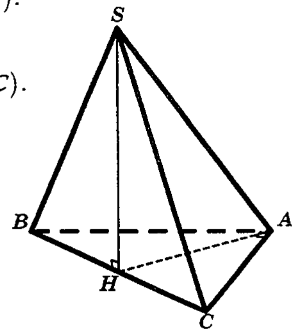
Câu 99. Gọi O là tâm mặt đáy $(ABCD)$, suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Vì $SO \perp (ABCD)$, suy ra OA là hình chiếu của SA trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Do đó $\left(\widehat{SA,(ABCD)}\right)=\left(\widehat{SA,AO}\right)=\widehat{SAO}$.

Tam giác vuông SOA, có $\tan\widehat{SAO}=\dfrac{SO}{AO}=\dfrac{\sqrt{SB^2-BO^2}}{AO}=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. Chọn D.

Câu 100. Gọi H là trung điểm của BC, suy ra $SH\perp(ABC)$.



Vì $SH\perp(ABC)$

nên HA là hình chiếu của SA trên mặt phẳng (ABC).

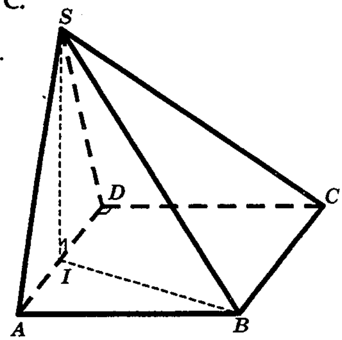
Do đó $\left(\widehat{SA,(ABC)}\right)=\left(\widehat{SA,AH}\right)=\widehat{SAH}$.

- Tam giác SBC đều cạnh $2a$ nên $SH=a\sqrt{3}$.
- Tam giác ABC vuông tại A nên $AH=\dfrac{1}{2}BC=a$.

Tam giác vuông SAH, có:

$\tan\widehat{SAH}=\dfrac{SH}{AH}=\sqrt{3}$, suy ra $\widehat{SAH}=60^0$. Chọn C.

Câu 101. Gọi I là trung điểm của AD, suy ra $SI\perp AD$.



Vì $SI\perp(ABCD)$, suy ra IB là hình chiếu vuông góc của SB trên $(ABCD)$.

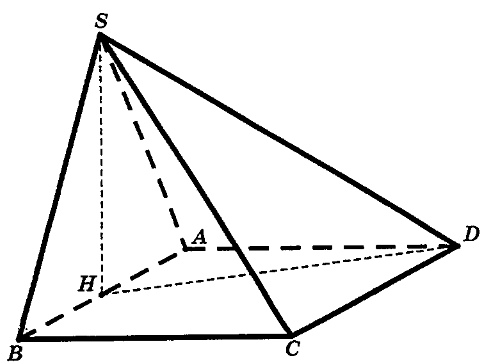
Do đó $\widehat{SB,(ABCD)}=\left(\widehat{SB,IB}\right)=\widehat{SBI}$.

- SI là đường cao trong tam giác đều nên $SI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.
- $IB=\sqrt{AI^2+AB^2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Tam giác vuông SIB tại I, có $\tan\widehat{SBI}=\dfrac{SI}{IB}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$. Chọn B.

Câu 102. Gọi H là trung điểm AB, suy ra $SH\perp AB\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

Vì $SH\perp(ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của SD trên mặt đáy $(ABCD)$ là HD.



Do đó $\widehat{SD,(ABCD)}=\left(\widehat{SD,HD}\right)=\widehat{SDH}$.

- Tam giác SAB đều cạnh a nên

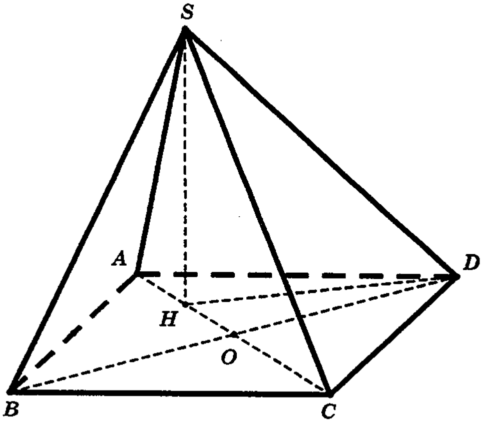
$SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

- $HD=\sqrt{AH^2+AB^2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Tam giác vuông SHD, có

$\cot\widehat{SDH}=\dfrac{DH}{SH}=\dfrac{5}{\sqrt{15}}$. Chọn A.

Câu 103. Vì $SH \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của SD trên mặt phẳng $(ABCD)$ là HD.

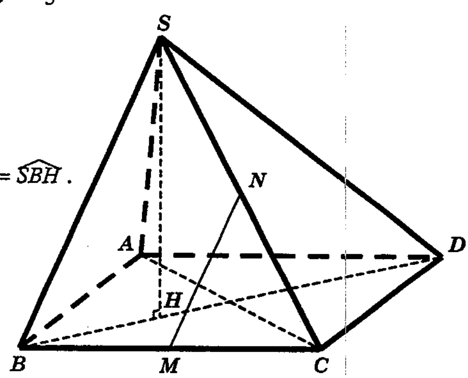


Do đó $\widehat{SD,(ABCD)} = \widehat{(SD,HD)} = \widehat{SDH}$.

- Tính được $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a\sqrt{2}$.
- Trong tam giác ADH, có $DH = \sqrt{AH^2 + AD^2 - 2AH.AD.\cos 45^0} = a\sqrt{10}$.

Tam giác vuông SHD, có $\tan\widehat{SDH} = \dfrac{SH}{HD} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **Chọn C.**

Câu 104. Ta có $MN \parallel SB$.



Do đó $\widehat{MN,(ABCD)} = \widehat{SB,(ABCD)}$.

Do $SH \perp (ABCD)$ nên

$$\widehat{MN,(ABCD)} = \widehat{SB,(ABCD)} = \widehat{SB,HB} = \widehat{SBH}.$$

Ta có $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a$;

$$BH = \frac{BD}{3} = \frac{2a}{3}.$$

Tam giác SHB, có

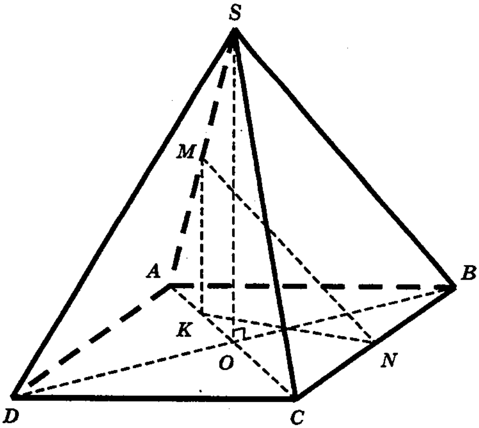
$$\tan\widehat{SBH} = \frac{SH}{BH} = \frac{3}{4}.$$ **Chọn B.**

Câu 105. Kẻ $MK \parallel SO$, do $SO \perp (ABCD)$, suy ra $MK \perp (ABCD)$.

Do đó $\widehat{MN,(ABCD)} = \widehat{MN,NK} = \widehat{MNK}$. Ta có $CK = \dfrac{3}{4}CA = \dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$.

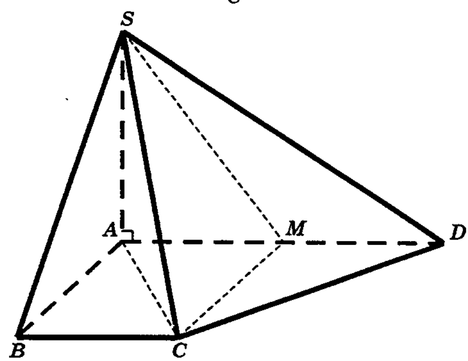
Tam giác CNK, có $\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \cos 45^0 = \dfrac{CN^2 + CK^2 - KN^2}{2CN.CK} \Rightarrow KN = \dfrac{a\sqrt{10}}{4}$.

Tam giác vuông MNK, có $\cos\widehat{MNK} = \dfrac{NK}{MN} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{MNK} = 60^0$. **Chọn C.**



Câu 106. Gọi M là trung điểm AD, suy ra $ABCM$ là hình vuông nên $CM \perp AD$.

Ta có $\begin{cases} CM \perp AD \\ CM \perp SA \end{cases} \Rightarrow CM \perp (SAD)$.



Suy ra hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng (SAD) là SM.

Do đó $\widehat{SC,(SAD)} = \widehat{SC,SM} = \widehat{CSM}$.

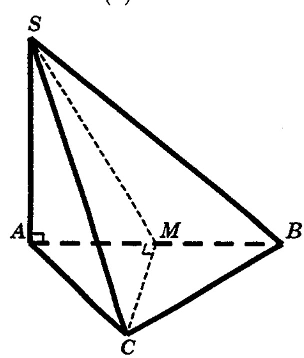
Tam giác vuông SMC, có:

$$\tan\widehat{CSM} = \frac{CM}{SM} = \frac{AB}{\sqrt{SA^2 + AM^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$, suy ra $\widehat{CSM} = 30^0$. **Chọn A.**

Câu 107. Gọi M là trung điểm AB, suy ra $CM \perp AB$. (1)

Hơn nữa $SA \perp (ABC)$ suy ra $SA \perp CM$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $CM \perp (SAB)$.



Do đó hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng (SAB) là SM.

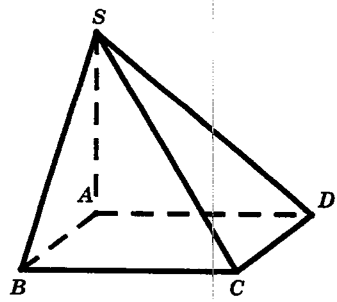
Suy ra $\widehat{SC,(SAB)} = \widehat{SC,SM} = \widehat{CSM}$.

Ta có $CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $AM = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$.

Tam giác vuông SMC, có

$$\sin\widehat{CSM} = \frac{CM}{SC} = \frac{CM}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{\sqrt{15}}{10}$$. **Chọn D.**

Câu 108. Ta có $\begin{cases} BA \perp AD \\ BA \perp SA \end{cases} \Rightarrow BA \perp (SAD)$.



Suy ra hình chiếu vuông góc của SB trên mặt phẳng (SAD) là SA.

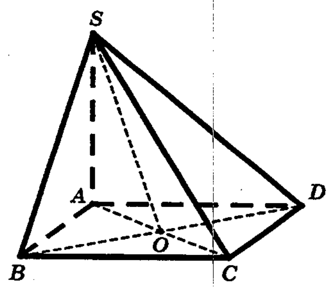
Do đó $\widehat{SB,(SAD)} = \widehat{(SB,SA)} = \widehat{BSA}$.

Tam giác vuông SAB, ta có

$$\cos\widehat{BSA} = \frac{SB}{SA} = \frac{SA}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$ **Chọn B.**

Câu 109. Xác định $45^0 = \widehat{SC,(ABCD)} = \widehat{SC,AC} = \widehat{SCA}$, suy ra $SA = AC = 2a\sqrt{2}$.

Gọi $O = AC \cap BD$, ta có $\begin{cases} DO \perp AC \\ DO \perp SA \end{cases} \Rightarrow DO \perp (SAC)$ nên hình chiếu vuông góc của SD trên mặt phẳng (SAC) là SO.



Do đó $\widehat{SD,(SAC)} = \widehat{SD,SO} = \widehat{DSO}$.

Ta có $DO = \frac{1}{2}BD = a\sqrt{2}$;

$$SO = \sqrt{SA^2 + AO^2} = \sqrt{SA^2 + DO^2} = a\sqrt{10}.$$

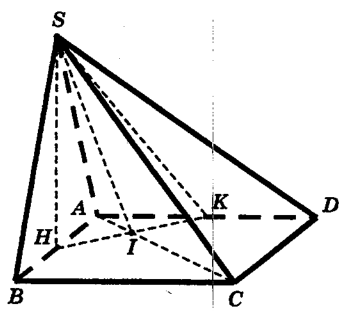
Tam giác vuông SOD, có $\tan\widehat{DSO} = \frac{OD}{OS} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Chọn A.

Câu 110. Gọi $I = HK \cap AC$.

Do H, K lần lượt là trung điểm của AB và AD nên $HK \parallel BD$.

Suy ra $HK \perp AC$.



Lại có $AC \perp SH$ nên suy ra $AC \perp (SHK)$.

Do đó $\widehat{(SA,(SHK))} = \widehat{(SA,SI)} = \widehat{ASI}$.

Tam giác SIA vuông tại I, có

$$\tan\widehat{ASI} = \frac{AI}{SI} = \frac{\frac{1}{4}AC}{\sqrt{SA^2 - AI^2}} = \frac{\sqrt{7}}{7}.$$

Chọn C.

Câu 111. Vì $AA' \perp (ABCD)$ nên $\widehat{A'C,(ABCD)} = \widehat{(A'C,AC)} = \widehat{A'CA}$.

Trong tam giác vuông $A'AC$, ta có $\tan\widehat{A'CA} = \frac{AA'}{AC} = \frac{2a}{2a} = 1$.

Vậy $A'C$ tạo với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ một góc 45^0.

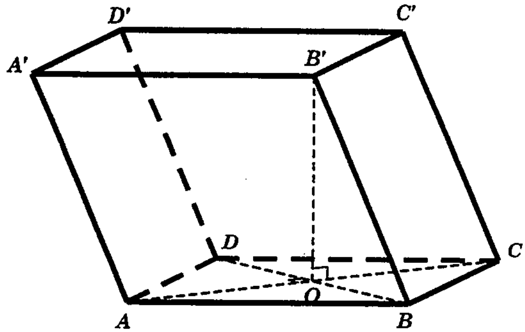
Chọn B.

Câu 112. Gọi $O = AC \cap BD$. Theo giả thiết $B'O \perp (ABCD)$.

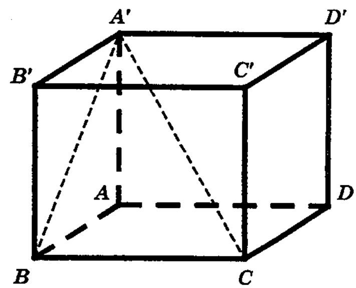
Do đó $\widehat{BB',(ABCD)} = \widehat{BB',BO} = \widehat{B'BO}$.

Từ giả thiết suy ra tam giác ABD đều cạnh a, suy ra $BO = \frac{1}{2}BD = \frac{a}{2}$.

Tam giác vuông $B'BO$, có $\cos\widehat{B'BO} = \frac{BO}{BB'} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{B'BO} = 60^0$. **Chọn C.**



Câu 113. Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'B'B)$.



Do đó $\widehat{A'C,(AA'B'B)} = \widehat{(A'C,A'B)} = \widehat{CA'B}$.

Vì $BC \perp (AA'B'B)$

$\Rightarrow BC \perp BA'$ nên tam giác $A'BC$ vuông tại B.

Tam giác vuông $A'BC$, có

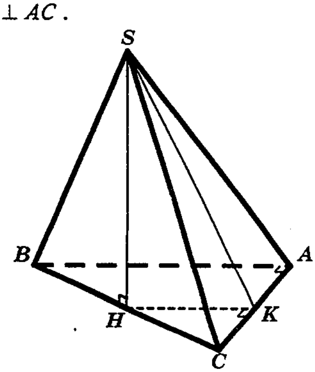
$$\tan\widehat{CA'B} = \frac{BC}{A'B} = \frac{BC}{\sqrt{AA'^2 + AB^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Vậy $A'C$ tạo với mặt phẳng $(AA'B'B)$ một góc 30^0. **Chọn A.**

Câu 114. Gọi H là trung điểm của BC, suy ra $SH \perp BC \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Gọi K là trung điểm AC, suy ra $HK \parallel AB$ nên $HK \perp AC$.

Ta có $\begin{cases} AC \perp HK \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SHK) \Rightarrow AC \perp SK.$



Do đó $\widehat{(SAC),(ABC)} = \widehat{(SK,HK)} = \widehat{SKH}.$

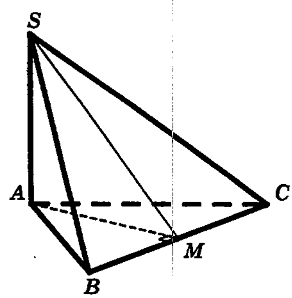
Tam giác vuông ABC, ta có

$$AB = BC.\cos\widehat{ABC} = a \Rightarrow HK = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}.$$

Tam giác vuông SHK, ta có

$\tan\widehat{SKH} = \frac{SH}{HK} = 2\sqrt{3}$. **Chọn B.**

Câu 115. Gọi M là trung điểm của BC, suy ra $AM \perp BC$.



Ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM$.

Do đó $\widehat{(SBC),(ABC)} = \widehat{(SM,AM)} = \widehat{SMA}$.

Tam giác ABC đều cạnh a,

suy ra trung tuyến $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác vuông SAM, có

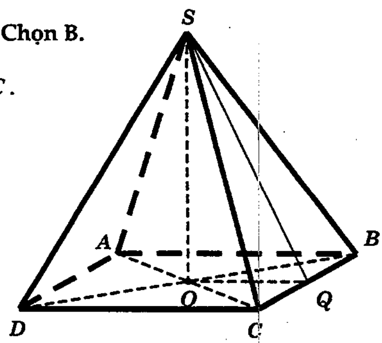
$$\sin\widehat{SMA} = \frac{SA}{SM} = \frac{SA}{\sqrt{SA^2 + AM^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$ **Chọn D.**

Câu 116. Ta có $AD \perp CD$; $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$.

Do đó $\widehat{(SCD),(ABCD)} = \widehat{(SD,AD)} = \widehat{SDA}$.

Tam giác vuông SAD, có $\cot\widehat{SDA} = \dfrac{AD}{SA} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **Chọn B.**

Câu 117. Gọi Q là trung điểm BC, suy ra $OQ \perp BC$.



Ta có $\begin{cases} BC \perp OQ \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOQ) \Rightarrow BC \perp SQ$.

Do đó $\widehat{(SBC),(ABCD)} = \widehat{SQ,OQ} = \widehat{SQO}$.

Tam giác vuông SOQ, ta có

$$\tan\widehat{SQO} = \frac{SO}{OQ} = \sqrt{3}.$$

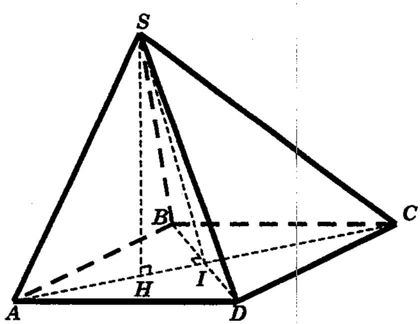
Vậy mặt phẳng (SBC) hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 60^0. **Chọn B.**

Câu 118. Từ giả thiết suy ra tam giác ABD đều cạnh a.

Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$. Do $SA = SB = SD$ nên suy ra H cách đều các đỉnh của tam giác ABD hay H là tâm của tam gác đều ABD.

Suy ra $HI = \dfrac{1}{3}AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$

và $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \dfrac{a\sqrt{15}}{6}$.



Vì $ABCD$ là hình thoi nên $HI \perp BD$.

Tam giác SBD cân tại S nên $SI \perp BD$.

Do đó $\widehat{(SBD),(ABCD)} = \widehat{SI,AI} = \widehat{SIH}$.

Trong tam vuông SHI, ta có

$$\tan\widehat{SIH} = \frac{SH}{HI} = \sqrt{5}.$$ **Chọn A.**

Câu 119. Kẻ $HE \perp CD$.

Ta có $\begin{cases} CD \perp HE \\ CD \perp SH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHE) \Rightarrow CD \perp SE$.

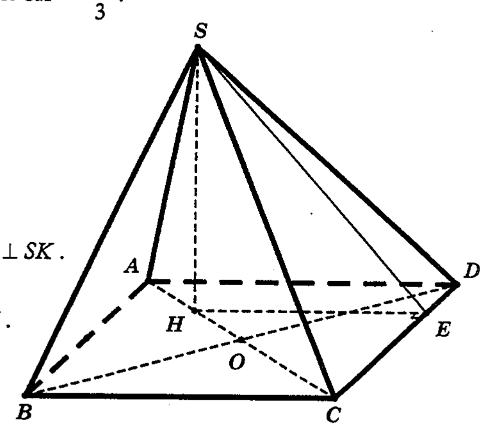
Do đó $\widehat{(SCD),(ABCD)} = \widehat{(SE,HE)} = \widehat{SEH}$.

Ta có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a\sqrt{2}$.

Trong tam giác ACD, có $\dfrac{HE}{AD} = \dfrac{CH}{CA} = \dfrac{3}{4} \Rightarrow HE = \dfrac{3}{4}AD = 3a$.

Tam giác vuông SHE, có $\tan\widehat{SEH} = \dfrac{SH}{HE} = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **Chọn D.**

Câu 120. Kẻ $SH \perp BC \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ nên $SH = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.



Kẻ $HK \perp BD$, suy ra $HK \parallel CO$ nên

$$\frac{HK}{CO} = \frac{BH}{BC} = \frac{SB^2}{BC^2} = \frac{2}{3}.$$

Suy ra $HK = \dfrac{2}{3}CO = \dfrac{2}{3}\dfrac{AC}{2} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Ta có $\begin{cases} DB \perp HK \\ DB \perp SH \end{cases} \Rightarrow DB \perp (SHK) \Rightarrow DB \perp SK$.

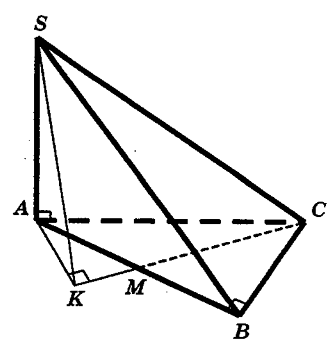
Do đó $\widehat{(SBD),(ABCD)} = \widehat{HK,SK} = \widehat{SKH}$.

Tam giác vuông SHK, có

$$\tan\widehat{SKH} = \frac{SH}{HK} = 1.$$

Suy ra $\widehat{SKH} = 45^0$. **Chọn B.**

Câu 121. Kẻ $AK \perp MC$ $(K \in MC)$.



Ta có $\left.\begin{matrix} MC \perp AK \\ MC \perp SA \end{matrix}\right\} \Rightarrow MC \perp (SAK) \Rightarrow MC \perp SK$.

Do đó $\widehat{(SMC),(ABC)} = \widehat{SK,AK} = \widehat{SKA}$.

Ta có $\Delta MKA \backsim \Delta MBC$ nên $\dfrac{MA}{KA} = \dfrac{MC}{BC}$ suy ra

$$KA = \frac{MA.BC}{MC} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}.$$

Tam giác vuông SAK, có $\tan\widehat{SKA} = \dfrac{SA}{AK} = \dfrac{\sqrt{13}}{4}$. **Chọn B.**

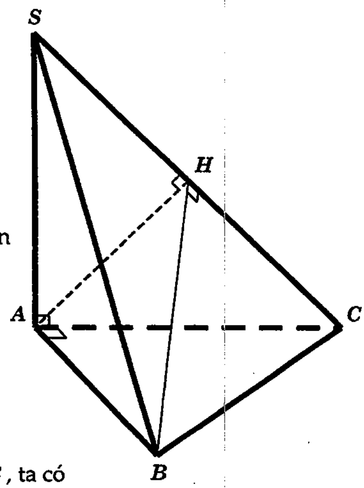
Câu 122. Gọi $I = AC \cap BD$.

Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (ACC'A') \Rightarrow BD \perp A'I$.

Do đó $\widehat{(BDA'),(ABCD)} = \widehat{A'I, AC} = \widehat{A'IA}$.

Tam giác vuông $AA'I$, có $\cos\widehat{A'IA} = \dfrac{AI}{A'I} = \dfrac{AI}{\sqrt{AA'^2 + AI^2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Chọn A.

Câu 123. Gọi H là trung điểm SC.



Tam giác SAC có $SA = AC = a$ nên suy ra $AH \perp SC$.

Tam giác SBC có $SB = BC = a\sqrt{2}$ nên suy ra $BH \perp SC$.

Do đó $\widehat{(SAC),(SBC)} = \widehat{AH, BH}$.

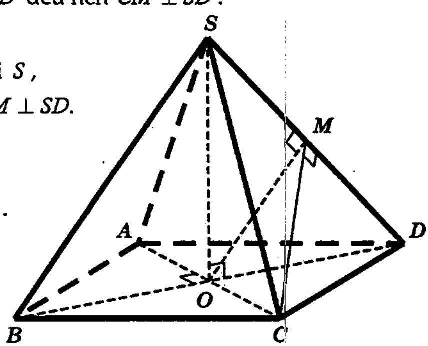
- AH là trung tuyến của tam giác vuông SAC nên
$$AH = \frac{SC}{2} = \frac{SA\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$
- BH là trung tuyến của tam giác đều SBC

cạnh bằng $a\sqrt{2}$ nên
$$BH = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Áp dụng định lí hàm số côsin trong tam giác AHB, ta có
$$\cos\widehat{AH, BH} = \left|\cos\widehat{AHB}\right| = \left|\frac{HA^2 + HB^2 - AB^2}{2HA.HB}\right| = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$ Chọn C.

Câu 124. Gọi $O = AC \cap BD$. Do hình chóp $S.ABCD$ đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Gọi M là trung điểm của SD. Tam giác SCD đều nên $CM \perp SD$.



Tam giác SBD có $SB = SD = a$, $BD = a\sqrt{2}$ nên vuông tại S, suy ra $SB \perp SD \Rightarrow OM \perp SD$.

Do đó $\widehat{(SBD),(SCD)} = \widehat{OM, CM}$.

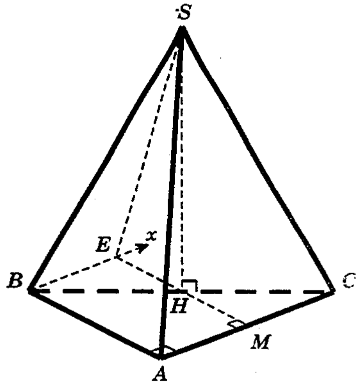
Ta có $\begin{cases} OC \perp BD \\ OC \perp SO \end{cases} \Rightarrow OC \perp (SBD) \Rightarrow OC \perp OM$.

Tam giác vuông MOC, có
$$\tan\widehat{CMO} = \frac{OC}{OM} = \sqrt{2}.$$ Chọn D.

Câu 125. Gọi H là trung điểm BC. Tam giác ABC vuông tại A nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Theo giả thiết, ta có $SH \perp (ABC)$.

Qua B kẻ $Bx \parallel AC$.



Khi đó $\widehat{SB, AC} = \widehat{SB, Bx}$.

Kẻ $HE \perp Bx$ tại E, cắt AC tại M.

Suy ra $AMEB$ là hình chữ nhật nên

$$\begin{cases} BE = AM = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{a}{2} \\ HE = HM = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{a}{2} \end{cases}.$$

Ta có $\begin{cases} Bx \perp HE \\ Bx \perp SH \end{cases} \Rightarrow Bx \perp (SHE) \Rightarrow Bx \perp SE$.

Tam giác vuông SEB, có

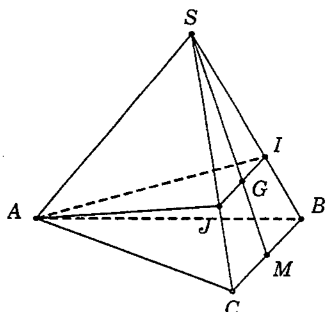
$$\cot \widehat{SBE} = \frac{BE}{SE} = \frac{AM}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \frac{\sqrt{7}}{7}.$$ Chọn C.

Câu 126. Áp dụng công thức $\dfrac{V_{S.IJK}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SI}{SA}.\dfrac{SJ}{SB}.\dfrac{SK}{SC} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{8}$. Chọn A.

Câu 127. Theo giả thiết, ta có $\dfrac{AB'}{AB} = \dfrac{1}{2}$ và $\dfrac{AC'}{AC} = \dfrac{1}{3}$.

Áp dụng công thức $\dfrac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}} = \dfrac{AB'}{AB}.\dfrac{AC'}{AC} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{6}$. Suy ra $\dfrac{V_{AB'C'D}}{V_{BCC'B'D}} = \dfrac{1}{5}$. Chọn B.

Câu 128. Gọi M là trung điểm của BC.

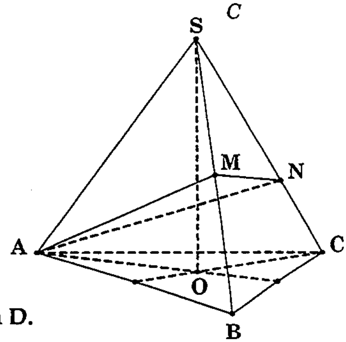


Ta có $IJ \parallel BC$ nên $\dfrac{SI}{SB} = \dfrac{SJ}{SC} = \dfrac{SG}{SM} = \dfrac{2}{3}$.

Áp dụng công thức

$$\frac{V_{S.AIJ}}{V_{S.ABC}} = \frac{SI}{SB}.\frac{SJ}{SC} = \frac{2}{3}.\frac{2}{3} = \frac{4}{9}.$$ Chọn C.

Câu 129. Gọi O là tâm của đáy, suy ra $SO \perp (ABC)$.



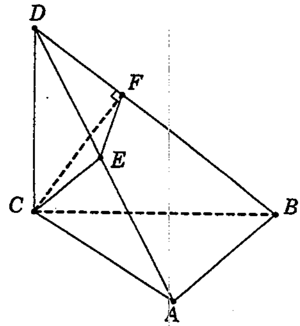
Ta có $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \dfrac{a\sqrt{11}}{\sqrt{3}}$.

Suy ra $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a\sqrt{11}}{\sqrt{3}} = \dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

Áp dụng công thức $\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SC} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3}$.

Suy ra $\dfrac{V_{ABCNM}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow V_{ABCNM}.\dfrac{2}{3}V_{S.ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{11}}{18}$. Chọn D.

Câu 130. Ta có $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp CD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ACD) \Rightarrow AB \perp CE$. (1)



Lại có $BD \perp (\alpha) \Rightarrow BD \perp CE$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $CE \perp (ABD) \Rightarrow CE \perp AD.$

Trong ΔDCB, ta có $CD^2 = DF.DB \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{CD^2}{DB^2} = \frac{DF}{DB}$.

Tương tự, ta cũng có $\frac{DE}{DA} = \frac{CD^2}{DA^2} = \frac{1}{2}$.

Áp dụng công thức $\frac{V_{D.EFC}}{V_{D.ABC}} = \frac{DE}{DA}.\frac{DF}{DB} = \frac{1}{6}$.

Suy ra $V_{D.EFC} = \frac{1}{6}.V_{D.ABC} = \frac{1}{6}.\left(\frac{1}{3}.\frac{1}{2}a^2.a\right) = \frac{a^3}{36}$. **Chọn C.**

Câu 131. Lưu ý: Tỉ số thể tích chỉ áp dụng cho khối chóp tam giác nên nếu đáy là tứ giác ta chia nhỏ ra.

Ta có $V_{S.A'B'C'D'} = V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'D'C'}$.

Mà $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

Suy ra $V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{8}.V_{S.ABC}$.

Tương tự ta cũng có $V_{S.A'D'C'} = \frac{1}{8}.V_{S.ADC}$.

Vậy $V_{S.A'B'C'D'} = \frac{1}{8}V_{S.ABC} + \frac{1}{8}V_{S.ADC} = \frac{1}{8}(V_{S.ABC} + V_{S.ADC}) = \frac{1}{8}V_{S.ABCD}$.

Suy ra $\frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}$. **Chọn C.**

Câu 132. Theo giả thiết, ta có $A'B' \parallel AB \Rightarrow \frac{SB'}{SB} = \frac{SA'}{SA} = \frac{1}{3}$.

Tương tự ta có $\frac{SC'}{SC} = \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{3}$.

Ta có $V_{S.A'B'C'D'} = V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'D'C'}$.

Mà $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3}.\frac{1}{3}.\frac{1}{3} = \frac{1}{27}$. Suy ra $V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{27}.V_{S.ABC}$.

Tương tự ta cũng có $V_{S.A'D'C'} = \frac{1}{27}V_{S.ADC}$.

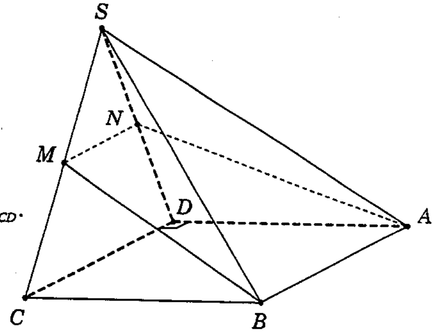
Suy ra

$$V_{S.A'B'C'D'} = \frac{1}{27}.V_{S.ABC} + \frac{1}{27}V_{S.ADC} = \frac{1}{27}(V_{S.ABC} + V_{S.ADC}) = \frac{1}{27}V_{S.ABCD}. = \frac{V}{27}.$$ **Chọn C.**

Câu 133. Kẻ $MN \parallel CD$ $(N \in CD)$, suy ra hình thang $ABMN$ là thiết diện của khối chóp.

Ta có $V_{S.ABMN} = V_{S.ABM} + V_{S.AMN}$.

Mà $\dfrac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SM}{SC} = \dfrac{1}{2}$.



Suy ra

$$V_{S.ABM} = \frac{1}{2}V_{S.ABC} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD}.$$

Và

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SC}.\frac{SN}{SD} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{8}V_{S.ABCD}.$$

Suy ra

$$V_{S.ABMN} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD} + \frac{1}{8}V_{S.ABCD} = \frac{3}{8}V_{S.ABCD}.$$

Từ đó suy ra

$$V_{ABMNDC} = \frac{5}{8}V_{S.ABCD} \text{ nên } \frac{V_{S.ABMN}}{V_{ABMNDC}} = \frac{3}{5}.$$

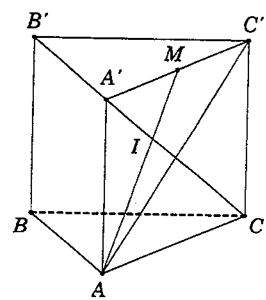
Chọn D.

Câu 134. Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.BB'$;

$$V_{B'BAD} = \frac{1}{3}S_{\Delta BAD}.BB' = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}S_{\Delta ABC}\right).BB' = \frac{1}{6}S_{\Delta ABC}.BB'.$$

Chọn D.

Câu 135. Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.AA' = S_{\Delta ABC}.d\left[A',(ABC)\right]$.



Và $V_{IABC} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.d\left[I,(ABC)\right]$

$$= \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.\frac{2}{3}d\left[M,(ABC)\right] = \frac{2}{9}S_{\Delta ABC}.d\left[A',(ABC)\right].$$

Chọn B.

CHỦ ĐỀ 7. MẶT CẦU - MẶT TRỤ - MẶT NÓN

Câu 1. Chọn C.

Câu 2. Vì I là hình chiếu của O trên (P) nên $d[O,(P)] = OI$ mà $d[O,(P)] = R$ nên I là tiếp điểm của (P) và (S).

Đường thẳng OM cắt (P) tại N nên IN vuông góc với OI tại I. Suy ra IN tiếp xúc với (S).

Tam giác OIN vuông tại I nên $ON = R\sqrt{2} \Leftrightarrow IN = R$. **Chọn D.**

Câu 3. Vì AB tiếp xúc với (S) tại B nên $AB \perp OB$.

Suy ra $AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} = \sqrt{4R^2 - R^2} = R\sqrt{3}$. **Chọn D.**

Câu 4. Gọi H là hình chiếu của O lên BC.

Ta có $OB = OC = R$, suy ra H là trung điểm của BC nên $HC = \dfrac{CD}{2} = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $OH = \sqrt{OC^2 - HC^2} = \dfrac{R}{2}$. **Chọn B.**

Câu 5. Gọi H là hình chiếu của O xuống (α).

Ta có $d[O,(\alpha)] = OH = \dfrac{R}{2} < R$ nên (α) cắt $S(O;R)$ theo đường tròn $C(H;r)$.

Bán kính đường tròn $C(H;r)$ là $r = \sqrt{R^2 - OH^2} = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra đường kính bằng $R\sqrt{3}$. **Chọn B.**

Câu 6. Mặt phẳng cắt mặt cầu $S(I;2,6\text{cm})$ theo một đường tròn $(H;r)$.

Vậy $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{(2,6)^2 - (2,4)^2} = 1\text{cm}$. **Chọn C.**

Câu 7. Hình tròn lớn của hình cầu S là hình tròn tạo bởi mặt phẳng cắt hình cầu và đi qua tâm của hình cầu. Gọi R là bán kính hình cầu thì hình tròn lớn cũng có bán kính là R.

Theo giả thiết, ta có $\pi R^2 = p \Leftrightarrow R = \sqrt{\dfrac{p}{\pi}}$ và $\pi r^2 = \dfrac{p}{2} \Leftrightarrow r = \sqrt{\dfrac{p}{2\pi}}$.

Suy ra $d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{\dfrac{p}{2\pi}}$. **Chọn D.**

Câu 8. Gọi khoảng cách từ tâm cầu đến mặt phẳng là d, ta có $d^2 = R^2 - r^2$.

Theo giả thiết $R = 2\text{m}$ và $2\pi r = 2,4\pi m \Rightarrow r = \dfrac{2,4\pi}{2\pi} = 1,2\text{m}$.

Vậy $d = \sqrt{R^2 - r^2} = 1,6\text{m}$. **Chọn A.**

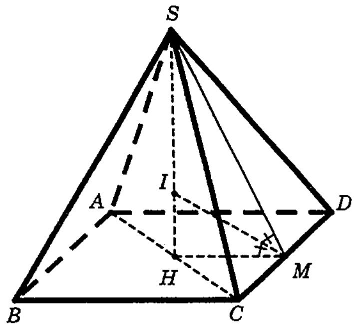
Câu 9. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên (P) thì

- H là tâm của đường tròn giao tuyến của (P) và (S).
- $\widehat{OA,(P)} = \left(\widehat{OA,AH}\right) = 60^0$.

Bán kính của đường tròn giao tuyến: $r = HA = OA.\cos 60^0 = \frac{R}{2}$.

Suy ra diện tích đường tròn giao tuyến: $\pi r^2 = \pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{\pi R^2}{4}$. Chọn C.

Câu 10.



Gọi H là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có SH là trục đường tròn ngoại tiếp đáy.

Gọi M là trung điểm của CD và I là chân đường phân giác trong của góc $\widehat{SMH}$ $(I \in SH)$.

Suy ra I là tâm của mặt cầu nội tiếp hình chóp, bán kính $r = IH$.

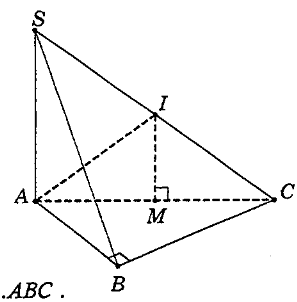
Ta có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$;

$SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $MH = \frac{a}{2}$.

Dựa vào tính chất của đường phân giác ta có:

$$\frac{IS}{IH} = \frac{MS}{MH} \Rightarrow \frac{SH}{IH} = \frac{MS+MH}{MH} \Rightarrow IH = \frac{SH.MH}{MS+MH} = \frac{a}{\sqrt{2}+\sqrt{6}} = \frac{a\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)}{4}.$$ Chọn B.

Câu 11. Gọi M là trung điểm AC, suy ra M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.



Gọi I là trung điểm SC, suy ra

$IM \parallel SA$ nên $IM \perp (ABC)$.

Do đó IM là trục của ΔABC, suy ra

$IA = IB = IC$. (1)

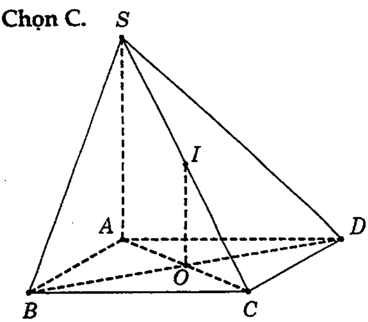
Hơn nữa, tam giác SAC vuông tại A có I là trung điểm SC nên $IS = IC = IA$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $IS = IA = IB = IC$

hay I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Vậy bán kính $R = IS = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Chọn C.

Câu 12. Gọi $O = AC \cap BD$, suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.



Gọi I là trung điểm SC, suy ra

$IO \parallel SA \Rightarrow IO \perp (ABCD)$.

Do đó IO là trục của hình vuông $ABCD$, suy ra

$IA = IB = IC = ID$. (1)

Tam giác SAC vuông tại A có I là trung điểm cạnh huyền SC nên $IS = IC = IA$. (2)

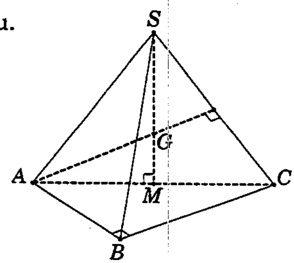
Từ (1) và (2), ta có: $R = IA = IB = IC = ID = IS = \dfrac{SC}{2} = a\sqrt{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 8\pi a^2$ (đvdt). **Chọn B.**

Câu 13. Gọi M là trung điểm AC, suy ra $SM \perp (ABC) \Rightarrow SM \perp AC$.

Tam giác SAC có SM là đường cao và cũng là trung tuyến nên tam giác SAC cân tại S.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$, suy ra tam giác SAC đều.



Gọi G là trọng tâm ΔSAC, suy ra $GS = GA = GC$. (1)

Tam giác ABC vuông tại B, có M là trung điểm cạnh huyền AC nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Lại có $SM \perp (ABC)$ nên SM là trục của tam giác ABC.

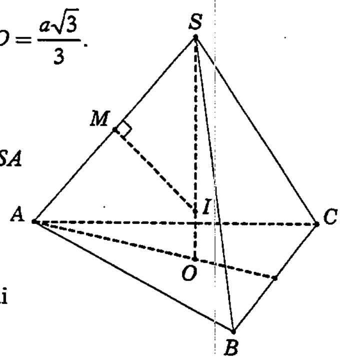
Mà G thuộc SM nên suy ra $GA = GB = GC$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra

$GS = GA = GB = GC$ hay G là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

Bán kính mặt cầu $R = GS = \dfrac{2}{3}SM = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **Chọn B.**

Câu 14. Gọi O là tâm ΔABC, suy ra $SO \perp (ABC)$ và $AO = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.



Trong SOA, ta có $h = SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \dfrac{a}{2}$.

Trong mặt phẳng SOA, kẻ trung trực d của đoạn SA cắt SO tại I, suy ra

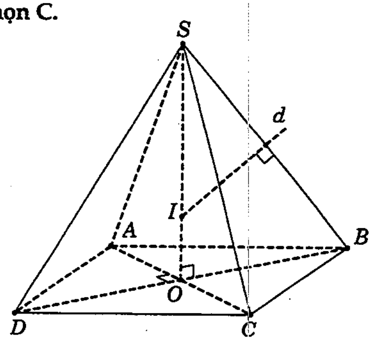
- $I \in d$ nên $IS = IA$.
- $I \in SO$ nên $IA = IB = IC$.

Do đó $IA = IB = IC = IS$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

Gọi M là tung điểm SA, ta có $\Delta SMI \backsim \Delta SOA$ nên

$$R = SI = \frac{SM.SA}{SO} = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{7a}{12}. \text{ Vậy } \frac{R}{h} = \frac{7}{6}.$$ **Chọn C.**

Câu 15. Gọi $O = AC \cap BD$, suy ra $SO \perp (ABCD)$.



Ta có $60^0 = \widehat{SB,(ABCD)} = \widehat{SB,OB} = \widehat{SBO}$.

Trong ΔSOB, ta có $SO = OB.\tan\widehat{SBO} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Ta có SO là trục của hình vuông $ABCD$.

Trong mặt phẳng SOB, kẻ đường trung trực d của đoạn SB.

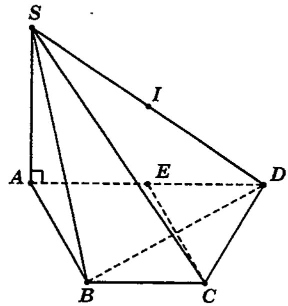
Gọi $I = SO \cap d \Rightarrow \begin{cases} I \in SO \\ I \in d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} IA = IB = IC = ID \\ IS = IB \end{cases} \Rightarrow IA = IB = IC = ID = IS = R$.

Xét ΔSBD có $\begin{cases} SB = SD \\ \widehat{SBD} = \widehat{SBO} = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta SBD$ đều.

Do đó d cũng là đường trung tuyến của ΔSBD. Suy ra I là trọng tâm ΔSBD.

Bán kính mặt cầu $R = SI = \frac{2}{3}SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Suy ra $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{8\pi a^3\sqrt{6}}{27}$. **Chọn D.**

Câu 16. Ta có $SA \perp AD$ hay $\widehat{SAD} = 90^0$.



Gọi E là trung điểm AD.

Ta có $EA = AB = BC$ nên $ABCE$ là hình thoi.

Suy ra $CE = EA = \frac{1}{2}AD$.

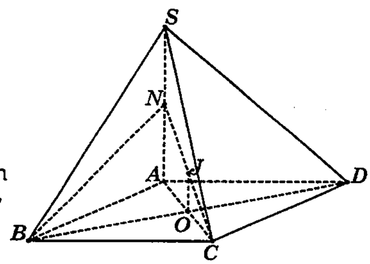
Do đó tam giác ACD vuông tại C. Ta có:

$\begin{cases} DC \perp AC \\ DC \perp SA \end{cases} \Rightarrow DC \perp (SAC) \Rightarrow DC \perp SC$ hay $\widehat{SCD} = 90^0$.

Tương tự, ta cũng có $SB \perp BD$ hay $\widehat{SBD} = 90^0$.

Ta có $\widehat{SAD} = \widehat{SBD} = \widehat{SCD} = 90^0$ nên khối chóp $S.ABCD$ nhận trung điểm I của SD làm tâm mặt cầu ngoại tiếp, bán kính $R = \frac{SD}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AD^2}}{2} = a\sqrt{2}$. Suy ra $\frac{R}{a} = \sqrt{2}$. **Chọn D.**

Câu 17. Ta có $45^0 = \widehat{SC,(ABCD)} = \widehat{SC,AC} = \widehat{SCA}$.



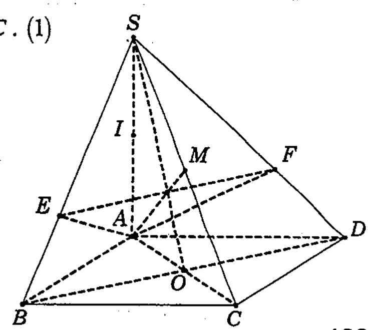
Trong ΔSAC, ta có $h = SA = a\sqrt{5}$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp BN$.

Lại có $NA \perp AC$. Do đó hai điểm A, B cùng nhìn đoạn NC dưới một góc vuông nên hình chóp $N.ABC$ nội tiếp mặt cầu tâm J là trung điểm NC, bán kính

$$R = JN = \frac{NC}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{AC^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2} = \frac{5a}{4}.$$ **Chọn A.**

Câu 18. Mặt phẳng (α) song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại E, F nên $EF \parallel BD$.



ΔSAC cân tại A, trung tuyến AM nên $AM \perp SC$. (1)

Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$.

Do đó $EF \perp SC$. (2)

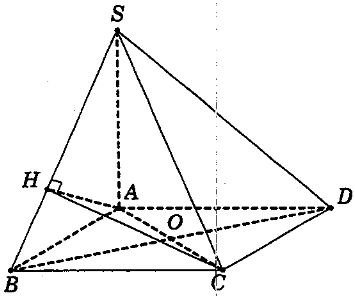
Từ (1) và (2), suy ra $SC \perp (\alpha) \Rightarrow SC \perp AE$. (*)

Lại có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE$. (**)

Từ $(*)$ và $(**)$, suy ra $AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SB$. Tương tự ta cũng có $AF \perp SD$.

Do đó $\widehat{SEA} = \widehat{SMA} = \widehat{SFA} = 90^0$ nên năm điểm S, A, E, M, F cùng thuộc mặt cầu tâm I là trung điểm của SA, bán kính $R = \dfrac{SA}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **Chọn C.**

Câu 19. Gọi $O = AC \cap BD$.



Vì $ABCD$ là hình vuông nên $OB = OD = OC$. (1)

Ta có $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB) \Rightarrow CB \perp AH$.

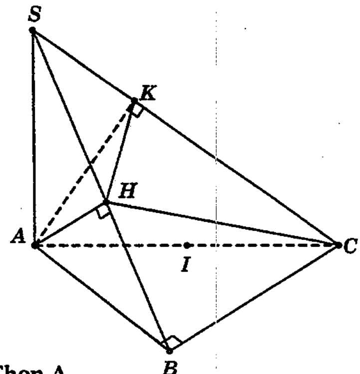
Lại có $AH \perp SB$.

Suy ra $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp HC$ nên tam giác AHC vuông tại H và có O là trung điểm cạnh huyền AC nên suy ra $OH = OC$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra

$$R = OH = OB = OD = OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$ **Chọn C.**

Câu 20. Theo giả thiết, ta có



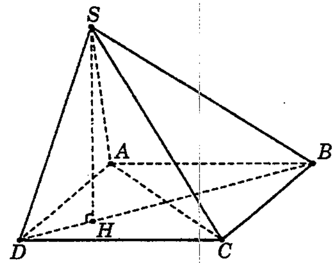
$$\widehat{ABC} = 90^0 \text{ và } \widehat{AKC} = 90^0. \qquad (1)$$

Do $\begin{cases} AH \perp SB \\ BC \perp AH \quad (BC \perp (SAB)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp HC.$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra ba điểm B, H, K cùng nhìn xuống AC dưới một góc 90^0 nên hình chóp $A.HKCB$ nội tiếp mặt cầu tâm I là trung điểm AC, bán kính $R = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{AB\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối cầu $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$ (đvtt). **Chọn A.**

Câu 21. Ta có $60^0 = \widehat{SD,(ABCD)} = \widehat{SD,HD} = \widehat{SDH}$.



Trong tam giác vuông SHD, có

$$SH = \frac{BD}{4}.\tan\widehat{SDH} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \text{ và } SD = \frac{HD}{\cos\widehat{SDH}} = \frac{a}{2}.$$

Trong tam giác vuông SHB, có

$$SB = \sqrt{SH^2 + HB^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Xét tam giác SBD, ta có $SB^2 + SD^2 = a^2 = BD^2$.

Suy ra tam giác SBD vuông tại S.

Vậy các đỉnh S, A, C cùng nhìn xuống BD dưới một góc vuông nên tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là O, bán kính $R=\frac{1}{2}BD=\frac{a}{2}$. Chọn C.

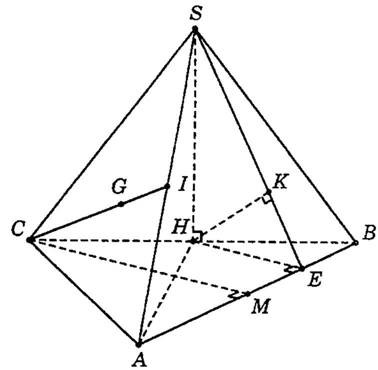
Câu 22. Ta có $60^0=\widehat{SA,(ABC)}=\widehat{SA,HA}=\widehat{SAH}$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $AH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác vuông SHA, ta có $SH=AH.\tan\widehat{SAH}=\frac{3a}{2}$.

Vì mặt cầu có tâm G và tiếp xúc với (SAB) nên bán kính mặt cầu $R=d[G,(SAB)]$.

Ta có $d[G,(SAB)]=\frac{1}{3}d[C,(SAB)]=\frac{2}{3}d[H,(SAB)]$.



Gọi M, E lần lượt là trung điểm AB và MB.

Suy ra $\begin{cases} CM\perp AB \\ CM=\frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ và $\begin{cases} HE\perp AB \\ HE=\frac{1}{2}CM=\frac{a\sqrt{3}}{4} \end{cases}$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên SE, suy ra $HK\perp SE$. (1)

Ta có $\begin{cases} HE\perp AB \\ AB\perp SH \end{cases}\Rightarrow AB\perp(SHE)\Rightarrow AB\perp HK$. (2)

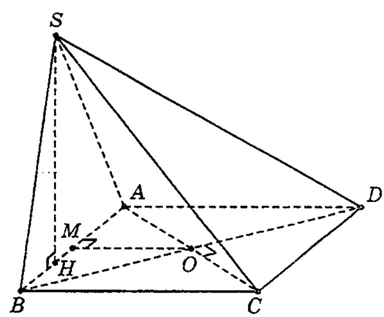
Từ (1) và (2), suy ra $HK\perp(SAB)$ nên $d[H,(SAB)]=HK$.

Trong tam giác vuông SHE, ta có $HK=\frac{SH.HE}{\sqrt{SH^2+HE^2}}=\frac{3a}{2\sqrt{13}}$.

Vậy $R=\frac{2}{3}HK=\frac{a}{\sqrt{13}}$. Chọn D.

Câu 23. Gọi $O=AC\cap BD$

Suy ra $OA=OB=OC=OD$. (1)



Gọi M là trung điểm AB, do tam giác SAB vuông tại S nên $MS=MA=MB$.

Gọi H là hình chiếu của S trên AB.

Từ giả thiết suy ra $SH\perp(ABCD)$.

Ta có $\begin{cases} OM\perp AB \\ OM\perp SH \end{cases}\Rightarrow OM\perp(SAB)$ nên OM là trục của tam giác SAB, suy ra $OA=OB=OS$. (2)

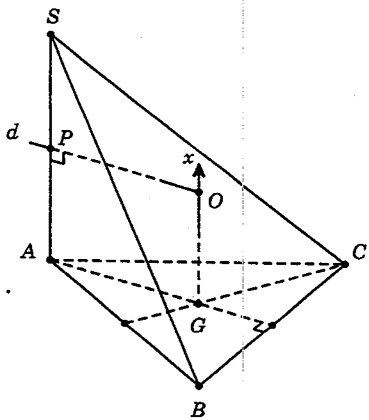
Từ (1) và (2), ta có $OS=OA=OB=OC=OD$.

Vậy O là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$, bán kính $R=OA=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$ (đvtt). **Chọn A.**

Câu 24. Gọi G là trọng tâm ΔABC, suy ra G là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Từ G dựng tia $Gx \perp (ABC)$ (như hình vẽ).



Suy ra Gx là trục của tam giác ABC.

Trong mặt phẳng (SA, Gx),

kẻ trung trực d của đoạn thẳng SA.

Gọi $O = Gx \cap d \Rightarrow \begin{cases} O \in Gx \\ O \in d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OA = OB = OC \\ OA = OS \end{cases}$

$\Rightarrow OA = OB = OC = OS = R$.

Suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

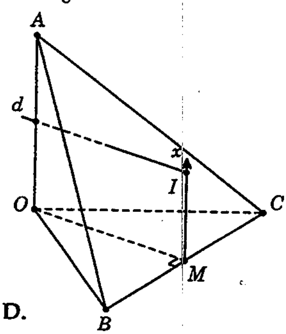
Ta có $OG = PA = \frac{1}{2}SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$;

$AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác vuông OGA, ta có $R = OA = \sqrt{OG^2 + AG^2} = \frac{a\sqrt{39}}{6}$. **Chọn C.**

Câu 25. Gọi M là trung điểm BC,

suy ra M là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔOBC.



Kẻ $Mx \perp (OBC)$ (như hình vẽ).

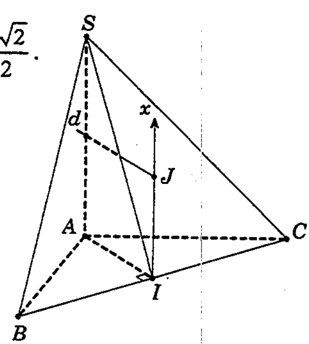
Suy ra Mx là trục của ΔOBC.

Trong mặt phẳng (OA, Mx), kẻ trung trực d của đoạn thẳng OA cắt Mx tại I.

Khi đó I chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện.

Bán kính mặt cầu: $R = IO = \sqrt{IM^2 + OM^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$. **Chọn D.**

Câu 26. Ta có $60^\circ = \widehat{SI,(ABC)} = \widehat{SI,AI} = \widehat{SIA}$.



Tam giác ABC vuông cân tại A, suy ra $AI = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Trong ΔSAI, ta có $SA = AI.\tan\widehat{SIA} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Kẻ $Ix \perp (ABC)$ (như hình vẽ).

Suy ra Ix là trục của ΔABC.

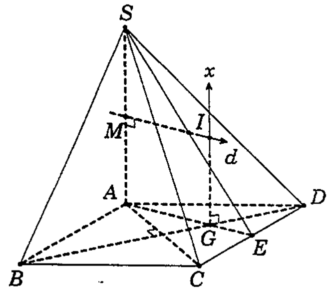
Trong mặt phẳng (SA, Ix), kẻ trung trực d của đoạn thẳng SA cắt Ix tại J. Khi đó J chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Bán kính: $R = JA = \sqrt{JI^2 + AI^2} = \frac{a\sqrt{14}}{4}$ nên $\frac{V}{S} = \frac{R}{3} = \frac{a\sqrt{14}}{12}$. **Chọn B.**

Câu 27. Gọi G là trọng tâm tam giác đều ACD. Kẻ $Gx \perp (ACD)$, suy ra Gx là trục của ΔACD.

Trong mặt phẳng (SA, Gx), kẻ trung trực d của đoạn SA cắt Gx tại I.

Khi đó I chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp.



Ta có $IG = MA = \frac{SA}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$;

$GA = \frac{2}{3}AE = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

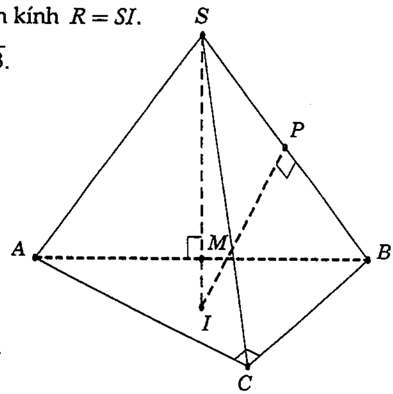
Suy ra bán kính:

$R = IA = \sqrt{IG^2 + GA^2} = \frac{a\sqrt{39}}{6}$. **Chọn A.**

Câu 28. Gọi M là trung điểm AB, suy ra $SM \perp AB$ và $SM \perp (ABC)$.

Do đó SM là trục của tam giác ABC.

Trong mặt phẳng (SMB), kẻ đường trung trực d của đoạn SB cắt SM tại I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$, bán kính $R = SI$.



Ta có $AB = \sqrt{SA^2 + SB^2 - 2SA.SB.\cos\widehat{ASB}} = a\sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông SMB, ta có

$SM = SB.\cos\widehat{MSB} = a.\cos 60^0 = \frac{a}{2}$.

Ta có $\Delta SMB \backsim \Delta SPI$, suy ra

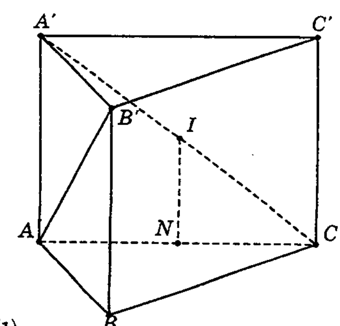
$\frac{SM}{SB} = \frac{SP}{SI} \Rightarrow R = SI = \frac{SB.SP}{SM} = a$.

Chọn C.

Câu 29. Ta có $60^0 = \widehat{AB',(ABC)} = \widehat{AB',AB} = \widehat{B'AB}$.

Trong ΔABC, ta có

$AB = AC.\sin\widehat{ACB} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Trong $\Delta B'BA$, ta có

$BB' = AB.\tan\widehat{B'AB} = \frac{3a}{2}$.

Gọi N là trung điểm AC,

suy ra N là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Gọi I là trung điểm $A'C$,

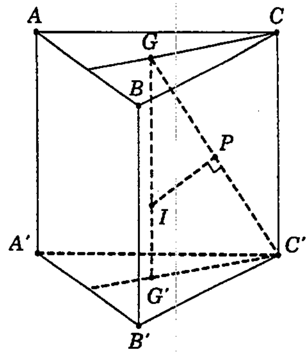
suy ra $IN \parallel AA' \Rightarrow IN \perp (ABC)$.

Do đó IN là trục của ΔABC, suy ra $IA = IB = IC$. (1)

Hơn nữa, tam giác $A'AC$ vuông tại A có I là trung điểm $A'C$ nên $IA' = IC = IA$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $IA' = IA = IB = IC$ hay I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A'.ABC$ với bán kính $R = IA' = \frac{A'C}{2} = \frac{\sqrt{AA'^2 + AC^2}}{2} = \frac{a\sqrt{21}}{4}$. **Chọn B.**

Câu 30. Gọi M là trung điểm $B'C'$, ta có



$$60^0 = \widehat{(AB'C'),(A'B'C')} = \widehat{AM, A'M} = \widehat{AMA'}.$$

Trong $\Delta AA'M$, có $A'M = \frac{a\sqrt{3}}{2}$;

$$AA' = A'M.\tan\widehat{AMA'} = \frac{3a}{2}.$$

Gọi G' là trọng tâm tam giác đều $A'B'C'$, suy ra G' cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta A'B'C'$.

Vì lặng trụ đứng nên $GG' \perp (A'B'C')$.

Do đó GG' là trục của tam giác $A'B'C'$.

Trong mặt phẳng $(GC'G')$, kẻ trung trực d của đoạn thẳng GC' cắt GG' tại I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $G.A'B'C'$, bán kính $R = GI$.

Ta có $\Delta GPI \backsim \Delta GG'C' \Rightarrow \frac{GP}{GI} = \frac{GG'}{GC'}$

$$\Rightarrow R = GI = \frac{GP.GC'}{GG'} = \frac{GC'^2}{2GG'} = \frac{GG'^2 + G'C'^2}{2GG'} = \frac{31a}{36}.$$ **Chọn D.**

Câu 31. Hiển nhiên (I) đúng.

Diện tích tam giác MAB không đổi khi và chỉ khi khoảng cách từ M đến đường thẳng AB không đổi (giả sử bằng R).

Vậy tập hợp các điểm M là mặt trụ bán kính R và trục là AB.

Vì vậy Mệnh đề (II) cũng đúng. **Chọn C.**

Câu 32. Do thiết diện đi qua trục hình trụ nên ta có $h = a$.

Bán kính đáy $R = \frac{a}{2}$. Do đó thể tích khối trụ $V = R^2\pi.h = \frac{\pi a^3}{4}$ (đvtt). **Chọn D.**

Câu 33. Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq} = 2\pi R.R\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\pi R^2$ (đvdt).

Diện tích toàn phần của hình trụ:

$$S_{tp} = S_{xq} + 2.S_{day} = 2\sqrt{3}\pi R^2 + 2(\pi R^2) = 2(\sqrt{3}+1)\pi R^2$$ (đvdt). **Chọn B.**

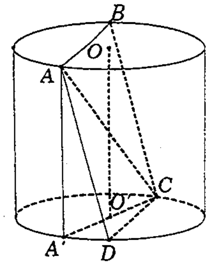
Câu 34. Do thiết diện đi qua trục hình trụ nên ta có $h = 2R$.

Diện tích toàn phần là: $S_{tp} = 2\pi R(R+h) = 6\pi R^2$ (đvdt). **Chọn B.**

Câu 35. Xét hình vuông $ABCD$ có AD không song song và không vuông góc với trục OO' của hình trụ.

Dựng đường sinh AA', ta có

$\begin{cases} CD \perp AA' \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (AA'D) \Rightarrow CD \perp A'D$.



Suy ra $A'C$ là đường kính đáy nên

$A'C = 2R = 140\text{cm}$.

Xét tam giác vuông $AA'C$, ta có

$AC = \sqrt{AA'^2 + A'C^2} = 100\sqrt{2}\text{cm}$.

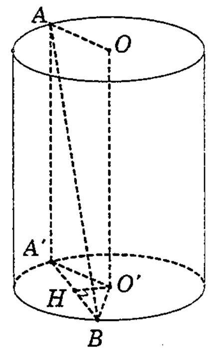
Suy ra cạnh hình vuông bằng 100cm. **Chọn B.**

Câu 36. Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình chữ nhật có hai cạnh lần lượt bằng đường kính đáy và chiều cao của hình trụ.

Vậy hai cạnh của hình chữ nhật là 8cm và 6cm.

Do đó độ dài đường chéo: $\sqrt{8^2 + 6^2} = 10\text{cm}$. **Chọn A.**

Câu 37. Từ hình vẽ kết hợp với giả thiết, ta có $OA = O'B = R$.



Gọi AA' là đường sinh của hình trụ thì

$O'A' = R,\ AA' = R\sqrt{3}$ và $\widehat{BAA'} = 30^0$.

Vì $OO' \parallel (ABA')$ nên

$d[OO',(AB)] = d[OO',(ABA')] = d[O',(ABA')]$.

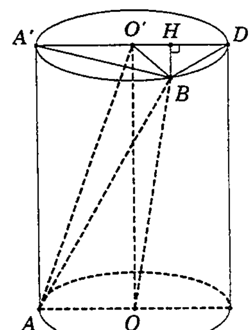
Gọi H là trung điểm $A'B$, suy ra

$\left.\begin{matrix} O'H \perp A'B \\ O'H \perp AA' \end{matrix}\right\} \Rightarrow O'H \perp (ABA')$ nên $d[O',(ABA')] = O'H$.

Tam giác ABA' vuông tại A' nên $BA' = AA'\tan 30^0 = R$.

Suy ra tam giác $A'BO'$ đều có cạnh bằng R nên $O'H = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$. **Chọn C.**

Câu 38. Kẻ đường sinh AA', gọi D là điểm đối xứng với A' qua tâm O' và H là hình chiếu của B trên $A'D$.



Ta có $BH \perp (AOO'A')$ nên $V_{OO'AB} = \dfrac{1}{3} S_{\Delta AOO'}.BH$.

Trong tam giác vuông $A'AB$ có $A'B = \sqrt{AB^2 - AA'^2} = \sqrt{3}a$.

Trong tam giác vuông $A'BD$ có $BD = \sqrt{A'D^2 - A'B^2} = a$.

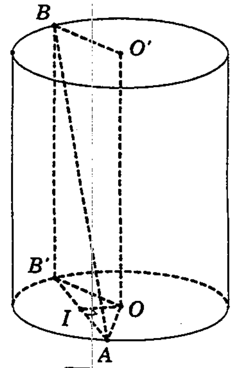
Do đó suy ra tam giác $BO'D$ nên $BH = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.

Vậy $V_{OO'AB} = \dfrac{1}{3}.\left(\dfrac{1}{2}a^2\right).\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$ (đvtt). **Chọn A.**

Câu 39. Dựng đường sinh BB', gọi I là trung điểm của AB', ta có

$\begin{cases} OI \perp AB' \\ OI \perp BB' \end{cases} \Rightarrow OI \perp (ABB')$.

Suy ra $d[AB,OO'] = d[OO',(ABB')] = d[O,(ABB')] = OI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.



Gọi bán kính đáy của hình trụ là R.

Vì thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông nên $OO' = BB' = 2R$.

Trong tam giác vuông $AB'B$, ta có

$$AB'^2 = AB^2 - BB^2 = 4a^2 - 4R^2.$$

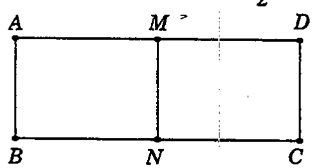
Trong tam giác vuông OIB', ta có

$$OB'^2 = OI^2 + IB'^2 \Leftrightarrow R^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{AB'}{2}\right)^2.$$

Suy ra $AB'^2 = 4R^2 - 3a^2$. Từ đó ta có $4a^2 - 4R^2 = 4R^2 - 3a^2 \Rightarrow R = \dfrac{a\sqrt{14}}{4}$. **Chọn A.**

Câu 40.

Theo giả thiết ta được hình trụ có chiều cao $h = AB = 1$, bán kính đáy $R = \dfrac{AD}{2} = 1$.



Do đó diện tích toàn phần:

$$S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 4\pi.$$

Chọn C.

Câu 41. Gọi bán kính đáy là R.

Hình trụ có chu vi đáy bằng $2a$ nên ta có $2\pi R = 2a \Leftrightarrow R = \dfrac{a}{\pi}$.

Suy ra hình trụ này có đường cao $h = a$.

Vậy thể tích khối trụ $V = \pi R^2 h = \pi\left(\dfrac{a}{\pi}\right)^2 a = \dfrac{a^3}{\pi}$ (đvtt). **Chọn A.**

Câu 42. Gọi bán kính đáy là R.

Từ giả thiết suy ra $h = 2a$ và chu vi đáy bằng a.

Do đó $2\pi R = a \Leftrightarrow R = \dfrac{a}{2\pi}$. **Chọn C.**

Câu 43. Công thức thể tích khối trụ $V = \pi R^2 h$.

- Ở cách 1, suy ra $h = 50\text{cm}$ và $2\pi R_1 = 240 \Leftrightarrow R_1 = \dfrac{120}{\pi}$. Do đó $V_1 = \pi.\left(\dfrac{120}{\pi}\right)^2.50$ (đvtt).
- Ở cách 2, suy ra mỗi thùng có $h = 50\text{cm}$ và $2\pi R_2 = 120 \Leftrightarrow R_2 = \dfrac{60}{\pi}$.

Do đó $V_2 = 2\times\left[\pi.\left(\dfrac{60}{\pi}\right)^2.50\right]$ (đvtt).

Suy ra $\dfrac{V_1}{V_2} = 2$. **Chọn C.**

Câu 44. Công thức tính thể tích $V = \pi R^2 h$, suy ra $h = \dfrac{V}{\pi R^2}$.

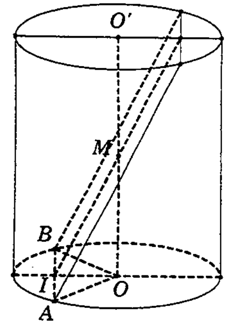
Hộp sữa chỉ kín một đáy nên diện tích tôn cần dùng là:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{day} = 2\pi Rh + \pi R^2 = \frac{2V}{R} + \pi R^2.$$

Xét hàm $f(R) = \dfrac{2V}{R} + \pi R^2$ trên $(0;+\infty)$, ta được $\min\limits_{(0;+\infty)} f(R)$ đạt tại $R = h$. **Chọn A.**

Câu 45. Hình vẽ, kết hợp với giả thiết ta có:

$OA = OB = R$, $OO' = 2R$ và $\widehat{IMO} = 30^0$.



Trong tam giác vuông MOI, ta có $OI = MO.\tan 30^0 = \dfrac{R}{\sqrt{3}}$.

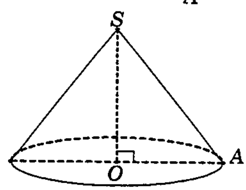
Trong tam giác vuông AIO, ta có

$$IA = \sqrt{OA^2 - OI^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

Suy ra $AB = 2IA = \dfrac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. **Chọn C.**

Câu 46. Theo giả thiết, ta có

$SA = \ell = 2a$ và $\widehat{SAO} = 60^0$.



Suy ra

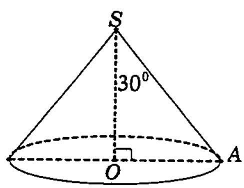
$R = OA = SA.\cos 60^0 = a$.

Vậy diện tích toàn phần của hình nón bằng:

$S = \pi Rl + \pi R^2 = 3\pi a^2$ (đvdt). **Chọn B.**

Câu 47. Theo giả thiết, ta có

$OA = a\sqrt{2}$ và $\widehat{OSA} = 30^0$.



Suy ra độ dài đường sinh:

$$\ell = SA = \frac{OA}{\sin 30^0} = 2a\sqrt{2}.$$

Vậy diện tích xung quanh bằng:

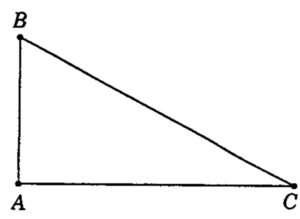
$S_{xq} = \pi R\ell = 4\pi a^2$ (đvdt). **Chọn A.**

Câu 48. Từ giả thiết suy ra hình nón có đỉnh là B, tâm đường tròn đáy là A, bán kính đáy là $AC = a\sqrt{3}$ và chiều cao hình nón là $AB = a$.

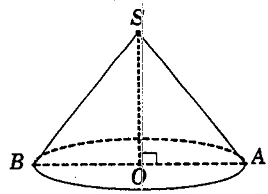
Vậy độ dài đường sinh của hình nón là:

$$\ell = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a.$$

Chọn D.



Câu 49. Gọi S, O là đỉnh và tâm đường tròn đáy của hình nón, thiết diện qua đỉnh là tam giác SAB.



Theo bài ra ta có tam giác SAB vuông cân tại S nên

$AB = SB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$, $SO = \dfrac{SB\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

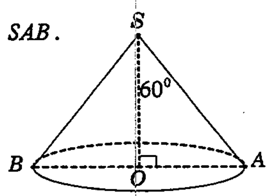
Suy ra $h = SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, $l = SA = a$ và

$$SB\sqrt{2} = 2R \Rightarrow R = \frac{SB\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}a}{2}.$$

Diện tích toàn phần của hình nón: $S_{tp} = \pi R\ell + \pi R^2 = \dfrac{\left(1+\sqrt{2}\right)\pi a^2}{2}$ (đvdt).

Thể tích khối nón là: $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{12}$ (đvtt). **Chọn A.**

Câu 50. Gọi S là đỉnh, O là tâm của đáy, thiết diện qua trục là SAB.



Theo giả thiết, ta có $SA = 2a$ và $\widehat{ASO} = 60°$.

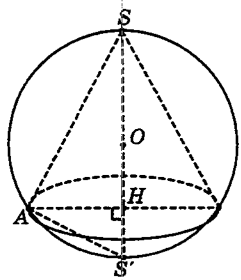
Trong tam giác SAO vuông tại O, ta có

$OA = SA.\sin 60° = a\sqrt{3}.$

Vậy diện tích toàn phần:

$S_{tp} = \pi R\ell + \pi R^2 = \pi.OA.SA + \pi\left(OA\right)^2 = \pi a^2\left(3+2\sqrt{3}\right)$ (đvdt). **Chọn B.**

Câu 51.



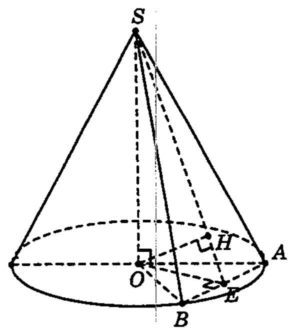
Gọi S' là điểm đối xứng của S qua tâm O và A là một điểm trên đường tròn đáy của hình nón.

Tam giác SAS' vuông tại A và có đường cao AH nên $SA^2 = SH.SS' \Rightarrow SA = a\sqrt{3}$.

Chọn C.

Câu 52. Theo giả thiết ta có tam giác OAB đều cạnh R.

Gọi E là trung điểm AB, suy ra $OE \perp AB$ và $OE = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$.



Gọi H là hình chiếu của O trên SE, suy ra $OH \perp SE$.

Ta có $\begin{cases} AB \perp OE \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp \left(SOE\right) \Rightarrow AB \perp OH.$

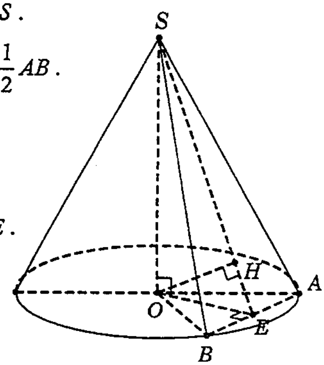
Từ đó suy ra $OH \perp \left(SAB\right)$ nên $d\left[O,\left(SAB\right)\right] = OH = \dfrac{R}{2}$.

Trong tam giác vuông SOE, ta có

$$\frac{1}{SO^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{OE^2} = \frac{8}{3R^2} \Rightarrow SO = \frac{R\sqrt{6}}{4}.$$

Chọn A.

Câu 53. Theo giả thiết ta có tam giác SAB vuông cân tại S.



Gọi E là trung điểm AB, suy ra $\begin{cases} SE \perp AB \\ OE \perp AB \end{cases}$ và $SE = \frac{1}{2}AB$.

Ta có $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2}AB.SE = 4a^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}AB.\frac{1}{2}AB = 4a^2$

$$\Rightarrow AB = 4a \Rightarrow SE = 2a.$$

Gọi H là hình chiếu của O trên SE, suy ra $OH \perp SE$.

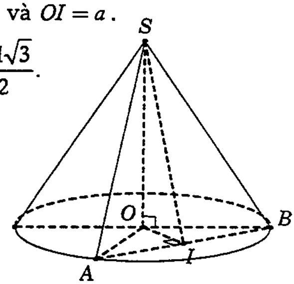
Ta có $\begin{cases} AB \perp OE \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOE) \Rightarrow AB \perp OH.$

Từ đó suy ra $OH \perp (SAB)$ nên

$30^0 = \widehat{SO,(SAB)} = \widehat{SO,SH} = \widehat{OSH} = \widehat{OSE}.$

Trong tam giác vuông SOE, ta có $SO = SE.\cos\widehat{OSE} = a\sqrt{3}$. **Chọn C.**

Câu 54. Gọi I là trung điểm AB, suy ra $OI \perp AB$, $SI \perp AB$ và $OI = a$.



Trong tam giác vuông SOA, ta có $OA = SA.\cos\widehat{SAO} = \frac{SA\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác vuông SIA, ta có $IA = SA.\cos\widehat{SAB} = \frac{SA}{2}$.

Trong tam giác vuông OIA, ta có

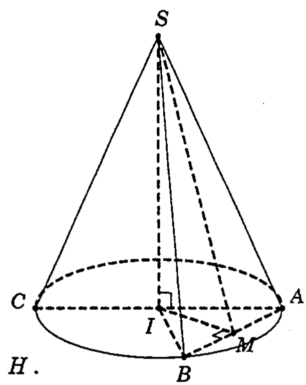
$OA^2 = OI^2 + IA^2 \Leftrightarrow \frac{3}{4}SA^2 = a^2 + \frac{1}{4}SA^2 \Rightarrow SA = a\sqrt{2}.$

Chọn B.

Câu 55. Vì góc ở đỉnh là $60°$ nên thiết diện qua trục SAC là tam giác đều cạnh $2R$.

Suy ra đường cao của hình nón là $SI = R\sqrt{3}$.

Tam giác SAB là thiết diện qua đỉnh, chắn trên đáy cung AB có số đo bằng $90°$ nên IAB là tam giác vuông cân tại I, suy ra $AB = R\sqrt{2}$.



Gọi M là trung điểm của AB thì

$\begin{cases} IM \perp AB \\ SM \perp AB \end{cases}$ và $IM = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

Trong tam giác vuông SIM, ta có

$SM = \sqrt{SI^2 + IM^2} = \frac{R\sqrt{14}}{2}$.

Vậy $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2}AB.SM = \frac{R^2\sqrt{7}}{2}$ (đvdt).

Chọn A.

Câu 56. Gọi E là trung điểm của BC, dựng $OH \perp SE$ tại H.

Chứng minh được $OH \perp (SBC)$ nên suy ra $OH = d[O,(SBC)] = \frac{a}{2}$.

Trong tam giác đều ABC, ta có

$$OE=\frac{1}{3}AE=\frac{1}{3}.\frac{2a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3} \text{ và } OA=\frac{2}{3}AE=\frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

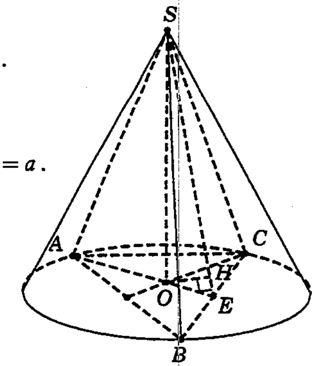
Trong tam giác vuông SOE, ta có

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OE^2}+\frac{1}{SO^2}\Rightarrow\frac{1}{SO^2}=\frac{1}{OH^2}-\frac{1}{OE^2}=\frac{1}{a^2}\Rightarrow SO=a.$$

Vậy thể tích khối nón

$$V=\frac{1}{3}\pi OA^2.SO=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2.a=\frac{4\pi a^3}{9} \text{ (đvtt).}$$

Chọn B.



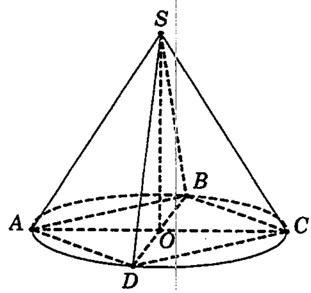
Câu 57. Nửa góc ở đỉnh của hình nón là góc $\widehat{ASO}$.

Hình vuông $ABCD$ cạnh a nên suy ra

$$OA=\frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Trong tam giác vuông SOA, ta có

$$\tan\widehat{ASO}=\frac{OA}{SO}=\frac{a\sqrt{2}}{2h}.$$ **Chọn C.**



Câu 58. Diện tích xung quanh của hình trụ:

$$S_{xq(T)}=2\pi R.h=2\pi R.R\sqrt{3}=2\sqrt{3}\pi R^2 \text{ (đvdt).}$$

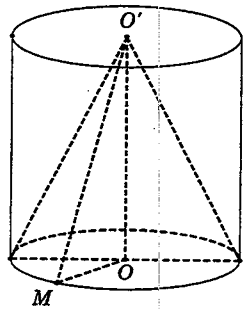
Kẻ đường sinh $O'M$ của hình nón, suy ra

$$\ell=O'M=\sqrt{OO'^2+OM^2}=\sqrt{3R^2+R^2}=2R.$$

Diện tích xung quanh của hình nón:

$$S_{xq(N)}=\pi R\ell=\pi R.2R=2\pi R^2 \text{ (đvdt).}$$

Vậy $\frac{S_{xq(T)}}{S_{xq(N)}}=\sqrt{3}$. **Chọn C.**



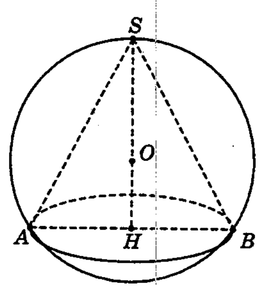
Câu 59. Hình vẽ kết hợp với giả thiết, ta có $SH=9\text{cm}$, $OS=OA=5\text{cm}$.

Suy ra $OH=4\text{cm}$ và $AH=\sqrt{OA^2-OH^2}=3\text{cm}$.

Thể tích khối nón $V_n=\frac{1}{3}\pi AH^2.SH=27\pi$ (đvtt).

Thể tích khối cầu $V_c=\frac{4}{3}\pi.SO^3=\frac{500\pi}{3}$ (đvtt).

Suy ra $\frac{V_n}{V_c}=\frac{81}{500}$. **Chọn B.**

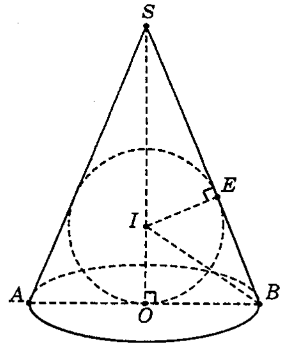


Câu 60. Xét mặt phẳng qua trục SO của hình nón ta được thiết diện là tam giác cân SAB.

Mặt phẳng đó cắt mặt cầu theo đường tròn có bán kính r (bán kính mặt cầu) và nội tiếp trong tam giác cân SAB.

Trong tam giác vuông SOB, gọi I là giao điểm của đường phân giác trong góc B với đường thẳng SO.

Chứng minh được I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác và bán kính $r = IO = IE$ (E là hình chiếu vuông góc của I trên SB).



Theo tính chất phân giác, ta có $\frac{IS}{IO} = \frac{BS}{BO} = \frac{13}{5}$.

Lại có $IS + IO = SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = 12$.

Từ đó suy ra $IS = \frac{26}{3}$, $IO = \frac{10}{3}$.

Ta có $\Delta SEI \backsim \Delta SOB$ nên

$$\frac{IE}{IS} = \frac{BO}{BS} = \frac{5}{13} \Rightarrow IE = \frac{5}{13}IS = \frac{10}{3}.$$

Thể tích khối cầu:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{10a}{3}\right)^3 = \frac{4000\pi a^3}{81}$$ (đvtt). Chọn A.

CHỦ ĐỀ 8. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Câu 1. Dựa vào lý thuyết: $\vec{x} = m\vec{i} + n\vec{j} + p\vec{k}$, suy ra $\vec{x} = (m;n;p)$. Chọn C.

Câu 2. Ta có $2\vec{x} + 3\vec{a} = 4\vec{b} \Leftrightarrow \vec{x} = 2\vec{b} + \left(-\frac{3}{2}\vec{a}\right)$. Suy ra $\vec{x} = \left(-4;\frac{9}{2};-\frac{5}{2}\right)$. Chọn A.

Câu 3. Đặt $\vec{x} = (m,n,p)$, ta có $\begin{cases} 2m - n + 3p = -5 \\ m - 3n + 2p = -11 \\ 3m + 2n - 4p = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 3 \\ p = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \vec{x} = (2,3,-2)$. Chọn B.

Câu 4. Ta có $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{1+1+0} = \sqrt{2}$; $\left|\vec{c}\right| = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$.

Xét $\vec{a}.\vec{b} = (-1).1 + 1.1 + 0.0 = 0$, suy ra $\vec{a} \perp \vec{b}$. Vậy đáp án còn lại D là sai. Chọn D.

Câu 5. Ta có $\cos\left(\vec{b},\vec{c}\right) = \frac{\left|\vec{b}.\vec{c}\right|}{\left|\vec{b}\right|.\left|\vec{c}\right|} = \frac{1.1 + 1.1 + 0.1}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2}.\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{6}}$. Chọn C.

Câu 6. Kiểm tra các đáp án, ta thấy đáp án B đúng.

Thật vậy, ta có $2\vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r} = (11,-6,5) = \vec{c}$. Chọn B.

Câu 7. Ta có $2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c} = (-3,22,5)$. Chọn A.

Câu 8. Ta có $m.\vec{a}+n.\vec{b}=(m-2n;n;-2m+3n)$.

Suy ra $m.\vec{a}+n.\vec{b}=\vec{c}\Leftrightarrow\begin{cases}m-2n=-4\\n=3\\-2m+3n=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=2\\n=3\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 9. Ta có $\begin{cases}2\vec{a}-\vec{b}=(3;2m+5;-4)\\\vec{b}=(1;-3;2)\end{cases}\Rightarrow\vec{b}\left(2\vec{a}-\vec{b}\right)=-6m-20$.

Do đó $\left|\vec{b}(2\vec{a}-\vec{b})\right|=4\Leftrightarrow|-6m-20|=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3m+10=2\\3m+10=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-\dfrac{8}{3}\\m=-4\end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 10. Ta có $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương $\Leftrightarrow\exists k\in\mathbb{R}:\ \vec{u}=k\vec{v}\Leftrightarrow\begin{cases}m=0\\-2=k(m-2)\\m+1=k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=0\\k=1\end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 11. Để hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow\exists k\in\mathbb{R}:\ \vec{a}=k\vec{b}\Leftrightarrow\begin{cases}m=k.1\\2=k.n\\3=k.2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=\dfrac{3}{2}\\n=\dfrac{4}{3}\end{cases}$.

Chọn B.

Câu 12. Ta có $\begin{cases}\vec{u}=\left(4,2-3\sqrt{2}m,3\sqrt{2}m-4\right)\\\vec{v}=\left(2m,m+\sqrt{2},-2m-\sqrt{2}\right)\end{cases}$.

Do đó $\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow 4.2m+\left(2-3\sqrt{2}m\right)\left(m+\sqrt{2}\right)+\left(3\sqrt{2}m-4\right)\left(-2m-\sqrt{2}\right)=0$

$\Leftrightarrow-9\sqrt{2}m^2+6m+6\sqrt{2}=0\Leftrightarrow m=\dfrac{\pm\sqrt{26}+\sqrt{2}}{6}$. **Chọn A.**

Câu 13. Sai ở Bước 3, do giải phương trình cơ bản $\sqrt{A}=B$ mà không có điều kiện $B\geqslant 0$.
Chọn D.

Câu 14. Ta có $\vec{a}.\vec{b}=|\vec{a}|.\left|\vec{b}\right|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=9$.

Sử dụng công thức: $\left|m\vec{a}+n\vec{b}\right|=\sqrt{\left(m\vec{a}+n\vec{b}\right)^2}=\sqrt{m^2\vec{a}^2+2mn.\vec{a}\vec{b}+n^2\vec{b}^2}$

Ta tính được $\left|3\vec{a}-2\vec{b}\right|=\sqrt{3^2.12-2.3.2.9+2^2.9}=\sqrt{36}=6$. **Chọn D.**

Câu 15. Theo giả thiết, ta có $\begin{cases}|\vec{u}|=3\Rightarrow\vec{u}^2=|\vec{u}|^2=9\\|\vec{v}|=1\Rightarrow\vec{v}^2=|\vec{v}|^2=1\end{cases}$. (1)

Từ $|\vec{u}-\vec{v}|=4$, suy ra $16=|\vec{u}-\vec{v}|^2=\vec{u}^2+\vec{v}^2-2\vec{u}\vec{v}$. (2)

Kết hợp (1) và (2), ta được $2\vec{u}\vec{v}=\vec{u}^2+\vec{v}^2-|\vec{u}-\vec{v}|^2=9+1-4^2=-6$.

Khi đó $\left|\vec{u}+\vec{v}\right|^2=\vec{u}^2+\vec{v}^2+2\vec{u}\vec{v}=9+1-6=4$. Vậy $\left|\vec{u}+\vec{v}\right|=2$. **Chọn C.**

Câu 16. Áp dụng công thức $\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right|=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$, ta được $\left|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right|=2.5.\sin 30^0=5$. **Chọn B.**

Câu 17. Chú ý rằng $\left(5\vec{a},-2\vec{b}\right)=180^0-\left(\vec{a},\vec{b}\right)=150^0$.

Sử dụng công thức $\left|\left[m\vec{a},n\vec{b}\right]\right|=|m.n|.|\vec{a}|.|\vec{b}|.\sin\left(m\vec{a},n\vec{b}\right)$, ta được

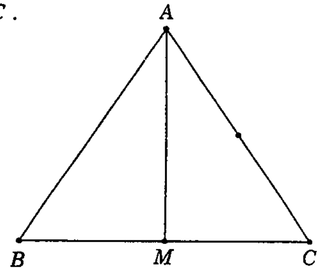
$\left|\left[5\vec{a},-2\vec{b}\right]\right|=\left|5.(-2)\right|.2\sqrt{3}.3.\sin 150^0=30\sqrt{3}$. **Chọn C.**

Câu 18. Vẽ tam giác đều ABC, gọi M là trung điểm BC.

Ta chọn $\vec{u}=\overrightarrow{BA}$, $\vec{v}=\overrightarrow{BM}$ thỏa mãn giả thiết bài toán.

Suy ra $\vec{u}-\vec{v}=\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{MA}$.

Khi đó $\left(\vec{v},\vec{u}-\vec{v}\right)=\left(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{MA}\right)=90^0$. **Chọn D.**



Câu 19. M là trung điểm của AB suy ra tọa độ điểm $M(1;1;0)$.

N là trung điểm của CD suy ra tọa độ điểm $N(1;1;2)$.

I là trung điểm của MN suy ra tọa độ điểm $I(1;1;1)$. **Chọn D.**

Câu 20. Ta có $2\vec{a}-\vec{b}=(5;2;-3)$. Gọi $M(x;y;z)$, suy ra $\overrightarrow{AM}=(x;y-2;z-1)$.

Theo giả thiết, suy ra $\begin{cases}x=5\\y-2=2\\z-1=-3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=5\\y=4\\z=-2\end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 21. Áp dụng lý thuyết: Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ có tọa độ hình chiếu trên các mặt phẳng (Oxy), (Oyz), (Oxz) lần lượt là $M_1(x_0;y_0;0)$, $M_2(0;y_0;z_0)$, $M_3(x_0;0;z_0)$. **Chọn B.**

Câu 22. Áp dụng lý thuyết: Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ có các điểm đối xứng qua các mặt phẳng tọa độ (Oxy), (Oyz), (Oxz) lần lượt là $M_1(x_0;y_0;-z_0)$, $M_2(-x_0;y_0;z_0)$, $M_3(x_0;-y_0;z_0)$.

Do đó điểm đối xứng của $M(-3;2;-1)$ qua mặt phẳng (Oxy) là $M'(-3;2;1)$. **Chọn A.**

Câu 23. Áp dụng lý thuyết: Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ có hình chiếu vuông góc lên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt là $M_{Ox}(x_0;0;0)$, $M_{Oy}(0;y_0;0)$, $M_{Oz}(0;0;z_0)$. Do đo hình chiếu vuông góc của $M(2016;-1;-2017)$ trên trục Oz là $(0;0-2017)$. **Chọn D.**

Câu 24. Áp dụng lý thuyết: Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thì điểm đối xứng của M qua các trục Ox, Oy, Oz lần lượt là $M_1(x_0;-y_0;-z_0)$, $M_2(-x_0;y_0;-z_0)$, $M_3(-x_0;-y_0;z_0)$.

Do đó điểm đối xứng của $A(-3;2;-1)$ qua trục $y'Oy$ là $A'(3;2;1)$. **Chọn C.**

Câu 25. Khoảng cách từ $A(x;y;z)$ đến trục Ox, được tính theo công thức $d[A,Ox]=\sqrt{y^2+z^2}$.

Tương tự $d[A,Oy]=\sqrt{x^2+z^2}$ và $d[A,Oz]=\sqrt{x^2+y^2}$.

Do đó $d[A,Oy]=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$. **Chọn B.**

Câu 26. Khoảng cách từ M đến gốc tọa độ O bằng $MO=\sqrt{9+1+4}=\sqrt{14}$. **Chọn D.**

Câu 27. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (yOz) là $M(-2;-5;4)$. **Chọn A.**

Câu 28. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua trục Ox là $M'(1;2;-3)$. **Chọn B.**

Câu 29. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;1;0)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;3;-3)$. Gọi $D(x;y;z)$.

Theo giả thiết $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=2(-2)+3(-1)=-7 \\ y-4=2.2+3.3=13 \\ z-2=2.0+3(-3)=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-10 \\ y=17 \\ z=-7 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 30. Gọi $G'(x;y;z)$ là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

Ta có $\overrightarrow{G'A'}+\overrightarrow{G'B'}+\overrightarrow{G'C'}=\vec{0} \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{G'A}+\overrightarrow{AA'}\right)+\left(\overrightarrow{G'B}+\overrightarrow{BB'}\right)+\left(\overrightarrow{G'C}+\overrightarrow{CC'}\right)=\vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{G'A}+\overrightarrow{G'B}+\overrightarrow{G'C}=\overrightarrow{A'A}+\overrightarrow{B'B}+\overrightarrow{C'C}=\vec{0}.$$

Suy ra G' cũng là trọng tâm của tam giác ABC nên có tọa độ $G\left(2;\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$. **Chọn C.**

Câu 31. Ta có $\overrightarrow{MN}=(2;10;-14)$, $\overrightarrow{MQ}=(-1;-5;7)$. Suy ra $\overrightarrow{MN}=-2\overrightarrow{M}$.

Do đó ba điểm M, N, Q thẳng hàng. **Chọn B.**

Câu 32. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-12;6;0)$, $\overrightarrow{AM}=(2m-3;3;n-1)$.

Để A, B, M thẳng hàng $\Leftrightarrow \exists k\in\mathbb{R}^*:\ \overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-3=-12k \\ 3=6k \\ n-1=0.k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=-\frac{3}{2}. \\ n=1 \end{cases}$

Chọn B.

Câu 33. Gọi $M(a;0;0)\in Ox$.

Theo giả thiết: $MA=MB \Leftrightarrow \sqrt{(a-1)^2+3^2+(-5)^2}=\sqrt{(a-3)^2+2^2+(-4)^2} \Leftrightarrow a=-\frac{3}{2}$.

Suy ra $M\left(-\frac{3}{2};0;0\right)$. **Chọn B.**

Câu 34. Gọi $M(x;0;z)\in(Oxz)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} MA=MB \\ MA=MC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} MA^2=MB^2 \\ MA^2=MC^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (1-x)^2+(1-0)^2+(1-z)^2=(-1-x)^2+(1-0)^2+(0-z)^2 \\ (1-x)^2+(1-0)^2+(1-z)^2=(3-x)^2+(1-0)^2+(-1-z)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5/6 \\ z=-7/6 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 35. Áp dụng công thức tìm tọa độ trọng tâm. **Chọn B.**

Câu 36. Gọi $H(x;y;z)$. Ta có $\overrightarrow{AH}=(x;y;z-1)$, $\overrightarrow{BC}=(3;3;-1)$, $\overrightarrow{BH}=(x+1;y+2;z)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases}\overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{BC}\\ \overrightarrow{BC}\parallel\overrightarrow{BH}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x.3+y.3+(z-1).(-1)=0\\ \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z}{-1}\end{cases} \Rightarrow H\left(\dfrac{5}{19};-\dfrac{14}{19};-\dfrac{8}{19}\right)$.

Chọn A.

Câu 37. Gọi D là chân đường phân giác trong góc $\widehat{B}$ của tam giác ABC

Ta có $\overrightarrow{DA}=-\dfrac{BA}{BC}\overrightarrow{DC}$. Tính được $BA=\sqrt{26}$, $BC=\sqrt{104}$.

Suy ra $\overrightarrow{DA}=-\dfrac{\sqrt{26}}{\sqrt{104}}\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\overrightarrow{DC}=-2\overrightarrow{DA}$.

Gọi $D(x;y;z)$. Từ $\overrightarrow{DC}=-2\overrightarrow{DA}\Rightarrow\begin{cases}-4-x=-2(1-x)\\ 7-y=-2(2-y)\\ 5-z=-2(-1-z)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-2/3\\ y=11/3\\ z=1\end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 38. Gọi D là chân phân giác trong của góc $\widehat{B}$, ta có $\dfrac{DA}{DC}=\dfrac{BA}{BC}=\dfrac{3}{15}\Rightarrow\overrightarrow{DA}=-\dfrac{1}{5}\overrightarrow{DC}$.

Suy ra $D(0;0;3)$. Vậy $BD=2\sqrt{5}$. **Chọn B.**

Câu 39. Gọi F là chân đường phân giác ngoài góc $\widehat{A}$ của tam giác ABC, ta có $\overrightarrow{FB}=\dfrac{AB}{AC}.\overrightarrow{FC}$.

Tính được $AB=5\sqrt{5}$, $AC=3\sqrt{5}$. Suy ra $\overrightarrow{FB}=\dfrac{5}{3}\overrightarrow{FC}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{FB}=5\overrightarrow{FC}$.

Gọi $F(x;y;z)$. Từ $3\overrightarrow{FB}=5\overrightarrow{FC}\Rightarrow\begin{cases}3(-5-x)=5(3-x)\\ 3(6-y)=5(2-y)\\ 3(0-z)=5(0-z)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=15\\ y=4\\ z=0\end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 40. Ta có $\overrightarrow{NM}=(3;2;-2)$, $\overrightarrow{NP}=(2;m-2;1)$.

Tam giác MNP vuông tại N $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{NM}.\overrightarrow{NP}=0\Leftrightarrow 6+2(m-2)-2=0\Leftrightarrow m=0$. **Chọn D.**

Câu 41. Giả sử $A(x_A;y_A;0)\in(Oxy)$, $B(0;0;z_B)\in Oz$.

Vì $G(-1;1;2)$ là trọng tâm của tam giác ABC nên

$$\begin{cases}-1=\dfrac{x_A+0+(-2)}{3}\\ 1=\dfrac{y_A+0+2}{3}\\ 2=\dfrac{0+z_B+2}{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_A=-1\\ y_A=1\\ z_B=4\end{cases}\Rightarrow A(-1;1;0),\ B(0;0;4).$$

Chọn B.

Câu 42. Gọi M là trung điểm của AC. Do $M \in Oy$ nên $M(0;y;0)$. Suy ra $C(4;y;-2)$.

Gọi N là trung điểm của BC, suy ra $N\left(\frac{7}{2};\frac{5+y}{2};-6\right)$.

Do $N \in (Oxz)$ nên $\frac{5+y}{2}=0 \Leftrightarrow y=-5 \Rightarrow C(4;-5;-2)$. **Chọn A.**

Câu 43. Ta có $AB^2=125; AC^2=45; BC^2=80$.

Do đó $AB^2=CA^2+CB^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại C. **Chọn C.**

Câu 44. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(0;2;-1)\\ \overrightarrow{AC}=(-1;1;2)\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0 \Leftrightarrow AB \perp AC$. **Chọn D.**

Câu 45. Ta có $AB=3; BC=3; AC=\sqrt{2}$. Vậy tam giác cân ở B. **Chọn C.**

Câu 46. Ta có $A(1;1;1)$, $B(5;1;-1)$ và $\overrightarrow{BC}=(2;8;3)$. Suy ra tọa độ điểm $C(7;9;2)$.

Gọi $D(x;y;z)$. Vì $ABCD$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \begin{cases}x=x_A+x_C-x_B\\ y=y_A+y_C-y_B\\ z=z_A+z_C-z_B\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\ y=9\\ z=4\end{cases}$$ **Chọn D.**

Câu 47. Gọi $Q(x;y;z)$. Để $MNPQ$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{QP}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x_P-x_Q=x_N-x_M\\ y_P-y_Q=y_N-y_M\\ z_P-z_Q=z_N-z_M\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_Q=x_P+x_M-x_N\\ y_Q=y_P+y_M-y_N\\ z_Q=z_P+z_M-z_N\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\ y=3\\ z=4\end{cases}$$ **Chọn C.**

Câu 48. Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-3;3)$, $\overrightarrow{MC}=(2;-3;3)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MC}$ hay $ABCM$ là hình bình hành.

$\overrightarrow{NA}=(3;1;-1), \overrightarrow{BC}=(3;1;-1)$. Suy ra $\overrightarrow{NA}=\overrightarrow{BC}$ hay $NACB$ là hình bình hành.

Chọn D.

Câu 19. Từ giả thiết, suy ra $A(-1;1;0)$ và $B(1;1;0)$. Gọi $D(x;y;z)$.

Do $OABD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases}x=x_B-x_A\\ y=y_B-y_A\\ z=z_B-z_A\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\ y=0\\ z=0\end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 50. Áp dụng công thức tính tọa độ trọng tâm của tứ diện. **Chọn D.**

Câu 51. Gọi I là tâm của hình hộp nên I là trung điểm của của $D'B$, suy ra $I(5;4;5)$.

Và I cũng là trung điểm của AC', suy ra $C'(8;4;10)$. Gọi $B'(x;y;z)$.

Do $B'C'CB$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{C'B'}=\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \begin{cases}x=x_B+x_{C'}-x_C\\ y=y_B+y_{C'}-y_C\\ z=z_B+z_{C'}-z_C\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=13\\ y=0\\ z=17\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 52. Rõ ràng A đúng theo tính chất của tích có hướng.

Đặt $\vec{a}=(x;y;z)$, $\vec{b}=(x';y';z')$ $(x,y,z,x',y',z'\in\mathbb{R})$. Ta có

- $\begin{cases}3\vec{b}=(3x';3y';3z')\\ \left[\vec{a},\vec{b}\right]=(yz'-zy';xz'-zx';xy'-x'y)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\left[\vec{a},3\vec{b}\right]=(3yz'-3zy';3xz'-3zx';3xy'-3x'y)\\ \left[\vec{a},\vec{b}\right]=(yz'-zy';xz'-zx';xy'-x'y)\end{cases}$

$\Rightarrow \left[\vec{a},3\vec{b}\right]=3\left[\vec{a};\vec{b}\right]$. Do đó B đúng.

- $\begin{cases}2\vec{a}=(2x;2y;2z)\\ \left[\vec{a},\vec{b}\right]=(yz'-zy';xz'-zx';xy'-x'y)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\left[2\vec{a},\vec{b}\right]=(2yz'-2zy';2xz'-2zx';2xy'-2x'y)\\ \left[\vec{a},\vec{b}\right]=(yz'-zy';xz'-zx';xy'-x'y)\end{cases}$

$\Rightarrow \left[2\vec{a},\vec{b}\right]=2\left[\vec{a},\vec{b}\right]$. Do đó C đúng.

Vậy đáp án sai là D. **Chọn D.**

Câu 53. Áp dụng lý thuyết về tính chất của tích có hướng, ta có $\left|\left[\vec{u},\vec{v}\right]\right|=|\vec{u}||\vec{v}|\sin\left(\vec{u},\vec{v}\right)$.

Vậy A là đáp án sai. **Chọn A.**

Câu 54. Chọn B.

Câu 55. Kiểm tra ta thấy chỉ có bộ B thỏa mãn.

Thật vậy, ta có $\vec{a}=(4;3;4)$, $\vec{b}=(2;-1;2)\Rightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(10;0;-10)$.

Suy ra $\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=10.1+0.2-10.1=0$. **Chọn B.**

Câu 56. Nhận thấy $\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=-35\neq 0$ nên $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ không đồng phẳng.

Ta có $\begin{cases}\vec{a}+\vec{b}=(7,10,1)\\ \vec{c}+\vec{d}=(7,10,1)\end{cases}$. Suy ra $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{c}+\vec{d}\right|$ và $\vec{d}+\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}\Leftrightarrow\vec{d}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$.

Vậy chỉ có câu D là sai. **Chọn D.** (Bạn đọc có thể kiểm tra trực tiếp)

Câu 57. Dựa vào lý thuyết về tích có hướng của hai vectơ, suy ra $\begin{cases}\vec{c}\perp\vec{a}\\ \vec{c}\perp\vec{b}\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 58. Ta có: $\begin{cases}\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-1;-3;-7)\\ \vec{c}=(1;-5;2)\end{cases}\Rightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=0$. Suy ra $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng. **Chọn C.**

Câu 59. Ta có $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-m+4,-3m-2,7)$.

Để $\vec{c}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ thì $\begin{cases}-m+4=5\\ -3m-2=1\end{cases}\Leftrightarrow m=-1$. **Chọn A.**

Câu 60. Ta có: $\left[\vec{u},\vec{w}\right]=(-3;-1;5)$

Để ba vectơ đồng phẳng thì $\left[\vec{u},\vec{w}\right].\vec{v}=0\Leftrightarrow -3m-3-5=0\Leftrightarrow m=-\frac{8}{3}$. **Chọn D.**

Câu 61. Ta có $\begin{cases}\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\left(m-4;2m+1;-m^2-m+2\right)\\ \vec{c}=(0;m-2;2)\end{cases}\Rightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=-5m+2$.

Để ba vectơ $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ đồng phẳng thì $\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=0\Leftrightarrow -5m+2=0\Leftrightarrow m=\frac{2}{5}$. **Chọn A.**

Câu 62. Ta có $\begin{cases}\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-12,-2,-8)\\ \vec{c}=\left(m-2,m^2,5\right)\end{cases}\Rightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=-2m^2-12m-16$.

Để ba vectơ $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ đồng phẳng thì $\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=0\Leftrightarrow -2m^2-12m-16=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2\\ m=-4\end{array}\right.$.

Chọn A.

Câu 63. Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;2;-1)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;1;2)$, $\overrightarrow{AD}=(-1;m+2;p)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(5;1;2)$.

Để bốn điểm $A,\ B,\ C,\ D$ đồng phẳng khi $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0\Leftrightarrow m+2p=3$. **Chọn C.**

Câu 64. Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;1;-4)$, $\overrightarrow{AC}=(1;4;-4)$, $\overrightarrow{AD}=(a;b;-4)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(12;4;7)$.

Để hai đường thẳng AD và BC cùng thuộc một mặt phẳng khi và chỉ khi bốn điểm $A,\ B,\ C,\ D$ đồng phẳng $\Leftrightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0\Leftrightarrow 3a+b=7$. **Chọn A.**

Câu 65. Gọi $M(x;0;0)\in Ox$. Mà $M=Ox\cap(ABC)$ nên bốn điểm $A,\ B,\ C,\ M$ đồng phẳng.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-2;4)$, $\overrightarrow{AC}=(6;0;3)$, $\overrightarrow{AM}=(x-1;-2;1)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-6;12;12)$.

Bốn điểm $A,\ B,\ C,\ M$ đồng phẳng

$\Leftrightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AM}=0\Leftrightarrow -6(x-1)+12(-2)+12.1=0\Leftrightarrow x=-1\Rightarrow M(-2;0;0)$. **Chọn D.**

Câu 66. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;-1;0)$ nên bài giải sai ở Bước 1. **Chọn B.**

Câu 67. Gọi I là trung điểm của AB, ta có $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$.

Khi đó $\left[\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right),\overrightarrow{AC}\right]=\vec{0}\Leftrightarrow\left[2\overrightarrow{MI},\overrightarrow{AC}\right]=\vec{0}$.

Suy ra $\overrightarrow{MI}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC}$. **Chọn B.**

Câu 68. Diện tích $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right]\right|=\frac{\sqrt{6}}{2}$. **Chọn C.**

Câu 69. Diện tích $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right]\right|=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Độ dài đường cao $AH=\frac{2S}{BC}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{30}}{5}$. **Chọn A.**

Câu 70. Điểm $M\in Oy$ nên $M(0;m;0)$. Ta có $\overrightarrow{BM}=(-2;m;0)$, $\overrightarrow{BC}=(2;0;0)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BC}\right]=(0;0;-2m)$. Theo giả thiết

$$S_{\Delta MBC}=3\Leftrightarrow\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BC}\right]\right|=3\Leftrightarrow\frac{1}{2}|-2m|=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\m=-3\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}M(0;3;0)\\M(0;-3;0).\end{array}\right.$$ Chọn B.

Câu 71: Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AH}=(a-1;b-2;c+1)\\\overrightarrow{BH}=(a-2;b-1;c-1)\end{cases}$ và $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(1;-1;2)\\\overrightarrow{AC}=(-1;-1;3)\\\overrightarrow{BC}=(-2;0;1)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-1;-5;-2)$.

Do H là trực tâm của tam giác

$$ABC\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0\\\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0\\\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AH}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2(a-1)+(c+1)=0\\-1(a-2)-1(b-1)+3(c-1)=0\\-1(a-1)-5(b-2)-2(c+1)=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-2a+c=-3\\-a-b+3c=0\\-a-5b-2c=-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=1\\c=1\end{cases}$$ Do đó $a+b+c=4$. Chọn A.

Câu 72. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;-3;8)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;0;6)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-18;4;-3)$.

Diện tích hình bình hành $S_{\square ABCD}=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\sqrt{349}$. Chọn B.

Câu 73. Do $ABCD$ là hình bình hành nên I là trung điểm của BD, suy ra $D(1;-1;1)$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(1;1;1)\\\overrightarrow{AD}=(0;-1;0)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]=(1;0;-1)$.

Diện tích của hình bình hành $S_{\square ABCD}=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|=\sqrt{1^2+0^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$. Chọn C.

Câu 74. Áp dụng công thức $V=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|=\frac{1}{2}$. Chọn C.

Câu 75. Gọi $D(0;b;0)$.

Áp dụng công thức $V=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|=5\Leftrightarrow|-4(b-1)-2|=30\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=-7\\b=8\end{array}\right.$. Chọn C.

Câu 76. Diện tích tam giác $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{25}{2}$.

Thể tích tứ diện $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|=\frac{25}{3}$.

Suy ra độ dài đường cao $h=d\left[D,(ABC)\right]=\frac{3V_{ABCD}}{S_{\Delta ABC}}=2$. Chọn C.

Câu 77. Ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = (4;2;0)$, $\overrightarrow{BC} = (2;-4;0)$ và $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} = 0$.

Suy ra ABCD là hình vuông. **Chọn B.**

Câu 78. Ta có $BC = \sqrt{2}$, $BD = \sqrt{2}$, $CD = \sqrt{2}$. Suy ra tam giác BCD đều.

Vậy D là đáp án sai. **Chọn D.**

Câu 79. Nhận thấy ba vectơ $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BB'}$, $\overrightarrow{CC'}$ có giá cùng song song với mặt phẳng $(BCC'B')$ nên ba vectươ $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BB'}$, $\overrightarrow{CC'}$ đồng phẳng. **Chọn A.**

Câu 80. Do $ABCD.A'B'C'D'$ nên ta có $\overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{BC}$, suy ra $A'(7;0;-5)$.

Và $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$ nên suy ra $B'(6;-1;-1)$.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (1;1;-4)$, $\overrightarrow{BC} = (-5;1;4)$ và $\overrightarrow{BB'} = (6;-1;1)$.

Thể tích khối hộp $V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left|\left[\overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{BC}\right].\overrightarrow{BA}\right| = 38$. **Chọn B.**

Câu 81. Chọn A.

Câu 82. Ta có: $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$

hay $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$.

Do đó mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;-3)$ và bán kính $R = 4$. **Chọn A.**

Câu 83. Phương trình $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 + 6z - 2 = 0$ vắng x và y nên tâm mặt cầu này nằm trên trục Oz.

Ngoài ra ta có thể chuyển phương trình mặt cầu (S_2) về dạng: $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 11$, suy ra tâm $I(0;0;-3) \in Oz$. **Chọn B.**

Nhận xét: Trong phương trình mặt cầu, nếu vắng đồng thời hai hệ số của biến bậc nhất nào thì tâm của mặt cầu nằm trên trục tọa độ không chứa tên của những biến đó.

Câu 84. Phương trình $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2 = 0$ vắng z nên tâm của mặt cầu này nằm trên mặt phẳng (Oxy).

Ngoài ra ta có thể chuyển phương trình mặt cầu (S_1) về dạng:

$(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 7$, suy ra tâm $I(-1;2;0) \in (Oxy)$. **Chọn A.**

Nhận xét: Trong phương trình mặt cầu, nếu vắng hệ số của biến bậc nhất nào thì tâm của mặt cầu đó nằm trên mặt phẳng tọa độ không chứa tên của biến đó.

Câu 85. Bán kính $R = d[I, Ox] = \sqrt{y_I^2 + z_I^2} = 5$. **Chọn B.**

Câu 86. Ta có $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$

hay $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$

Do đó mặt cầu (S) có bán kính $R = 3$. Diện tích mặt cầu là : $S = 4\pi R^2 = 36\pi$. **Chọn C.**

Câu 87. Xét đáp án B, ta có

$$3x^2+3y^2+3z^2-2x-6y+4z-1=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-\frac{2}{3}x-2y+\frac{4}{3}z-\frac{1}{3}=0$$

$$\Leftrightarrow\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+(y-1)^2+\left(z+\frac{2}{3}\right)^2=\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2+1^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2>0$$. **Chọn B.**

Câu 88. Ta có $(S): x^2+y^2+z^2-4x+8y-2az+6a=0$

hay $(S):(x-2)^2+(y+4)^2+(z-a)^2=a^2-6a+20>0$.

Do đó bán kính mặt cầu : $R=\sqrt{a^2-6a+20}$.

Để $2R=12 \Leftrightarrow R=6 \Leftrightarrow \sqrt{a^2-6a+20}=6 \Leftrightarrow a^2-6a-16=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=-2\\a=8\end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 89. Ta có $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-2az+10a=0$

hay $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-a)^2=a^2-10a+5$.

Để (S) là phương trình của mặt cầu $a^2-10a+5>0$. (*)

Khi đó mặt cầu (S) có bán kính $R=\sqrt{a^2-10a+5}$.

Chu vi đường tròn lớn của mặt cầu (S) là: $P=2\pi R=2\pi\sqrt{a^2-10a+5}$.

Theo giả thiết:

$$2\pi\sqrt{a^2-10a+5}=8\pi \Leftrightarrow \sqrt{a^2-10a+5}=4 \Leftrightarrow a^2-10a-11=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=-1\\a=11\end{array}\right.$$. **Chọn C.**

Câu 90. Ta có $(S): x^2+y^2+z^2-(2m-2)x+3my+(6m-2)z-7=0$

hay $(S):[x-(m-1)]^2+\left(y+\frac{3m}{2}\right)^2+[z+(3m-1)]^2=7+(m-1)^2+\left(\frac{3m}{2}\right)^2+(3m-1)^2>0$.

Suy ra bán kính $R=\sqrt{7+(m-1)^2+\left(\frac{3m}{2}\right)^2+(3m-1)^2}=\sqrt{\frac{49m^2}{4}-8m+9}$

$$=\sqrt{\left(\frac{7}{2}m-\frac{8}{7}\right)^2+\frac{377}{49}}\geqslant\frac{\sqrt{377}}{7}$$. **Chọn B.**

Câu 91. Đường tròn giao tuyến của (S) với mặt phẳng (Oxy) có phương trình

$$\begin{cases}(x-2)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=14\\z=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x-2)^2+(y-2)^2=5\\z=0\end{cases}.$$

Từ phương trình ta thấy đường tròn giao tuyến có

tâm $J(1,2,0)\in(Oxy)$ và có bán kính $r=\sqrt{5}$.

Chọn A.

Câu 92. Chọn C.

Câu 93. Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Suy ra tọa độ tâm mặt cầu cần tìm là $(0;3;-1)$

Ta có $AB=\sqrt{(-2-2)^2+(2-4)^2+(-3-1)^2}=6\Rightarrow R=\frac{1}{2}AB=3$.

Do đó phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2+(y-3)^2+(z+1)^2=9$. **Chọn D.**

Câu 94. Gọi $R>0$ là bán kính mặt cầu (S).

Ta có $V=\frac{4}{3}\pi R^3=972\pi\Leftrightarrow R^3=729\Leftrightarrow R=9$.

Suy ra phương trình của mặt cầu (S) là $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=81$. **Chọn A.**

Câu 95. Bán kính mặt cầu: $R=d[I,(Oyz)]=|x_I|=2$.

Do đó phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$. **Chọn C.**

Câu 96. Gọi tâm mặt cầu (S) là $I(a;0;b)\in(Oxz)$.

Ta có $\begin{cases}IA=IB\\IA=IC\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+4+b^2=(a-2)^2+9+(b-1)^2\\a^2+4+b^2=a^2+9+(b-1)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}I(1;0;3)\\R=\sqrt{14}\end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 97. Gọi $I(a;0;0)\in Ox$ với $a>0$ là tâm của (S).

Theo giả thiết, ta có $d[I,(Oyz)]=R\Leftrightarrow|x_I|=2\Leftrightarrow a=2$.

Vậy $(S):(x-2)^2+y^2+z^2=4$. **Chọn C.**

Câu 98. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

Ta có $\begin{cases}IO^2=IA^2\\IO^2=IB^2\\IO^2=IC^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2+c^2=(a-2)^2+b^2+c^2\\a^2+b^2+c^2=a^2+(b-4)^2+c^2\\a^2+b^2+c^2=a^2+b^2+(c-4)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4a+4=0\\-8b+16=0\\-8c+16=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=2\\c=2\end{cases}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là $R=IO=\sqrt{1^2+2^2+2^2}=3$. **Chọn B.**

Cách nhanh. Ta thử tạ độ các điểm vào các phương trình. Cụ thể thấy tọa độ điểm $O(0;0;0)$ chỉ thỏa mãn B.

Câu 99. Ta có

$MA^2=MB^2+MC^2\Leftrightarrow(x-1)^2+y^2+z^2=x^2+(y-2)^2+z^2+x^2+y^2+(z-3)^2$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+12=0\Leftrightarrow(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2$.

Suy ra tập hợp các điểm $M(x,y,z)$ thỏa mãn là mặt cầu có bán kính $R=\sqrt{2}$. **Chọn A.**

Câu 100. Phương trình $(S_3):x^2+y^2+z^2+2x+6z=0$ vắng hệ số tự do nên mặt cầu của nó đi qua gốc tọa độ O. **Chọn C.**

Câu 101. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=3$.

Xét điểm $P(-1;6;-1)$, ta có $\overrightarrow{IP}=(-2;4;-4)$. Suy ra $IP=\sqrt{4+16+16}=6>R$.

Do đó điểm P nằm ngoài mặt cầu (S). **Chọn C.**

Câu 102. Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;1)$, bán kính $R=\sqrt{14}$.

Xét điểm $M(0;1;-1)$, ta có $\overrightarrow{IM}=(-3;-1;-2)$. Suy ra $IM=\sqrt{9+1+4}=\sqrt{14}=R$.

Do đó điểm M thuộc mặt cầu (S). **Chọn A**

Câu 103. Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;2)$, bán kính $R=5$.

Xét điểm Q, ta có $\overrightarrow{IQ}=(1;2;-2)$. Suy ra $IQ=\sqrt{1+4+4}=3<R$.

Do đó điểm Q nằm bên trong mặt cầu (S). **Chọn D.**

Câu 104. Ta có $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$

hay $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=14$.

Suy ra (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{14}$.

Ta có $OI=\sqrt{14}=R,\ IA=1<R,\ IB=\sqrt{26}>R$.

Vậy trong ba điểm đã cho nhận thấy có một điểm $A(1;2;3)$ thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 105. Ta có $(S): x^2+y^2+z^2-2y+4z-9=0$

hay $(S): x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=14$.

Suy ra (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{14}$.

Điểm A nằm trong khối cầu $\Leftrightarrow IA<R \Leftrightarrow IA^2<R^2 \Leftrightarrow (-1)^2+(1-a)^2+(-3)^2<14$

$$\Leftrightarrow a^2-2a-3<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a<-1 \\ a>3 \end{array}\right.$$ **Chọn D.**

Câu 106. Mặt cầu (S) có tâm $I(0;4;1)$, bán kính $R=6$.

Ta có $d[I,(Oxy)]=|z_I|=1<R$ và $I(0;4;1)\notin(Oxy)$ (do $z_I=1\neq 0$). **Chọn A.**

Câu 107. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;5)$, bán kính $R=2$.

Ta có $d[I,(Oxy)]=|z_I|=5>R,\quad d[I,(Oyz)]=|x_I|=1<R,\quad d[I,(Oxz)]=|y_I|=2=R$.

Vậy chỉ có mặt phẳng (Oyz) cắt mặt cầu (S). **Chọn B.**

Câu 108. Xét mặt cầu $(S_4): x^2+y^2+(z+4)^2=16$, có tâm $I(0;0-4)\in Oz$ và $R=4$.

Ta có $d[I,(Oxy)]=|z_I|=4=R$. **Chọn D.**

Câu 109. Mặt cầu (S) có tâm $I(-3;0;2)$, bán kính $R=\sqrt{m^2+4}$.

Để (S) tiếp xúc với (Oyz) khi $d[I,(Oyz)]=R \Leftrightarrow |x_I|=R \Leftrightarrow 3=\sqrt{m^2+4} \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{5}$.

Chọn B.

Câu 110. Mặt cầu (S) có tâm $I\left(2;-\sqrt{5};0\right)$, bán kính $R=\sqrt{m^2+2m+6}$.

Để (S) cắt trục Oz tại hai điểm phân biệt khi $d[I,Oz]<R \Leftrightarrow \sqrt{x_I^2+y_I^2}<R$

$\Leftrightarrow 3<\sqrt{m^2+2m+6} \Leftrightarrow m^2+2m-3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-3 \\ m>1 \end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 111. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$, bán kính $R=3$.

Nhận thấy $d[I,Ox]=\sqrt{y_I^2+z_I^2}=3=R$. Vậy (S) tiếp xúc với trục Ox. **Chọn A.**

Câu 112. Xét mặt cầu $(S_2):(x-1)^2+y^2+z^2=1$ có tâm $I(1;0;0)$, bán kính $R=1$.

Ta có $d[I,Oy]=\sqrt{x_I^2+z_I^2}=1=R$ và $d[I,Oz]=\sqrt{x_I^2+y_I^2}=1=R$. **Chọn B.**

Câu 113. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-2;-3)$, bán kính $R=\sqrt{14}$.

Ta có $\overrightarrow{IA}=(2;1;-3)$, suy ra $IA=\sqrt{14}=R$ nên $A\in(S)$.

Gọi $B(0;0;c)\in Oz$ là điểm cần tìm. Suy ra $\overrightarrow{AB}=(-1;1;c+6)$.

Để tiếp xúc với $(S)\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{IA}\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{IA}=0\Leftrightarrow 2(-1)+1-3(c+6)=0\Leftrightarrow c=-\dfrac{19}{3}$.

Chọn A.

Câu 114. Giả sử $B(a;b;c)\in(S)$.

Theo giả thiết, ta có $\begin{cases} B\in(S) \\ OA^2=OB^2 \\ OA^2=AB^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2+c^2-4a-4b-4c=0 \\ a^2+b^2+c^2=32 \\ (4-a)^2+(4-b)^2+c^2=32 \end{cases}$.

Giải hệ phương trình, ta tìm được hai nghiệm $(a;b;c)$ là $(0;4;4)$ hoặc $(4;0;4)$. **Chọn D.**

Câu 115. Chọn D. **Câu 116. Chọn D.**

Câu 117. Ta cần chú ý

- Khi $D=0$ thì (α) đi qua gốc tọa độ.
- Nếu $\begin{cases} BC\neq 0 \\ A=D=0 \end{cases}$ thì (α) chứa trục Ox. **Chọn B.**

Câu 118. Ta có (P) song song với (Q) nên có dạng: $(P):2x-y+5z+D=0$ với $D\neq 0$.

Lại có (P) qua $E(1;2;-3)$ nên thay tọa độ điểm E vào phương trình của (P), ta được $D=15$.

Vậy $(P):2x-y+5z+15=0$. **Chọn C.**

Câu 119. Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;1)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(1;1;2)$ làm một VTPT nên có phương trình $(P):x+y+2z-3=0$. **Chọn A.**

Câu 120. Mặt phẳng (P) đi qua $G(1;1;1)$ và nhận $\overrightarrow{OG}=(1;1;1)$ làm một VTPT nên có phương trình $(P):x+y+z-3=0$. **Chọn A.**

Câu 121. Mặt phẳng cần tìm đi qua $A(2;1;-1)$ và nhận $\overrightarrow{BC}=(1;-2;-5)$ làm một VTPT nên có phương trình $x-2y-5z-5=0$. **Chọn C.**

Câu 122. Tọa độ trung điểm của AB là $M\left(\frac{9}{2};5;\frac{1}{2}\right)$.

Mặt phẳng cần tìm đi qua $M\left(\frac{9}{2};5;\frac{1}{2}\right)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(1;8;5)$ làm một VTPT nên có phương trình $x+8y+5z-47=0$. **Chọn D.**

Câu 123. Do (β) đối xứng với (α) qua I nên $(\beta)\parallel(\alpha)$.

Suy ra $(\beta): 4x-3y-7z+D=0$ với $D\neq 3$.

Chọn $M(0;1;0)\in(\alpha)$, suy ra tọa độ điểm N đối xứng với M qua I là $N(2;-3;2)$.

Rõ ràng $N(2;-3;4)\in(\beta)$ nên thay tọa độ vào phương trình (β), ta được $D=11$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(\beta): 4x-3y-7z+11=0$. **Chọn B.**

Câu 124. Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;0;-3)$ và $\overrightarrow{AC}=(-1;1;0)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(3;3;1)$.

Mặt phẳng cần tìm đi qua $A(3;-1;2)$ và nhận $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(3;3;1)$ làm một VTPT nên có phương trình $3x+3y+z-8=0$. **Chọn B.**

Câu 125. Mặt phẳng (α) chứa trục Oz nên phương trình có dạng

$$Ax+By=0 \text{ với } A^2+B^2\neq 0.$$

Lại có (α) đi qua $P(2;-3;5)$ nên $2A-3B=0$. Chọn $B=2\Rightarrow A=3$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(\alpha): 3x+2y=0$. **Chọn C.**

Câu 126. Ta có $\overrightarrow{MN}=(-1;1;-4)$, trục Oy có VTCP $\vec{j}=(0;1;0)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{MN},\vec{j}\right]=(4;0;-1)$.

Mặt phẳng (α) đi qua $M(1;-1;5)$ và nhận $\left[\overrightarrow{MN},\vec{j}\right]=(4;0;-1)$ làm một VTPT nên có phương trình $(\alpha): 4x-z+1=0$. **Chọn A.**

Câu 127. Ta có $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-10;4;6)=(10;-4;-6)$.

Mặt phẳng (α) đi qua $M(0;0;-1)$ và nhận $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-10;4;6)$ làm một VTPT nên có phương trình $(\alpha): -10x+4y+6z+6=0$. **Chọn A.**

Câu 128. Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(2;0;-1)$ và (Q) có VTPT $\overrightarrow{n_Q}=(0;1;0)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=(1;0;2)$.

Mặt phẳng (α) đi qua $A(2;-1;1)$ và nhận $\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=(1;0;2)$ làm một VTPT nên có phương trình $(\alpha): x+2z-4=0$. **Chọn B.**

Câu 129. Ta có $\overrightarrow{PQ}=(-1;-1;4)$, mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(3;2;-1)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{PQ},\overrightarrow{n_P}\right]=(-7;11;1)$.

Mặt phẳng (α) đi qua $P(2;0;-1)$ và nhận $\left[\overrightarrow{PQ},\overrightarrow{n_P}\right]=(-7;11;1)$ làm một VTPT nên có phương trình $(\alpha):-7x+11y+z+15=0$. **Chọn C.**

Câu 130. Phương trình mặt phẳng (α) theo đoạn chắn là : $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Mà $M(8;0;0)$, $N(0;-2;0)$, $P(0;0;4)$ thuộc (α) nên

$(\alpha):\frac{x}{8}-\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1\Leftrightarrow x-4y+2z-8=0$. **Chọn D.**

Câu 131. Từ giả thiết, ta có $M(4;0;0)$, $N(0;-3;0)$, $P(0;0;2)$.

Phương trình mặt phẳng (MNP) theo đoạn chắn là:

$\frac{x}{4}-\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1\Leftrightarrow 3x-4y+6z-12=0$. **Chọn B.**

Câu 132. Ta có $(P)\cap Oz=M(0;0;2)$. Mặt phẳng (Oxy) có VTPT $\vec{k}=(0;0;1)$.

Mặt phẳng cần tìm (P) đi qua $M(0;0;2)$ và nhận $\vec{k}=(0;0;1)$ làm một VTPT nên có phương trình $(P):z-2=0$. **Chọn A.**

Câu 133. Do $A=(\alpha)\cap Ox\Rightarrow A(a;0;0)$. Tương tự $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$.

Suy ra tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{a}{3};\frac{b}{3};\frac{c}{3}\right)$.

Kết hợp với giả thiết, ta được $a=3;b=6;c=9$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(\alpha):\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1$ hay $(\alpha):6x+3y+2z-18=0$. **Chọn C.**

Câu 134. Vì $A\in Ox$, $B\in Oy$, $C\in Oz$ nên (α) có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì $H(2;1;1)\in(\alpha)\Rightarrow\frac{2}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1\Leftrightarrow 2bc+ab+ac=abc$.

Và H là trực tâm của tam giác $ABC\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0\\\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c-b=0\\c-2a=0\end{cases}$.

Từ đó, ta được $a=3$, $b=c=6$.

Do đó phương trình mặt phẳng $(\alpha):\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{6}=1$ hay $(\alpha):2x+y+z-6=0$. **Chọn A.**

Câu 135. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(0;3;-6)\\\overrightarrow{AC}=(-2;0;-6)\end{cases}$, suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-18;12;6)$ là một VTPT của mp (ABC).

Do $(SBH)\perp(ABC)$ nên mặt phẳng (SBH) có một VTPT là

$$\left[\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right],\overrightarrow{SB}\right]=(-6;-30;42).$$

Vậy mặt phẳng (SBH) đi qua điểm $B(0;3;0)$ và có một VTPT

$\left[\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right],\overrightarrow{SB}\right]=(-6;-30;42)$ nên có phương trình $x+5y-7z-15=0$. **Chọn A.**

Câu 136. Ta có $d\left[A,(P)\right]=\dfrac{|3.1+4.(-2)+2.3+4|}{\sqrt{3^2+4^2+2^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{29}}$. **Chọn C.**

Câu 137. Vì H là hình chiếu vuông góc của A trên (α). Do đó $AH=d\left[A,(\alpha)\right]$.

Mà $d\left[A,(\alpha)\right]=\dfrac{|16.2-12.(-1)-15.(-1)-4|}{\sqrt{16^2+(-12)^2+(-15)^2}}=\dfrac{11}{5}$. **Chọn B.**

Câu 138. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;2;-1)$ và $\overrightarrow{BC}=(0;-1;1)$ nên $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{BC}\right]=(1;2;2)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng $(ABC): x+2y+2z-9=0.$

Khi đó $d\left[O,(ABC)\right]=\dfrac{|-9|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=3$. **Chọn B.**

Câu 139. Ta có $(S): x^2+y^2+z^2-2(x+y+z)-22=0$

hay $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$.

Suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$.

Khoảng cách cần tìm là: $d\left[I,(P)\right]=\dfrac{|3.1-2.1+6.1+14|}{\sqrt{3^2+(-2)^2+6^2}}=3$. **Chọn C.**

Câu 140. Bán kính của (S) là: $R=d\left[I,(\alpha)\right]=\dfrac{|2.2-2.1-(-1)(-1)+3|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}}=\dfrac{4}{3}$. **Chọn C.**

Câu 141. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{BC}=(-3,0,1)\\ \overrightarrow{BD}=(-4,-1,2)\end{cases}$.

Suy ra mặt phẳng (BCD) có một VTPT là $\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=(1,2,3)$.

Do đó mặt phẳng (BCD) có phương trình $x+2y+3z-7=0$.

Suy ra bán kính mặt cầu cần tìm: $R=d\left[A,(BCD)\right]=\dfrac{|3-4-6-7|}{\sqrt{14}}=\sqrt{14}$. **Chọn C.**

Câu 142. Mặt cầu (S) có tâm $I(4;-5;-2)$, bán kính $R=5$.

Ta có $d\left[I,(P)\right]=\dfrac{|3.4+(-5)-3.(-2)+6|}{\sqrt{3^2+1^2+(-3)^2}}=\sqrt{19}$.

Bán kính đường tròn giao tuyến là: $r=\sqrt{R^2-d^2\left[I,(P)\right]}=\sqrt{5^2-19}=\sqrt{6}$. **Chọn C.**

Câu 143. Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;0)$ và bán kính $R=5$.

Mặt phẳng cần tìm cắt (S) theo đường tròn có bán kính

$$r=3\Leftrightarrow d\left[I,(P)\right]=\sqrt{R^2-r^2}=4.$$

Tính khoảng cách từ I đến các mặt phẳng đã cho chỉ có kết quả D thỏa mãn. **Chọn D.**

Câu 144. Ta có $d\left[I,(P)\right]=\dfrac{|4+1+2+2|}{\sqrt{4+1+4}}=3$.

Suy ra bán kính mặt cầu $R=\sqrt{r^2+d^2\left[I,(P)\right]}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$.

Vậy $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$. **Chọn D.**

Câu 145. Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;1)$ và bán kính $R=\sqrt{3}$.

Ta có $d\left[I,(P)\right]=\dfrac{|2.0+2.1-2.1+15|}{\sqrt{2^2+2^2+(-2)^2}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$.

Vậy khoảng cách ngắn nhất: $h_{\min}=d\left[I,(P)\right]-R=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. **Chọn A.**

Câu 146. Chọn $O(0;0;0)\in(P)$.

Do $(P)\parallel(Q)$ nên $d\left[(P),(Q)\right]=d\left[O,(Q)\right]=\dfrac{7}{\sqrt{2^2+1^2+1^2}}=\dfrac{7}{\sqrt{6}}$

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là $d\left((P);(Q)\right)=\dfrac{|7|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+1^2}}=\dfrac{7}{\sqrt{6}}$.

Chọn D.

Câu 147. Đường thẳng Δ đi qua $M(1;7;3)$.

Vì (β) là mặt phẳng chứa Δ và song song với mặt phẳng (α) nên

$$d\left[(\alpha),(\beta)\right]=d\left[M,(\alpha)\right]=\frac{|3.1-2.7-3+5|}{\sqrt{3^2+(-2)^2+(-1)^2}}=\frac{9}{\sqrt{14}}.$$ **Chọn B.**

Câu 148. Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(2;-3;4)$, mặt phẳng (Q) có VTPT $\overrightarrow{n_Q}=(4;-13;-6)$.

Ta có $\dfrac{2}{4}\neq\dfrac{-3}{-13}$. Do đó (P) cắt (Q).

Lại có $\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}=2.4+(-3).(-13)+4.(-6)=23\neq 0$. **Chọn C.**

Câu 149. Ta có $\dfrac{1}{-1}=\dfrac{2}{-2}=\dfrac{2}{-2}\neq\dfrac{-14}{-16}$. Do đó (P) song song với (Q). **Chọn A.**

Câu 150. Ta xét hai mặt phẳng (R) và (S), ta có $\dfrac{1}{2}=\dfrac{-1}{-2}=\dfrac{1}{2}\neq\dfrac{-3}{6}\Rightarrow(R)\parallel(S)$.

Xét các cặp còn lại ta thấy chúng không song song với nhau. **Chọn B.**

Câu 151. Ta có VTPT của (α), (β), (γ) lần lượt là $\vec{n}_{(\alpha)}=(1;1;2)$, $\vec{n}_{(\beta)}=(1;1;-1)$, $\vec{n}_{(\gamma)}=(1;-1;0)$.

Xét cặp $\vec{n}_{(\alpha)}$ và $\vec{n}_{(\beta)}$, ta có $\frac{1}{1}=\frac{1}{1}\neq\frac{2}{-1}$. Suy ra (α) không song song với (β). **Chọn C.**

Câu 152. Ta có $A\in(Q)$ vì $-1+2.2-3.1=0$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}_{(P)}=(2;4;-6)$, mặt phẳng (Q) có VTPT $\vec{n}_{(Q)}=(1;2;-3)=\frac{1}{2}\vec{n}_{(P)}$.

Vậy mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với (P). **Chọn A.**

Câu 153. Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(1;-3;2)$.

Mặt phẳng (Q) có VTPT $\overrightarrow{n_Q}=(2m-1;-2m^2+m;2m-4)$.

Để $(P)\perp(Q)\Leftrightarrow\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{n_Q}\Leftrightarrow\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}=0\Leftrightarrow(2m-1).1+(-2m^2+m).(-3)+(2m-4).2=0$

$$\Leftrightarrow 6m^2+3m-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-\frac{3}{2}\end{array}\right.$$ **Chọn A.**

Câu 154. Mặt phẳng (α) có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha}=(1;-1;n)$, mặt phẳng (β) có VTPT $\overrightarrow{n_\beta}=(2;m;2)$.

Để $(\alpha)\parallel(\beta)$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{n_\alpha}=k.\overrightarrow{n_\beta}$ $(k\neq0)\Leftrightarrow\begin{cases}1=k.2\\-1=k.m\\n=k.2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=-2\\n=1\end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 155. Ta có $\overrightarrow{AB}=(5;0;-4)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\vec{v}\right]=(-4;-23;-5)$.

Do đó mặt phẳng (P) được xác định là đi qua $A(-3;2;2)$ và có một VTPT $\left[\overrightarrow{AB},\vec{v}\right]=(-4;-23;-5)$ nên có phương trình $(P):4x+23y+5-44=0$.

Để $(P)\equiv(Q)$ khi và chỉ khi $\frac{4}{4}=\frac{m}{23}=\frac{5}{5}=\frac{-44}{1-n}$, suy ra $\begin{cases}m=23\\n=45\end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 156. Để (α) trùng (β) khi $\frac{2}{m+3}=\frac{-m}{-2}=\frac{3}{5m+1}=\frac{-6+m}{-10}\Leftrightarrow m=1$.

Để (α) song song (β) khi $\frac{2}{m+3}=\frac{-m}{-2}=\frac{3}{5m+1}\neq\frac{-6+m}{-10}$: không có giá trị m.

Vậy để (α) cắt (β) thì $m\neq1$. **Chọn C.**

Câu 157. Trục Oz có VTCP $\vec{k}=(0;0;1)$. Mặt phẳng (α) có VTPT $\vec{n}=(4;-3;7)$.

Rõ ràng $\vec{n}$ không cùng phương với $\vec{k}$ và $\vec{n}.\vec{k}=7\neq0$.
Suy ra trục Oz cắt mặt phẳng (α) tại $M(0;0;1)$. **Chọn A.**

Câu 158. Trục Ox có VTCP $\vec{i}=(1;0;0)$. Mặt phẳng (α) có VTP $\vec{n}=(0;2;1)$.

Ta có $\vec{i}.\vec{n}=0$ và điểm $O(0;0;0)\in(\alpha)$. Suy ra mặt phẳng (α) chứa trục Ox. **Chọn D.**

Câu 159. Xét mặt phẳng (P), ta có $\begin{cases} P\cap Ox = A(2;0;0) \\ P\cap Oy = B(0;-3;0) \\ P\cap Oz = C(0;0;1) \end{cases}$. **Chọn A.**

Cách khác. Ta thấy (Q) vắng y và z nên song song với (Oyz), (R) vắng y nên song song với trục Oy, (S) vắng x nên song song với trục Ox.

Câu 160. Mặt phẳng (γ) có VTPT là $\vec{n}=(0;0;1)$ cùng phương với VTCP của trục Oz.

Suy ra $(\gamma)\perp(Oz)$. Do đó B sai. **Chọn B.**

Câu 161. Mặt cầu (S) có tâm $I(0;4;1)$, bán kính $R=6$.

Khoảng cách từ tâm I đến (P) là: $d[I,(P)]=\dfrac{|0-8+2-3|}{\sqrt{1+4+4}}=3<R$.

Vậy (P) cắt (S). **Chọn D.**

Câu 162. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=3$.

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là $d[I,(P)]=\dfrac{|1-4+6+24|}{\sqrt{1+4+4}}=\dfrac{27}{3}=9>R$.

Do đó (P) không cắt (S). **Chọn B.**

Câu 163. Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;1)$, bán kính $R=\sqrt{14}$.

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là:

$$d[I,(P)]=\frac{|9+2+2+1|}{\sqrt{9+1+4}}=\sqrt{14}=R.$$

Do đó (P) tiếp xúc với (S). **Chọn C.**

Câu 164. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R=2$.

Nhận thấy $d[I,(P_4)]=\dfrac{|-1+2+1-2|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=0$.

Suy ra (P_4) đi qua tâm mặt cầu (S). **Chọn D.**

Câu 165. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;2)$ và bán kính $R=7$.

Mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu $(S)\Leftrightarrow d[I,(\alpha)]=R$.

Nhận thấy mặt phẳng $6x+2y+3z-55=0$ thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 166. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R=2$.

Do $(P)\parallel(\alpha)$ nên suy ra $(P): 2x-y+2z+D=0$ với $D\neq -4$.

Lại có (P) tiếp xúc với (S) $\Leftrightarrow d[I,(P)]=R$

$$\Leftrightarrow \frac{|(-1).2+2.(-1)+2.1+D|}{3}=2\Leftrightarrow |D-2|=6\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=8 \\ D=-4\ (loại) \end{array}\right..$$

Vậy $(P): 2x - y + 2z + 8 = 0$. **Chọn B.**

Câu 167. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$. Suy ra $\overrightarrow{IA} = (2;2;1)$.

Mặt phẳng tiếp diện với (S) tại A đi qua $A(3;4;0)$ và nhận $\overrightarrow{IA} = (2;2;1)$ làm một VTPT nên có phương trình $2x + 2y + z - 14 = 0$. **Chọn C.**

Câu 168. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;-1)$ và bán kính $R = \sqrt{3}$.

Để (α) tiếp xúc $(S) \Leftrightarrow d[I,(\alpha)] = R \Leftrightarrow \dfrac{|3.1 + (m-4)(-3) - 3m(-1) + 2m - 8|}{\sqrt{9 + (m-4)^2 + 9m^2}} = \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \dfrac{|2m+7|}{\sqrt{10m^2 - 8m + 25}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow (2m+7)^2 = 3(10m^2 - 8m + 25) \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Chọn A.

Câu 169. VTPT của mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt là: $\overrightarrow{n_P} = (2;-1;-1)$, $\overrightarrow{n_Q} = (1;0;-1)$.

Ta có $\cos[(P),(Q)] = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}\right)\right| = \dfrac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|.\left|\overrightarrow{n_Q}\right|} = \dfrac{|2+0+1|}{\sqrt{4+1+1}.\sqrt{1+1}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra hai mặt phẳng (P) và (Q) hợp với nhau góc 30^0. **Chọn A.**

Câu 170. VTPT của mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt là: $\overrightarrow{n_1} = (2;-1;-2)$, $\overrightarrow{n_2} = (1;-1;0)$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

Ta có $\cos\varphi = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}\right)\right| = \dfrac{|2.1 + (-1)(-1)|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}.\sqrt{1^2 + 1^2}} = \dfrac{3}{3\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \to \varphi = 45^0$. **Chọn B.**

Câu 171. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\overrightarrow{n_1} = \left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right] = \left(-2\sqrt{2}; -2\sqrt{2}; -4\right)$.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ACD) là $\overrightarrow{n_2} = \left[\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD}\right] = \left(4\sqrt{2}; 0; 0\right)$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ACD).

Ta có $\cos\varphi = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}\right)\right| = \dfrac{\left|\left(-2\sqrt{2}\right).4\sqrt{2}\right|}{\sqrt{\left(-2\sqrt{2}\right)^2 + \left(-2\sqrt{2}\right)^2 + 4^2}.\sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2}} = \dfrac{1}{2} \to \varphi = 60^0$. **Chọn C.**

Câu 172. Mặt phẳng (MNP) có một VTPT là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{MP}\right] = (1;1;1)$.

Mặt phẳng (Oxy) có một VTPT là $\vec{k} = (0;0;1)$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và (Oxy).

Ta có $\cos\varphi = \left|\cos\left(\vec{n}, \vec{k}\right)\right| = \dfrac{|1.0 + 1.0 + 1.1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **Chọn C.**

Câu 173. Từ giả thiết, suy ra $\overrightarrow{OH} = (2;-1;-2)$ là một VTPT của mặt phẳng (Q).

Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(1;-1;0)$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

Ta có $\cos\varphi=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{OH}\right)\right|=\dfrac{|2.1+(-1)(-1)|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}.\sqrt{1^2+1^2}}=\dfrac{3}{3\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\to\varphi=45^0$. **Chọn B.**

Câu 174. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;2;0)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;0;m)$.

Suy ra mặt phẳng (ABC) có một VTPT là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2m;m;2)$.

Mặt phẳng (Oxy) có một VTPT là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (Oxy).

Ta có $\cos\varphi=\cos 60^0\Leftrightarrow\left|\cos\left(\vec{n},\vec{k}\right)\right|=\cos 60^0\Leftrightarrow\dfrac{|2m.0+m.0+2.1|}{\sqrt{(2m)^2+m^2+2^2}}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{\dfrac{12}{5}}$.

Chọn C.

Câu 175. Vì $M\in Oy$ nên $M(0;y_0;0)$.

Theo giả thiết: $d[M,(\alpha)]=4\Leftrightarrow\dfrac{|2y_0|}{\sqrt{1+4+4}}=4\Leftrightarrow|y_0|=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y_0=6\\y_0=-6\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}M(0;6;0)\\M(0;6;0)\end{array}\right.$.

Chọn A.

Câu 176. Gọi $M(0;y;0)\in Oy$.

Ta có: $d(M,P)=d(M,Q)\Leftrightarrow\dfrac{|y+1|}{\sqrt{3}}=\dfrac{|y-5|}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow|y+1|=|y-5|\Leftrightarrow y=2\Rightarrow M(0;2;0)$.

Chọn A.

Câu 177. Giả sử $M(0;0;z)\in Oz$ là điểm cần tìm.

Theo giả thiết: $AM=d[M,(\alpha)]\Leftrightarrow\sqrt{(0-2)^2+(0-3)^2+(z-4)^2}=\dfrac{|2.0+3.0+z-17|}{\sqrt{2^2+3^2+1^2}}$

$\Leftrightarrow 13+(z-4)^2=\dfrac{(z-17)^2}{14}\Leftrightarrow z^2-6z+9=0\Leftrightarrow z=3\Rightarrow M(0;0;3)$. **Chọn C.**

Câu 178. Gọi $E(1;y;0)$ với $y\in\mathbb{Z}$.

Theo giả thiết: $d[E,(\alpha)]=d[E,(\beta)]\Leftrightarrow\dfrac{|2y|}{\sqrt{1^2+2^2+1^2}}=\dfrac{|4-y|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-1)^2}}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2y=4-y\\2y=-4+y\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=\dfrac{4}{3}\\y=-4\end{array}\right.\Rightarrow E(1;-4;0)$. **Chọn B.**

Câu 179. Ta có $M\in d$ nên $M(2+3t;2+4t;-t)$.

Do I là trung điểm MN, suy ra $N(-3t;2-4t;t)$.

Mặt khác, $N \in (S)$ nên $(-3t-1)^2 + (2-4t-2)^2 + (t-3)^2 = 36$

$$\Leftrightarrow 26t^2 - 26 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} N(-3;-2;1) \\ N(3;6;-1) \end{array}\right.$$. **Chọn B.**

Câu 180. Đặt $f = x + y + z - 4$.

Ta có $f(A) = 2+4+4-4 = 6 > 0$ và $f(B) = 2-5-5-4 = -12 < 0$.

Suy ra A, B ở khác phía đối với mặt phẳng (P).

Khi đó điểm M thỏa mãn bài toán chính là giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (P).

Phương trình đường thẳng $AB: \begin{cases} x=2 \\ y=1+3t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Suy ra tọa độ điểm M thỏa mãn $\begin{cases} x=2 \\ y=1+3t \\ z=1+3t \\ x+y+z-4=0 \end{cases} \Rightarrow M(2;1;1)$. **Chọn A.**

Câu 181. Đặt $f = 2x - y - z + 3$.

Ta có $f(A) = 2+1-2+3 = 4 > 0$ và $f(B) = 4-0-1+3 = 6 > 0$.

Suy ra A, B ở cùng phía đối với mặt phẳng (P). (1)

Ta có $|MA - MB| \leqslant AB$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra điểm M thỏa mãn là giao của đường thẳng AB với mặt phẳng (P).

Phương trình đường thẳng $(AB): \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$.

Suy ra độ điểm M thỏa mãn $\begin{cases} \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{-1} \\ 2x-y-z+3=0 \end{cases} \Rightarrow M(-1;-3;4)$ **Chọn A.**

Câu 182. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$, suy ra $I(4;-1;-3)$.

Ta có $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{MI}$. Suy ra $\left|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right| = \left|\overrightarrow{MI}\right| = MI$.

Do đó $\left|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất hay M là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P). Đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P) có là $d: \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+3}{-1}$.

Tọa độ hình chiếu M của I trên (P) thỏa mãn

$\begin{cases} \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+3}{-1} \\ x+y-z+3=0 \end{cases} \Rightarrow M(1;-4;0)$. **Chọn D.**

Câu 183. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$, suy ra $I(1;2;2)$.

Ta có $MA^2+MB^2+MC^2=\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$

$=3MI^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)+IA^2+IB^2+IC^2=3MI^2+IA^2+IB^2+IC^2$.

Do I cố định nên $MA^2+MB^2+MC^2$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất hay M là hình chiếu vuông góc của I trên (P).

Đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P) có là $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-2}{-2}$.

Tọa độ hình chiếu M của I trên (P) thỏa mãn

$\begin{cases}\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-2}{-2}\\3x-3y-2z-15=0\end{cases}\Rightarrow M(4;-1;0)$. **Chọn B.**

Câu 184. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}=\vec{0}$, suy ra $I(13;-11;19)$.

Ta có $MA^2-2MB^2=\overrightarrow{MA}^2-2\overrightarrow{MB}^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2-2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2$

$=-MI^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}\right)+IA^2-2IB^2=-MI^2+IA^2-2IB^2$.

Do I cố định nên MA^2-2MB^2 lớn nhất khi $-MI^2$ lớn nhất hay MI nhỏ nhất nên M là hình chiếu của I trên (P). Vì M là hình chiếu vuông góc của I trên (P) nên

$\begin{cases}M(13+t;-11+t;19+t)\\M\in(P)\Leftrightarrow(13+t)+(-11+t)+(19+t)=0\end{cases}\Leftrightarrow t=-7$. Suy ra $M(6;-18;12)$. **Chọn C.**

Câu 185. Chọn C.

Câu 186. Kiểm tra M ở trên đường thẳng thì loại (III).

Kiểm tra VTCP của (I) là $\overrightarrow{a_I}=(2;-3;5)$ và VTCP của (II) là $\overrightarrow{a_{II}}=(-4;6;-10)$. **Chọn C.**

Câu 187. Ta $\overrightarrow{AB}=(-1;-1;5)$; $\overrightarrow{BA}=(1;1;-5)$.

(I) Phương trình tham số của đường thẳng qua A và có VTCP $\overrightarrow{BA}=(1;1;-5)$.

(II) Phương trình chính tắc của đường thẳng qua A và có VTCP $\overrightarrow{BA}=(1;1;-5)$.

(III) Phương trình tham số của đường thẳng qua A và có VTCP $\overrightarrow{BA}=(1;1;-5)$.

Chọn D.

Câu 188. Dễ dàng thấy (I) và (II) đúng.

Mà (I) và (II) đúng thì ta suy ra được (III) cũng đúng. **Chọn D.**

Câu 189. Chọn D.

Câu 190. Ta giải hệ $\begin{cases}-3+2t=5+t'\\-2+3t=-1-4t'\\6+4t=2-8t'\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=3\\t'=-2\end{cases}$.

Thay $t=3$ vào d, ta được $(x;y;z)=(3;7;18)$. **Chọn B.**

Câu 191. Ta có $\vec{a}=(4;-6;2)=2(2;-3;1)$. **Chọn C.**

Câu 192. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;3;-2)$.

Đường thẳng $\begin{cases} x=4t \\ y=2+6t \\ z=1-4t \end{cases}$ có VTCP $\vec{u}=(4;6;-4)$ không cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.

Do đó A loại.

Đường thẳng $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1+3t \\ z=3+2t \end{cases}$ có VTCP $\vec{u}=(2;3;2)$ không cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.

Do đó B loại.

Đường thẳng $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=5-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$ có VTCP $\vec{u}=(2;-3;2)$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.

Ta kiểm tra xem hai điểm A, B có thuộc đường thẳng hay không. Thay tọa độ điểm A vào phương trình ta được $t=2$. Do đó C đúng. **Chọn C.**

Câu 193. Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-3;4)$, $\overrightarrow{BA}=(-2;3;-4)$. **Chọn B.**

Câu 194. Ta có d song song với Oy nên có VTCP $\vec{j}=(0;1;0)$. **Chọn B.**

Câu 195. Mặt phẳng (α) có VTPC là $\overrightarrow{n_\alpha}=(4;3;-7)$.

Do $d\perp(\alpha)$ nên có VTCP là $\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_\alpha}=(4;3;-7)$. **Chọn B.**

Câu 196. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, suy ra $G\left(\frac{1}{3};-\frac{1}{3};0\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-2;-1)$; $\overrightarrow{AC}=(2;1;-2)$

Đường thẳng Δ vuông góc với mp (ABC) nên có VTCP $\vec{u}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(5;-4;3)$.

Chọn C.

Câu 197. Đường thẳng Δ có VTCP $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;-1;-3)$. Trục Ox có VTCP $\vec{i}=(1;0;0)$.

Do $d\perp Ox$ và $d\perp\Delta$ nên có VTCP $\overrightarrow{u_d}=\left[\vec{i},\vec{u}\right]=(0;3;-1)$. **Chọn D.**

Câu 198. Đường d_1 có VTCP $\vec{a}=(1;-4;6)$; d_2 có VTCP $\vec{b}=(2;1;-5)$.

Vì d_3 vuông góc với d_1; d_2 nên có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(14;17;9)$. **Chọn B.**

Câu 199. Đường thẳng d có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(-1;5;3)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(3;-2;3)$.

Gọi mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (P).

Suy ra VTPT của (Q) là $\overrightarrow{n_Q}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_P}\right]=(21;12;-13)$.

Vì d' là hình chiếu của d lên mặt phẳng (P) nên $d'=(Q)\cap(P)$.

Do đó d' có VTCP là $\overrightarrow{u_{d'}}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(10;-102;-78)=2(5;-51;-39)=-2(-5;51;39)$.

Chọn D.

Câu 200. Đường thẳng d có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(3;-1;-2)$.

Đường thẳng d_2 đi qua $M_2(5;0;-4)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_{d_2}}=(1;-1;2)$.

Ta có $\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{u_{d_2}}=0$ và $A(5;0;-4)\in d$. Do đó d_2 vuông góc và cắt d. **Chọn B.**

Câu 201. Gọi $M(1+t;0;t-5)\in d_1$, $N(0;4-2t';5+3t')\in d_2$.

Suy ra $\overrightarrow{MN}=(-1-t;4-2t';10+3t'-t)$.

Đường thẳng d_1 có VTCP $\vec{a}=(1;0;1)$, d_2 có VTCP $\vec{b}=(0;-2;3)$.

Để MN là đoạn vuông góc chung thì $\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\vec{a}=0\\ \overrightarrow{MN}.\vec{b}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=3\\ t'=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}M(4;0;-2)\\ N(0;6;2)\end{cases}$.

Phương trình đường vuông góc chung là $MN:\dfrac{x-4}{-2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{2}$. **Chọn D.**

Câu 202. Do $A=\Delta\cap d_1$ suy ra $A\in d_1$ nên $A(2+t;1-2t;1+2t)$.

Vì M là trung điểm AB, suy ra $B(-t+2;2t-3;-2t+1)$.

Theo giả thiết, $B\in d_2$ nên $\dfrac{-t+2-2}{2}=\dfrac{2t-3+3}{1}=\dfrac{-2t+1-1}{-1}\Leftrightarrow t=0\Rightarrow\begin{cases}A(2;1;1)\\ B(2;-3;1)\end{cases}$.

Đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(2;1;1)$, $B(2;-3;1)$ nên $\Delta:\begin{cases}x=2\\ y=1+t\\ z=1\end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 203. Đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(2;-1;1)$.

Gọi $B=\Delta\cap d_2$ suy ra $B\in d_2$ nên $B(1-t;1+2t;-1+t)$.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(-t;2t-1;t-4)$.

Theo giả thiết, ta có $\Delta\perp d_1$ nên

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_1}=0\Leftrightarrow 2(-t)-1(2t-1)+(t-4)=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow B(2;-1;-2)$.

Khi đó Δ đi qua hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(2;-1;-2)$ nên $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

Chọn A.

Câu 204. Gọi $B=\Delta\cap d$, suy ra $B\in d$ nên $H(1+t;t;-1+2t)$.

Khi đó Δ có VTCP là $\overrightarrow{AB}=(t;t;2t-3)$. Đường thẳng d có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(1;1;2)$.

Theo đề bài: $\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d}=t+t+4t-6=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow B(2;1;1)$.

Đường thẳng Δ cần tìm đi qua hai điểm A, B nên $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$. **Chọn B.**

Câu 205. Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(2;1;-2)$.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(1;2;0)$.

Đường thẳng Δ song song với (P) và vuông góc với d nên có VTCP

$\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{u_d}\right]=(4;-2;3)$.

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-1}{3}$. **Chọn D.**

Câu 206. Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(1;2;0)$.

Gọi d là đường thẳng cần tìm. Ta có $d \cap Ox = B(b;0;0)$.

Suy ra d có VTCP $\overrightarrow{AB}=(b+1;-3;4)$.

Do $d \parallel (P)$ nên $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{n_P} \Rightarrow (b+1).1+(-3).2+4.0=0 \Leftrightarrow b=5 \Rightarrow B(5;0;0)$.

Đường thẳng cần tìm đi qua hai điểm A, B nên có phương trình $\begin{cases} x=5+6t \\ y=-3t \\ z=4t \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 207. Mặt phẳng (α) có VTPT $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Gọi $B=\Delta \cap d$, suy ra $B \in d \Rightarrow B(3+t;3+3t;2t)$.

Suy ra đường thẳng Δ có VTCP $\overrightarrow{AB}=(2+t;1+3t;1+2t)$.

Vì $\Delta \parallel (\alpha)$ nên $\overrightarrow{AB}.\vec{n}=0 \Leftrightarrow 2+t+1+3t-2t-1=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Do đó phương trình $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$. **Chọn C.**

Câu 208. Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(1;2;-3)$; d có VTCP $\overrightarrow{u_d}-(1;1;-1)$.

Gọi $A=d \cap (P)$, tọa độ điểm A thỏa mãn hệ $\begin{cases} \frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1} \\ x+2y-3z+4=0 \end{cases} \Rightarrow A(-3;1;1)$.

Do Δ nằm trong (P) và vuông góc với d nên có VTCP $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{u_d}\right]=(1;-2;-1)$.

Khi đó đường thẳng Δ được xác định là đi qua $A(-3;1;1)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{u_d}\right]=(1;-2;-1)$ nên có phương trình $\Delta: \frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-1}$. **Chọn C.**

Câu 209. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là $(\alpha): 3x+y-7=0$.

Đường thẳng cần tìm d cách đều hai điểm A, B nên sẽ thuộc mặt phẳng (α).

Lại có $d \subset (P)$, suy ra $d = (P) \cap (\alpha)$ hay $d: \begin{cases} x+y+z-7=0 \\ 3x+y-7=0 \end{cases}$

$\rightarrow$ Chọn $z=t$, ta được $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 210. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên d.

Suy ra $H \in d$ nên $H(1+3t;-2-2t;t) \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (3t-1;4-2t;t-3)$.

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u} = (3;-2;1)$.

Ta có $MH \perp d$ nên $\overrightarrow{MH}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow 3(3t-1)-2(4-2t)+(t-3)=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow H(4;-4;1)$.

Chọn D.

Câu 211. Đường thẳng d có VTCP $\overrightarrow{u_d} = (3;-1;1)$.

Gọi (α) là mặt phẳng qua A và vuông góc với d nên có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha} = \overrightarrow{u_d} = (3;-1;1)$.

Do đó $(\alpha): 3x-y+z-4=0$.

Tọa độ hình chiếu vuông góc H của A trên d thỏa mãn

$$\begin{cases} \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{1} \\ 3x-y+z-4=0 \end{cases} \Rightarrow H(2;1;-1).$$

Khi đó H là trung điểm của AA' nên suy ra $A'(3;0;-5)$. **Chọn C.**

Câu 212. Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P} = (2;-5;4)$.

Gọi d là đường thẳng qua A và vuông góc với (P) nên có VTCP $\overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{n_P} = (2;-5;4)$.

Do đó $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-3}{-5} = \dfrac{z-2}{4}$.

Khi đó tọa độ hình chiếu H thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-3}{-5} = \dfrac{z-2}{4} \\ 2x-5y+4z-36=0 \end{cases} \Rightarrow H(1;-2;6).$$ **Chọn C.**

Câu 213. ***Cách 1.*** (Ăn may) Dễ thấy chỉ có điểm $(2;-1;3)$ thỏa mãn phương trình (α).

Chọn A.

Cách 2. (Làm nhanh) Trọng tâm của tam giác ABC là $G(1;-2;2)$.

Giả sử H là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng (α) thì $\overrightarrow{GH}$ cùng phương với vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α). **Chọn A.**

Cách 3. (Tổng quát) Trọng tâm của tam giác ABC là $G(1;-2;2)$.

Gọi d là đường thẳng qua G và vuông góc với mặt phẳng (α). Khi đó $H = d \cap (\alpha)$ chính là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng (α).

Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=1+t\\y=-2+t\\z=2+t\end{cases}$, thay vào phương trình mặt phẳng (α) ta có:

$(1+t)+(-2+t)+(2+t)-4=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow H(2;-1;3)$. **Chọn A.**

Câu 214. Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(2;3;-1)$.

Gọi d là đường thẳng qua $A(3;5;0)$ và vuông góc với (P) nên có VTCP

$\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_P}=(2;3;-1)$. Do đó $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-5}{3}=\dfrac{z}{-1}$.

Tọa độ hình chiếu H vuông góc của A trên (P) là nghiệm của hệ

$\begin{cases}\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+5}{3}=\dfrac{z}{-1}\\2x+3y-z-7=0\end{cases} \Rightarrow H(1;2;1)$.

Khi đó H là trung điểm của AA' nên $A'(-1;-1;2)$. **Chọn B.**

Câu 215. Tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (α).

Do $IH\perp(\alpha)$ nên IH có phương trình tham số $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=3-t\end{cases}$.

Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=3-t\\2x-2y-z-4=0\end{cases} \Rightarrow H\left(\dfrac{23}{9},\dfrac{4}{9},\dfrac{20}{9}\right)$. **Chọn A.**

Câu 216. Tọa độ điểm H cần tìm là hình chiếu vuông góc của I trên (P).

Phương trình đường thẳng d qua I và vuông góc với (P) là $d:\begin{cases}x=3+2t\\y=-1-2t\\z=-4-t\end{cases}$.

Tọa độ điểm H thỏa mãn $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1-2t\\z=-4-t\\2x-2y-z-3=0\end{cases} \Rightarrow H(1;1;-3)$. **Chọn B.**

Câu 217. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa Δ và vuông góc với (P), suy ra

$(Q): 2x+y-3z+1=0$.

Khi đó Δ' cần tìm là giao tuyến của (P) và (Q) nên thỏa mãn hệ $\begin{cases}x+y+z-7=0\\2x+y-3z+1=0\end{cases}$.

Đặt $z=t$, ta có phương trình tham số của Δ' là $\begin{cases}x=-8+4t\\y=15-5t\\z=t\end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 218. Gọi $M(1+2t;2;-t)\in\Delta$. Ta có

$$AM^2=(1+2t)^2+9+(-t-3)^2=5(t+1)^2+14\geqslant 14.$$

Suy ra $d[A,\Delta]=AM_{\min}\Leftrightarrow t=-1\Leftrightarrow AM=\sqrt{14}$. **Chọn B.**

Câu 219. Đường thẳng Δ đi qua $M(1;-1;1)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_\Delta}=(2;1;2)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(0;-1;-2)$, suy ra $\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{u_\Delta}\right]=(0;-4;2)$.

Khi đó $d[A,\Delta]=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{u_\Delta}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_\Delta}\right|}=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **Chọn A.**

Câu 220. Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;1;-2)$ và $\overrightarrow{BC}=(2;-1;1)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]=(-1;-4;-2)$.

Khi đó $d[A,BC]=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{BC}\right|}=\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. **Chọn B.**

Câu 221. Đường thẳng d đi qua $A(0;-1;2)$ và có VTCP $\vec{u}=(1;-1;-1)$.

Ta có $\overrightarrow{IA}=(-1;-4;-3)\Rightarrow\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}\right]=(1;-4;5)$.

Bán kính cần tìm: $R=d[I,d]=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{\sqrt{1^2+(-4)^2+(5)^2}}{\sqrt{1^2+(-1)^2+(-1)^2}}=\sqrt{14}$. **Chọn A.**

Câu 222. **Chọn D.**

Câu 223. Đường thẳng d qua điểm $M(1;7;3)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(2;1;4)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(3;-2;-1)$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_P}=6-2-4=0\\ 3.1-2.7-3+5\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_P}=0\\ M\notin(P)\end{cases}$. Do đó d song song với (P).

Vì d song song với (P) nên

$$d[d,(P)]=d[M,(P)]=\frac{|3-14-3+5|}{\sqrt{9+4+1}}=\frac{9}{\sqrt{14}}=\frac{9\sqrt{14}}{14}.\ \textbf{Chọn A.}$$

Câu 224. Đường thẳng d_1 qua $M_1(2;-1;-3)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_1}=(1;2;2)$.

Đường thẳng d_2 qua $M_2(1;1;-1)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_2}=(1;2;2)$.

Ta thấy $\overrightarrow{u_1}=\overrightarrow{u_2}$ và $M_1(2;-1;-3)\notin d_2$ nên kết luận $d_1\parallel d_2$.

Khi đó $d[d_1,d_2]=d[M,d_2]=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{M_1M_2},\overrightarrow{u_2}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_2}\right|}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **Chọn B.**

Câu 225. Đường thẳng Δ qua $M(1;-3;4)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_\Delta}=(2;1;-2)$.

Đường thẳng Δ' qua $N(-2;1;-1)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_{\Delta'}}=(-4;-2;4)$.

Ta thấy $\overrightarrow{u_{\Delta'}}=-2.\overrightarrow{u_\Delta}$ và $M(2;-1;-3)\notin\Delta'$ nên kết luận $\Delta\parallel\Delta'$.

Khi đó $d[\Delta,\Delta']=d[M,\Delta']=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MN};\overrightarrow{u_{\Delta'}}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_{\Delta'}}\right|}=\dfrac{\sqrt{386}}{3}$. **Chọn D.**

Câu 226. Ta có Δ qua $M(2;3;1)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_\Delta}=(2;-4;-5)$; d qua $N(1;0;-1)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(1;-2;2)$.

Suy ra $\overrightarrow{NM}=(1;3;2)$ và $\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_\Delta}\right]=(18;9;0)$. Do đó $d[d,\Delta]=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_\Delta}\right].\overrightarrow{NM}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_\Delta}\right]\right|}=\sqrt{5}$. **Chọn A.**

Câu 227. Ta có d qua $M(1;0;0)$ và $\overrightarrow{u_d}=(-1;1;-1)$; d' qua $N(0;-1;0)$ và $\overrightarrow{u_{d'}}=(2;1;1)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_{d'}}\right]=(2;-1;-3)$ và $\overrightarrow{NM}=(1;1;0)$ nên $\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_\Delta}\right].\overrightarrow{NM}$

Do đó $d[d,\Delta]=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_\Delta}\right].\overrightarrow{NM}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_\Delta}\right]\right|}=\dfrac{1}{\sqrt{14}}$. **Chọn B.**

Câu 228. Khoảng cách AB và CD được tính theo công thức $d[AB,CD]=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}\right].\overrightarrow{AC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}\right]\right|}$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-2;2)$, $\overrightarrow{CD}=(-2;6;-1)$ và $\overrightarrow{AC}=(-2;-2;-3)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}\right]=(-10;-3;2)$. Do đó $d[AB,CD]=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}\right].\overrightarrow{AC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}\right]\right|}=\dfrac{20}{\sqrt{113}}$. **Chọn B.**

Câu 229. Khoảng cách AB và CD được tính theo công thức $d[AB,CD]=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}\right].\overrightarrow{AC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}\right]\right|}$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;0;-2)$, $\overrightarrow{CD}=(-2;m-2;0)$ và $\overrightarrow{AC}=(2;2;-2)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}\right]=(2m-4;4;m-2)$.

Do đó $d[AB,CD]=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}\right].\overrightarrow{AC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}\right]\right|}\Leftrightarrow\dfrac{|2(2m-4)+8-2(m-2)|}{\sqrt{(2m-4)^2+4^2+(m-2)^2}}=2$

$$\Leftrightarrow|2m+4|=2\sqrt{5m^2-20m+36}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=4\\m=2\end{array}\right.$$ **Chọn C.**

Câu 230. Đường thẳng d_1 có VTCP $\overrightarrow{u_1}=(2;0;-1)$, d_2 có VTCP $\overrightarrow{u_2}=(-1;1;0)$.

Gọi $M(1+2t;2;-t)\in d_1$ và $N(3-t';4+t';4)\in d_2$. Suy ra $\overrightarrow{MN}=(2-t'-2t;2+t';4+t)$.

Mà MN là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 nên $\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_{d_1}}=0\\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_{d_2}}=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}2(2-t'-2t)-4-t=0\\ -(2-t'-2t)+2+t'=0\end{cases} \Leftrightarrow t=t'=0 \Rightarrow \overrightarrow{MN}=(2;2;4)\Rightarrow MN=2\sqrt{6}$. **Chọn A.**

Câu 231. Vì $M(2;m;n)$ thuộc đường thẳng Δ nên $\dfrac{2}{1}=\dfrac{m+2}{-1}=\dfrac{n-1}{3}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}m+2=-2\\ n-1=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m=-4\\ n=7\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 232. Đường thẳng d_1 đi qua $M_1(-1;0;1)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;-2)$.

Đường thẳng d_2 đi qua $M_2(1;2;3)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_2}=(-3;1;2)$.

Ta có $\dfrac{3}{-3}=\dfrac{-1}{1}=\dfrac{-2}{2}$ nên $\overrightarrow{u_1}\parallel\overrightarrow{u_2}$. (1)

$\dfrac{-1-1}{-3}\neq\dfrac{0-2}{1}\neq\dfrac{1-3}{2}$ nên $M_1\notin d_2$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra d_1 và d_2 song song. **Chọn A.**

Câu 233. Đường thẳng d đi qua $M(-1;0;1)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(3;-1;-2)$.

Đường thẳng d' đi qua $M'(1;2;3)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_{d'}}=(-3;1;2)$.

Ta có $\dfrac{3}{-3}=\dfrac{-1}{1}=\dfrac{-2}{2}$ nên $\overrightarrow{u_d}\parallel\overrightarrow{u_{d'}}$. (1)

$\dfrac{-1-1}{-3}\neq\dfrac{0-2}{1}\neq\dfrac{1-3}{2}$ nên $M\notin d'$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra d và d' trùng nhau. **Chọn B.**

Câu 234. Đường thẳng d_1 đi qua $M_1(3;2;1)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_1}=(1;2;1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua $M_2(0;2;2)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_2}=(1;0;1)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(2;0;-2)$, $\overrightarrow{M_1M_2}=(-3;0;1)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{M_1M_2}=-6+0-2=-8\neq 0$. Do đó d_1 và d_2 chéo nhau. **Chọn C.**

Câu 235. Đường thẳng d_1 qua $M_1(0;0;2)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_1}=(1;2;-3)$,

d_2 qua $M_2(0;-3;0)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_2}=(2;-1;0)$.

- $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}=2-2=0\Rightarrow d_1\perp d_2$ (1)
- $\left[\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}\right]=(-3;-6;-5)$, $\overrightarrow{M_1M_2}=(0;-3;-2)\Rightarrow \overrightarrow{M_1M_2}.\left[\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}\right]=18+10\neq 0$.

Vậy d_1 vuông góc d_2 và không cắt nhau. **Chọn D.**

Câu 236. Đường thẳng d_1 qua $M_1(0;-2;6)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_1}=(1;3;-4)$,

d_2 qua $M_2(-4;2;-5)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_2}=(6;2;3)$.

- $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}=6+6-12=0\Rightarrow d_1\perp d_2$ (1)
- $\left[\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}\right]=(17;-27;-16)$, $\overrightarrow{M_1M_2}=(-4;4;-11)\Rightarrow \overrightarrow{M_1M_2}.\left[\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}\right]=-68-108+176=0$.

Vậy d_1 cắt d_2 và vuông góc với nhau. **Chọn C.**

Câu 237. Đường thẳng d_1 có VTCP $\vec{u}_1=(3;1;5)$, đường thẳng d có VTCP $\vec{u}_d=(2;-1;-1)$.

Vì $\vec{u}_d.\vec{u}_1=3.2-1.1-5.1=0$. **Chọn A.**

Câu 238. Đường thẳng d_3 qua $M(-2;-3;1)$ và có VTCP $\vec{u}_3=(-4;2;-4)$.

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}_d=(2;-1;2)$. Ta có $\vec{u}_3=-2(2;-1;2)=-2\vec{u}_d$.

Thay tọa độ điểm $M(-2;-3;1)$ vào $d:\dfrac{-2+2}{2}=\dfrac{-3}{-1}=\dfrac{1+1}{2}$ không thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 239. Xét hệ gồm phương trình đường thẳng d và d_3, ta được

$$\begin{cases}x=t\\y=2\\z=2+t\\\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=2\\z=3\\t=1\end{cases}.$$ Vậy d cắt d_3 tại $M(1;2;3)$. **Chọn B.**

Câu 240. Đường thẳng d qua $M(1;-2;0)$ và có VTCP $\vec{u}=(a;1;-2)$.

Đường thẳng d' qua $M'(0;3;-2)$ và có VTCP $\overrightarrow{u'}=(2;-1;2)$.

Thay điểm $M(1;-2;0)$ vào phương trình $d':\dfrac{1}{2}=\dfrac{-2-3}{-1}=\dfrac{0+2}{2}$ không thỏa mãn.

Do đó để d song song d', ta cần có $\vec{u}\parallel\overrightarrow{u'}\Leftrightarrow\dfrac{a}{2}=\dfrac{1}{-1}=\dfrac{-2}{2}\Rightarrow a=-2$. **Chọn C.**

Câu 241. Đường thẳng d_1 qua $M_1(1;3;-1)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_1}=(1;-1;1)$.

Đường thẳng d_2 qua $M_2(n;-1;3)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_2}=(2;-2;m)$.

Để $d_1\equiv d_2\Leftrightarrow\begin{cases}M_2\in d_1\\\overrightarrow{u_1}\parallel\overrightarrow{u_2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{n-1}{1}=\dfrac{-1-3}{-1}=\dfrac{3+1}{1}\\\dfrac{2}{1}=\dfrac{-2}{-1}=\dfrac{m}{1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=5\\m=2\end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 242. Để d_1 và d_2 cắt nhau khi và chỉ khi hệ

$$\begin{cases}1+at=1-t' & (1)\\t=2+2t' & (2)\\-1+2t=3-t' & (3)\end{cases}$$ có nghiệm duy nhất.

Từ (2) và (3), ta có $t=2$ và $t'=0$. Thay vào (1), ta được $a=0$. **Chọn A.**

Câu 243. Đường thẳng d đi qua $M(1;2;3)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(3;3;1)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(1;-2;3)$.

- $\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_P}=3-6+3=0$. (1)
- $1-2.2+3.3-1\neq 0$ hay $M\notin(P)$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra d song song với (P). **Chọn B.**

Câu 244. Đường thẳng d có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(-1;1;-1)$. Mặt phẳng (α) có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha}=(1;1;1)$.

Ta có $\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_\alpha}=-1+1-1=-1\neq 0$. Suy ra đường thẳng d cắt mặt phẳng (α). **Chọn A.**

Câu 245. Đường thẳng d đi qua $M(-1;1;2)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(2;4;3)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(9;3;-10)$.

- $\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_P}=2.9+4.3+3.(-10)=0$. (1)
- $-9+3-20+26=0$ chứng tỏ $M\in(P)$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $d\subset(P)$. **Chọn B.**

Câu 246. Đường thẳng Δ có VTCP $\overrightarrow{u_\Delta}=(5;1;1)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(10;2;m)$.

Để $\Delta\perp(P)\Leftrightarrow\overrightarrow{u_\Delta}\parallel\overrightarrow{n_P}\Leftrightarrow\dfrac{10}{5}=\dfrac{2}{1}=\dfrac{m}{1}\Leftrightarrow m=2$. **Chọn B.**

Câu 247. Đường thẳng d đi qua $M(2;n;1)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(m;3;-2)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(2;1;-1)$.

Để $d\subset(P)\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{n_P}\\ M\in(P)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_P}=0\\ 4+n-1+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m+5=0\\ n=-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=-\dfrac{5}{2}\\ n=-6\end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 248. Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(2;-2;1)$.

Đường thẳng d qua $A(1;-1;3)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(2;1;2m-1)$.

Để $d\parallel(P)\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{u_d}=0\\ A\notin(P)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m+1=0\\ 7-n\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-\dfrac{1}{2}\\ n\neq 7\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 249. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)\in d$ nên loại D.

Gọi $M(-1+2t;2t;1)\in d$. Thay tọa độ $M(-1+2t;2t;1)$ vào (S), ta được

$$(-1+2t+1)^2+(2t-2)^2+(1-1)^2=4\Leftrightarrow 8t^2-8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\ t=1\end{array}\right.$$ **Chọn B.**

Câu 250. Mặt cầu (S) có tâm là $I(-1,2,1)\in d_3$ nên d_3 cắt (S). **Chọn C.**

Câu 251. Mặt cầu (S) có bán kính $R=OI=3$. Suy ra $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=9$.

Thay x, y, z từ phương trình đường thẳng d vào phương trình mặt cầu (S), ta được

$(-3-1)^2+(2+2t-2)^2+(3+t+2)^2=9 \Leftrightarrow 5t^2+10t+32=0$: vô nghiệm. **Chọn C.**

Câu 252. Thay x, y, z từ phương trình đường thẳng d vào phương trình mặt cầu (S), ta được

$(2+4t-1)^2+(5+3t+2)^2+(4+t-3)^2=25 \Leftrightarrow 26t^2+52t+26=0 \Leftrightarrow t=-1$. **Chọn A.**

Câu 253. Đường thẳng d_1 có VTCP $\overrightarrow{u_1}=(-1;4;3)$, d_2 có VTCP $\overrightarrow{u_2}=(1;-4;-3)=-\overrightarrow{u_1}$.

Chọn A.

Câu 254. Đường thẳng Δ có VTCP $\vec{u}=(1;-2;-3)$, Δ' có VTCP $\overrightarrow{u'}=(-4;1;5)$.

Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng Δ và Δ'.

Ta có $\cos\varphi=\left|\cos\left(\vec{u},\overrightarrow{u'}\right)\right|=\dfrac{|1.(-4)+(-2).1+(-3).5|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-3)^2}.\sqrt{(-4)^2+1^2+5^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\to\varphi=30^0$. **Chọn A.**

Câu 255. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;1;0)$ và $\overrightarrow{CD}=(-2;1;-2)$.

Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng AB và CD.

Ta có $\cos\varphi=\left|\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\to\varphi=45^0$. **Chọn B.**

Câu 256. Đường thẳng d_1 có VTCP $\overrightarrow{u_1}=(2;2;-1)$.

Đường thẳng d_2 có VTCP $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;1)$.

Ta có $\cos(d_1,d_2)=\left|\cos\left(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right)\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}\right|}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|.\left|\overrightarrow{u_2}\right|}=\dfrac{|2-4-1|}{\sqrt{4+4+1}.\sqrt{1+4+1}}=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$. **Chọn C.**

Câu 257. Đường thẳng d_1 có VTCP $\overrightarrow{u_1}=\left(1;-\sqrt{2};1\right)$, d_2 có VTCP $\overrightarrow{u_2}=\left(1;\sqrt{2};m\right)$.

Do đó $\cos 60^0=\cos(d_1,d_2)=\left|\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)\right|=\dfrac{\left|\vec{a}.\vec{b}\right|}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{|m-1|}{2\sqrt{m^2+3}}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow m=-1$. **Chọn B.**

Câu 258. Đường thẳng d có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(5;1;0)$. Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(3;-2;0)$.

Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

Ta có $\sin\varphi=\left|\cos\left(\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_P}\right)\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\to\varphi=45^0$. **Chọn B.**

Câu 259. Đường thẳng d có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(2;1;1)$. Mặt phẳng (α) có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha}=(3;4;5)$.

Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α).

Ta có $\sin\varphi=\left|\cos\left(\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_\alpha}\right)\right|=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\to\varphi=60^0$. **Chọn C.**

Câu 260. Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(1;-2;2)$. Đường thẳng d có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(2;-1;1)$.

Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

Ta có $\sin\varphi = \left|\cos\left(\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_P}\right)\right| = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **Chọn D.**

Câu 261. Vì $M \in \Delta \Rightarrow M(1+2t;-2+t;-1-3t) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (2t-1;t+3;-3t+5)$.

Ta có $AM = \sqrt{35} \Leftrightarrow (2t-1)^2 + (t+3)^2 + (3t-5)^2 = 35$

$$\Leftrightarrow t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} M(1;-2;-1) \\ M(5;0;-7) \end{array}\right.$$ **Chọn B.**

Câu 262. Gọi $A(2t;-t;t-1) \in d$ với $t > 0$.

Ta có $d[A,(\alpha)] = 3 \Leftrightarrow \dfrac{|2t-2(-t)-2(t-1)+5|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}} = 3 \Leftrightarrow \dfrac{|2t+7|}{3} = 3$

$$\Leftrightarrow |2t+7| = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-8 \end{array}\right. \to t=1 \to A(2;-1;0).$$ **Chọn C.**

Câu 263. Đường thẳng d đi qua $M(1;0;-2)$ và có VTCP $\vec{u} = (1;2;2)$.

Do $A \in Ox$ nên $A(a;0;0)$. Ta có $\overrightarrow{MA} = (a-1;0;2)$, suy ra $\left[\vec{u}, \overrightarrow{MA}\right] = (4;2a-4;-2a+2)$.

Ta có

$$d[A,d] = d[A,(P)] \Leftrightarrow \frac{\left|\left[\vec{u}, \overrightarrow{MA}\right]\right|}{|\vec{u}|} = \frac{|2a|}{\sqrt{4+1+4}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{16+(2a-4)^2+(-2a+2)^2}}{\sqrt{1+4+4}} = \frac{|2a|}{\sqrt{4+1+4}}$$

$\Leftrightarrow \sqrt{8a^2-24a+36} = |2a| \Leftrightarrow a^2 - 6a + 9 = 0 \Leftrightarrow a = 3 \Rightarrow A(3;0;0)$. **Chọn B.**

Câu 264. Do $M \in d$ nên $M(1-t;-2+t;2t)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (t;6-t;2-2t)$, $\overrightarrow{MB} = (t-2;4-t;4-2t)$. Theo giả thiết:

$$MA^2 + MB^2 = 40 \Leftrightarrow t^2 + (6-t)^2 + (2-2t)^2 + (t-2)^2 + (4-t)^2 + (4-2t)^2 = 40$$

$$\Leftrightarrow 12t^2 - 48t + 36 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} M(0;-1;2) \\ M(-2;1;6) \end{array}\right.$$ **Chọn C.**

Câu 265. Do $A, B \in d$ nên $A(1+a;1+a;0)$, $B(1+b;1+b;0)$ với $a \neq b$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (a-3;a+1;-4)$, $\overrightarrow{MB} = (b-3;b+1;-4)$, $\overrightarrow{AB} = (b-a;b-a;0)$.

Tam giác MAB đều $\Leftrightarrow \begin{cases} MA = MB \\ MA = AB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-3)^2 + (a+1)^2 + 16 = (b-3)^2 + (b+1)^2 + 16 \\ (a-3)^2 + (a+1)^2 + 16 = (b-a)^2 + (b-a)^2 \end{cases}$

Giải hệ ta được $\begin{cases} a=3 \\ b=-1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=-1 \\ b=3 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 266. Điểm $H \in d$ nên $H(1+2t;2;-t)$.

Khi đó $AH=\sqrt{(1+2t)^2+(2+1)^2+(-t-3)^2}=\sqrt{5t^2+15t+19}=\sqrt{5(t+1)^2+14}\geqslant\sqrt{14}$.

Dấu "=" xảy ra khi $t=-1$. Suy ra $H(-1;2;1)$. **Chọn B.**

Câu 267. Điểm $M\in d$ nên $M(1-t;-2+t;2t)$.

Ta có $\overrightarrow{MA}=(t-1;3-t;1-2t)$, $\overrightarrow{MB}=(t-6;2-t;5-2t)$.

Suy ra $MA^2=6t^2-12t+11$, $MB^2=6t^2-36t+65$.

Do đó $MA^2+MB^2=12t^2-48t+76=12(t-2)^2+28\geqslant 28$. **Chọn A.**

Câu 268. Điểm $M\in d$ nên $M(1-t;-2+t;2t)$.

Ta có $\overrightarrow{MA}=(t-1;3-t;1-2t)$, $\overrightarrow{MB}=(t-6;2-t;5-2t)$.

Suy ra $\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}=(17-2t;2t-3;4t-14)$.

Do đó $\left|\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right|=\sqrt{(17-2t)^2+(2t-3)^2+(4t-14)^2}=\sqrt{24(t-4)^2+110}\geqslant\sqrt{110}$.

Dấu "=" xảy ra khi $t=4$. Suy ra $M(-3;2;8)$. **Chọn C.**

Câu 269. Điểm $M\in d$ nên $M(-3+4t;2+t;-3+2t)$.

Ta có $\overrightarrow{MA}=(4-4t;-7-t;5-2t)$, $\overrightarrow{MB}=(6-4t;-3-t;1-2t)$. Suy ra:

$$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=(4-4t)(6-4t)+(-7-t)(-3-t)+(5-2t)(1-2t)=21(t-1)^2+29\geqslant 29.$$

Chọn D.

Câu 270. Điểm $M\in d$ nên $M(t;-1-t;2-2t)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(t;-2-t;1-2t)$, $\overrightarrow{AB}=(1;1;0)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right]=(2t-1;1-2t;2t+2)$.

Do đó $S_{\Delta MAB}=\frac{1}{2}\left\|\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right]\right\|=\frac{1}{2}\sqrt{(2t-1)^2+(1-2t)^2+(2t+2)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{12t^2+6}\geqslant\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi $t=0$. Suy ra $M(0;-1;2)$. **Chọn B.**

Câu 271. Ta có $B(0;1;-3)\in d\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-1;-1;-6)$. Do đó $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{u_d}\right]=(-23;17;1)$.

Do đó, phương trình mặt phẳng (α) là $23x-17y-z+14=0$. **Chọn B.**

Câu 272. Mặt phẳng (P) có $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-2;2)$ và đường thẳng d có $\overrightarrow{u_d}=(-1;-2;3)$.

Mặt phẳng (α) vuông góc với mặt phẳng (P) và song song với d.

Do đó $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{u_d}\right]=(-2;-5;-4)=(2;5;4)\Rightarrow(\alpha):2x+5y+4z=0$. **Chọn C.**

Câu 273. Đường thẳng d có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(-1;1;-3)$.

Đường thẳng MN đi qua $M(1;-1;10)$ và song song với d nên nhận $\overrightarrow{u_d}=(-1;1;-3)$ làm một VTCP. Do đó có phương trình tham số $\begin{cases}x=1-t\\y=-1+t\\z=-3t\end{cases}$.

Suy ra tọa độ $N(1-t;-1+t;-3t)$.

Mà N thuộc (P) nên $1-t-1+t-3t-3=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow N(2;-2;3)$. **Chọn B.**

Câu 274. Gọi (α) là mặt phẳng qua $B(-1;1;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}=(-1;0;-2)$ nên có phương trình $(\alpha): x+2z+1=0$.

Gọi Δ là giao tuyến của (α) và (P) nên có phương trình

$$\Delta: \begin{cases} x+2z+1=0 \\ x+y+z+1=0 \end{cases} \text{ hay } \Delta: \frac{x+1}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}.$$

Tam giác ABC vuông tại B nên $C \in (\alpha)$.

Hơn nữa, ta có $C \in (P)$. Do đó $C \in \Delta$ nên $C(-1-2t;t;t)$.

Theo giả thiết, ta có $BA = BC \Leftrightarrow \sqrt{5} = \sqrt{(-2t)^2+(t-1)^2+t^2}$

$$\Leftrightarrow 6t^2-2t-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-2/3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} C(-3;1;1) \\ C(1/3;-2/3;-2/3) \end{array}\right.$$. **Chọn A.**

Câu 275. Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;-2;-2)$.

Gọi (α) là mặt phẳng qua B và vuông góc với AB nên $(\alpha): x+y+3z-11=0$.

Gọi Δ là giao tuyến của (α) và (P) nên có phương trình

$$\Delta: \begin{cases} x+y+3z-11=0 \\ x-2y-2z+4=0 \end{cases} \text{ hay } \Delta: \frac{x-6}{4}=\frac{y-5}{5}=\frac{z}{-3}.$$

Điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán thuộc Δ nên $M(6+4t;5+5t;-3t)$.

Theo giả thiết, ta có $AM=\sqrt{61} \Leftrightarrow \sqrt{(4t+5)^2+(5t+6)^2+(-3t)^2}=\sqrt{61}$

$$\Leftrightarrow 50t(t+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=-2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} M(6;5;0) \\ M(-2;-5;6) \end{array}\right.$$. **Chọn B.**

Câu 276. Ta có $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(-3;3;1)$.

Do AI là trung tuyến của tam giác ABC nên $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=(-1;2;2)$.

Suy ra độ dài đường trung tuyến AI bằng $\sqrt{(-1)^2+2^2+2^2}=3$. **Chọn C.**

Câu 277. Theo giả thiết, ta có: $M(2;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ thuộc (P) nên

$$(P): \frac{x}{2}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1.$$

Lại có $N(1;1;1) \in (P)$ nên $\frac{1}{2}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1 \Leftrightarrow bc=2(b+c)$. **Chọn A.**

Câu 278. Phương trình mặt chắn $(ABC): \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Do $I \in (ABC)$ nên $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1 \overset{\text{Cosi}}{\geqslant} 3.\sqrt[3]{\frac{6}{abc}}$. Suy ra $abc \geqslant 162$.

Do tứ diện vuông tại O nên $V = \frac{1}{6}abc \geqslant 27$. Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9 \end{cases}$.

Khi đó $6x + 3y + 2z - 18 = 0$. **Chọn D.**

Câu 279. Ta kiểm tra $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} \neq 0$ nên các điểm A, B, C, D là các đỉnh của một tứ diện.

Do đó điểm cách đều bốn mặt phẳng của tứ diện chính là tâm mặt cầu nội tiếp của nó. **Chọn C.**

Câu 280. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;1;1)$, $\overrightarrow{AC} = (1;3;-1)$, $\overrightarrow{AD} = (2;3;4)$.

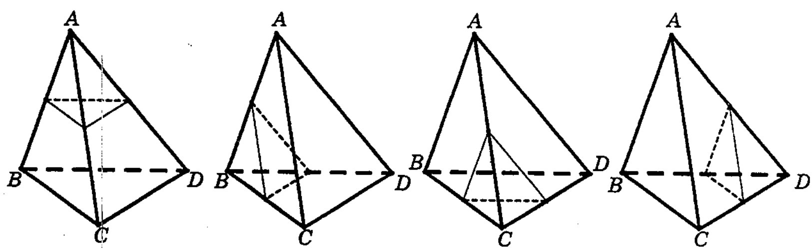
Suy ra $\left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} = -24 \neq 0$.

Suy ra bốn điểm đã cho không đồng phẳng nên tạo thành tứ diện $ABCD$.

Có 2 loại mặt phẳng thỏa mãn đề bài là:

Loại 1: Mặt phẳng qua trung điểm của 3 cạnh bên có chung đỉnh:

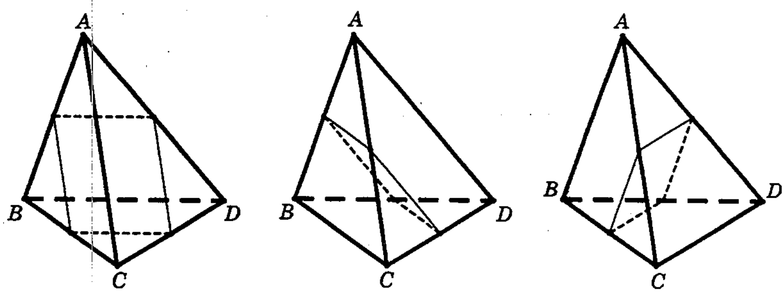
Có 4 mặt phẳng thỏa mãn loại này (vì có 4 đỉnh)



Nhận xét. Loại này ta thấy có 1 điểm nằm khác phía với 3 điểm còn lại.

Loại 2: Mặt phẳng qua trung điểm của 4 cạnh (4 cạnh này thuộc 2 cặp cạnh, mỗi cặp cạnh là chéo nhau):

Có 3 mặt phẳng như thế.



Nhận xét. Loại này ta thấy có 2 điểm nằm khác phía với 2 điểm còn lại.

Chọn C.

Mục lục

PHẦN 1. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

PHẦN 2. ĐÁP ÁN CHI TIẾT